

大椭圆空间碎片轨道寿命分析^{*,*}

熊建宁[†] 吴连大 赵长印

(中国科学院紫金山天文台 南京 210008)

摘要 日月摄动是影响大椭圆空间碎片轨道变化的主要动力学因素. 本文推导出了日月摄动引起的大椭圆轨道近地点高度长周期项的分析表达式, 对日月摄动引起的近地点变化基本特征进行了分析, 并根据这种轨道变化特点给出了有利于空间碎片减缓的发射窗口选择方法, 通过仿真计算验证了该选择方法的正确性.

关键词 天体力学: 轨道计算和定轨, 天体力学: 摄动理论

中图分类号: P 133; **文献标识码**: A

1 引言

大椭圆轨道空间目标的寿命, 不仅取决于大气阻力, 在很大程度上主要取决于日月摄动的影响. 日月摄动的特点是, 它使空间目标的近地点发生长周期变化, 而且长周期的振幅与轨道偏心率成正比. 由于大椭圆轨道空间目标的偏心率较大, 近地点变化的长周期项振幅也就很大, 有些大椭圆轨道甚至可以达到上千公里. 前苏联 1965 年发射的 MOLNIA 1-2 卫星轨道寿命只有一年多一点, 而 1975 年发射的 MOLNIA 1-29 至今仍然在轨, 这说明相同的轨道类型, 如果发射的窗口(发射入轨时的升交点赤经)不同, 其轨道寿命可能完全不同, 因此选择合适的发射窗口可以很大程度上决定卫星的轨道寿命.

许多运载同步轨道卫星的火箭, 在完成发射后就成为空间垃圾, 目前这种在轨的大椭圆轨道空间碎片的数量已近 500 个, 严重威胁着载人航天器和应用卫星的安全. 为了减小这种大椭圆轨道空间碎片的寿命, 可以根据其发射的轨道类型, 利用其近地点高度变化的特点, 选择合适的、使其在较短时间内陨落发射窗口, 达到空间碎片减缓的目的.

2 日月摄动引起的近地点长周期变化

日月摄动的摄动函数为:

$$R = n' \beta r^2 \left(\frac{3}{2} \cos^2 H - \frac{1}{2} \right), \cos H = \frac{\mathbf{r}}{r} \cdot \frac{\mathbf{r}'}{r'}$$

* 2007-04-10 收到原稿, 2007-05-29 收到修改稿

* 江苏省基础研究计划(BK2003216)资助项目

[†] xjn@pmo.ac.cn

其中, $\mathbf{r}$ 为卫星的地心向量, $\mathbf{r}'$ 为太阳(或月球)的地心向量, n' 为太阳(或月球)的平运动, β 为质量因子, 对太阳 $\beta = 1$, 对月亮 $\beta = 1/82.3$.

经推导可得日月摄动引起近地点变化 Δr_p 的表达式为^[1]:

$$\begin{aligned} \Delta r_p = & \frac{15 \sqrt{1-e^2}}{4n} a n'^2 e \\ & \times \left\{ \frac{1}{8\omega} \sin^2 i (2 - 3 \sin^2 \epsilon) \cos 2\omega \right. \\ & + \frac{3}{16(n' + \omega)} \sin^2 i \sin^2 i \cos (2u' + 2\omega) \\ & - \frac{3}{16(n' - \omega)} \sin^2 i \sin^2 i \cos (2u' - 2\omega) \\ & + \frac{1}{16(\dot{\Omega} + \omega)} \sin^2 i (1 + \cos i)^2 \cos 2(\dot{\Omega} + \omega) \\ & - \frac{1}{16(\dot{\Omega} - \omega)} \sin^2 i (1 - \cos i)^2 \cos 2(\dot{\Omega} - \omega) \\ & + \frac{1}{32(n' + \dot{\Omega} + \omega)} (1 - \cos \epsilon)^2 (1 + \cos i)^2 \cos (2u' + 2\dot{\Omega} + 2\omega) \\ & - \frac{1}{32(n' + \dot{\Omega} - \omega)} (1 - \cos \epsilon)^2 (1 - \cos i)^2 \cos (2u' + 2\dot{\Omega} - 2\omega) \\ & + \frac{1}{32(n' - \dot{\Omega} + \omega)} (1 + \cos \epsilon)^2 (1 - \cos i)^2 \cos (2u' - 2\dot{\Omega} + 2\omega) \\ & - \frac{1}{32(n' - \dot{\Omega} - \omega)} (1 + \cos \epsilon)^2 (1 + \cos i)^2 \cos (2u' - 2\dot{\Omega} - 2\omega) \\ & - \frac{1}{2(\dot{\Omega} + 2\omega)} \cos \epsilon (1 + \cos i) \sin i \sin \epsilon \cos (\dot{\Omega} + 2\omega) \\ & - \frac{1}{2(\dot{\Omega} - 2\omega)} \cos \epsilon (1 - \cos i) \sin i \sin \epsilon \cos (\dot{\Omega} - 2\omega) \\ & - \frac{1}{4(2n' + \dot{\Omega} + 2\omega)} \sin i \sin \epsilon (1 - \cos \epsilon) (1 + \cos i) \cos (2u' + \dot{\Omega} + 2\omega) \\ & + \frac{1}{4(2n' + \dot{\Omega} - 2\omega)} \sin i \sin \epsilon (1 - \cos \epsilon) (\cos i - 1) \cos (2u' + \dot{\Omega} - 2\omega) \\ & + \frac{1}{4(2n' - \dot{\Omega} + 2\omega)} \sin i \sin \epsilon (1 + \cos \epsilon) (\cos i - 1) \cos (2u' - \dot{\Omega} + 2\omega) \\ & - \frac{1}{4(2n' - \dot{\Omega} - 2\omega)} \sin i \sin \epsilon (1 + \cos \epsilon) (1 + \cos i) \cos (2u' - \dot{\Omega} - 2\omega) \left. \right\} \\ & + \frac{15 \sqrt{1-e^2}}{4n} a n'_{\text{lunar}}{}^2 \beta e \times \left\{ \frac{1}{8\omega} \sin^2 i (2 - 3 \sin^2 i'_{\text{lunar}}) \cos 2\omega \right. \\ & + \frac{1}{16(\dot{\Omega} + \omega)} \sin^2 i'_{\text{lunar}} (1 + \cos i)^2 \cos 2(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{\text{lunar}} + \omega) \\ & - \frac{1}{16(\dot{\Omega} - \omega)} \sin^2 i'_{\text{lunar}} (1 - \cos i)^2 \cos 2(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{\text{lunar}} - \omega) \\ & - \frac{1}{2(\dot{\Omega} + 2\omega)} \cos i'_{\text{lunar}} (1 + \cos i) \sin i \sin i'_{\text{lunar}} \cos (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_{\text{lunar}} + 2\omega) \end{aligned}$$

-\frac{1}{2(\dot{\Omega}-2\dot{\omega})}\cos i'_{\text{lunar}}(1-\cos i)\sin i\sin i'_{\text{lunar}}\cos(\Omega-\Omega'_{\text{lunar}}-2\omega)\} \tag{1}

其中 n' 和 ϵ 为太阳轨道的平运动和倾角, n'_{lunar} 、 i'_{lunar} 和 Ω'_{lunar} 为月球轨道的平运动、倾角和升交点赤经.

3 日月摄动引起的近地点变化的基本特征

在第 2 节中, (1)式即为日月摄动引起的近地点长周期项表达式, 即是选择发射窗口的依据. 本节将根据(1)式, 以表 1 给出的两种倾角比较典型的大椭圆轨道为例, 讨论日月摄动引起的近地点高度变化的振幅、周期和幅角的特征.

表 1 两种大椭圆轨道的基本参数
Table 1 basal parameter of two type of orbit

	a	e	i	ω	$\dot{\Omega}$	$\dot{\omega}$
Orbit 1	24487. 14	0. 7312647	28. 5	179. 000	-. 3648	. 593999
Orbit 2	24487. 14	0. 7312647	63. 4	179. 000	-. 1859	. 000507

发射同步卫星的转移轨道的远地点一般在赤道附近, 因此 ω 取值 180 附近. 假定发射日期为 2006 年 7 月 1 日, 这时的日月位置为:

太阳 $u = 99. 3971$ $\epsilon = 23. 439300$
月球 $J = 5. 1454$ $\Omega_1 = 359. 385277$ $i'_{\text{lunar}} = 28. 5845$ $\Omega' = -0. 115224$
计算出日月摄动对 2 种大椭圆轨道的引起的近地点高度变化的振幅、周期和幅角见表 2.

表 2 日月摄动引起的两种轨道的近地点高度的变化
Table 2 perigee altitude variety of two type of orbit influenced by lunisolar perturbation

	period(day)		amplitude(km)		argument
NO.	Orbit 1	Orbit 2	Orbit 1	Orbit 2	
	Solar perturbation				
1	303. 031	355243. 85	3. 987	16412. 80	$\cos 2w$
2	113. 950	182. 527	. 233	1. 312	$\cos (2u'+2w)$
3	459. 596	182. 715	-. 941	-1. 314	$\cos (2u'-2w)$
4	785. 489	-970. 970	8. 311	-6. 100	$\cos 2(\Omega+w)$
5	187. 726	-965. 692	. 008	. 883	$\cos 2(\Omega-w)$
6	148. 172	224. 925	. 034	. 030	$\cos 2(u'+\Omega+w)$
7	715. 187	225. 210	-. 006	-. 004	$\cos 2(u'+\Omega-w)$
8	92. 569	153. 578	. 047	1. 631	$\cos 2(u'-\Omega+w)$
9	237. 941	153. 711	-29. 249	-11. 219	$\cos 2(u'-\Omega-w)$
10	437. 341	-1947. 263	-10. 842	69. 706	$\cos (\Omega+2w)$

表 2(续)
Table 2 (continued)

period(day)		amplitude(km)		argument	
NO.	Orbit 1	Orbit 2	Orbit 1	Orbit 2	
Solar perturbation					
11	231.833	-1926.147	.371	26.301	$\cos (\Omega-2 w)$
12	128.827	201.520	-.144	-.324	$\cos \left(2 u^{\prime}+\Omega+2 w\right)$
13	860.312	201.749	-.062	-.124	$\cos \left(2 u^{\prime}+\Omega-2 w\right)$
14	102.153	166.806	-.171	-2.380	$\cos \left(2 u^{\prime}-\Omega+2 w\right)$
15	313.551	166.963	-8.123	-6.246	$\cos \left(2 u^{\prime}-\Omega-2 w\right)$
lunar perturbation					
16	303.031	355243.854	7.454	30684.46	$\cos 2 w$
17	785.489	-970.970	26.108	-19.163	$\cos 2\left(\Omega-\Omega^{\prime}+w\right)$
18	-187.726	-965.692	.026	2.773	$\cos 2\left(\Omega-\Omega^{\prime}-w\right)$
19	437.341	-1947.263	-27.102	174.251	$\cos \left(\Omega-\Omega^{\prime}+2 w\right)$
20	-231.833	-1926.147	.927	65.746	$\cos \left(\Omega-\Omega^{\prime}-2 w\right)$

从(1)式和表 2,可以得到日月摄动的基本特性:

(1) 对于特定初始大椭圆轨道(a, e, i, ω),见表 3.

表 3 日月摄动基本特征
Table 3 basal characteristic of lunisolar perturbation

		concerned variable	characteristic
amplitude	solar	$a, e, n^{\prime}, i, \epsilon, n^{\prime}, \Omega, \omega$	invariable
	lunar	$a, e, n^{\prime}, i, \epsilon, n^{\prime}, \Omega, \omega, i_{\text{lunar}}^{\prime}$	invariable on the whole
period	Part of solar	$n^{\prime}, \Omega, \omega$	invariable
	lunar	Ω, ω	invariable
argument	Part of solar	$u^{\prime}, \Omega, \omega$	2 deg per day
	lunar	$\Omega, \Omega^{\prime}, \omega$	invariable on the whole

$i_{\text{lunar}}^{\prime}$ 在 $\epsilon \pm J$ 之间变化,即在 18.3~28.6 度之间变化; $\Omega^{\prime}$ 在 ± 12.6 之间变化,它们的变化的周期大概为 18.6 年.因此,其振幅变化较慢,变化的振幅也不大,可以认为它们基本不变.轨道 2 的第 1 和第 16 项周期很大,在本文分析中可以当作长期项处理.

(2) 日月摄动引起的近地点高度变化与大椭圆轨道的 a, e, i, Ω, ω 有关,但大椭圆轨道的 a 和 e 基本相同,两种轨道的 ω 又基本相同, Ω 又是我们选择的参数,因此,日月摄动引起的近地点高度变化主要取决于大椭圆轨道的倾角,其原因为:

1) 近地点变化的周期和振幅取决于幅角的变率,包括太阳的 $u^{\prime}$ 的变率(这是常量), Ω, ω 的变率 $\dot{\Omega}, \dot{\omega}$,而 $\dot{\Omega}, \dot{\omega}$ 的大小主要由倾角 i 决定;

2) 近地点变化的振幅的系数中,包含倾角 i 和太阳的轨道倾角 ϵ 和月球的轨道倾角,太阳的倾角 ϵ 是常数,月球的轨道倾角的变化也不大,因此,近地点变化的振幅仍主要决定于倾角 i 。

(3) 对于这两种轨道,由于倾角不同,日月摄动引起的近地点高度变化也明显不同。两种轨道近地点高度的变化特性的主要区别有:

1) 轨道一的近地点高度长周期变化振幅最大项只有 29 公里,对应的周期较短,只有 237 天左右;而轨道二则为 174 公里,周期 1947 天;

2) 轨道一的长周期变化最大项为第 9 项,这项的幅角为 $\cos 2(u' - \Omega - w)$,幅角与太阳位置有关;轨道二的长周期变化最大项出现在 19 项,这项的幅角为 $\cos(2w)$,幅角与太阳位置无关。

由于变化特性有以上区别,发射窗口的选择方法也有所差别。下面仍用举例方式来描述选择方法。

4 发射窗口的选择方法

根据两种轨道,计算了发射日期为 2006 年 4 月 1 日和 7 月 1 日日月摄动引起的两种轨道近地点长周期振幅和变率随发射轨道面的变化情况^[1]。计算结果见图 1~图 4。

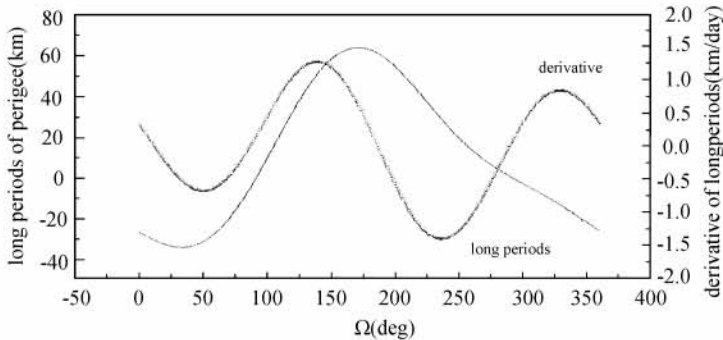


图 1 轨道 1 近地点振幅和变率随发射轨道面的变化(4 月 1 日发射)
Fig. 1 perigee altitude of orbit 1 change with orbital plane(launch on April 1)

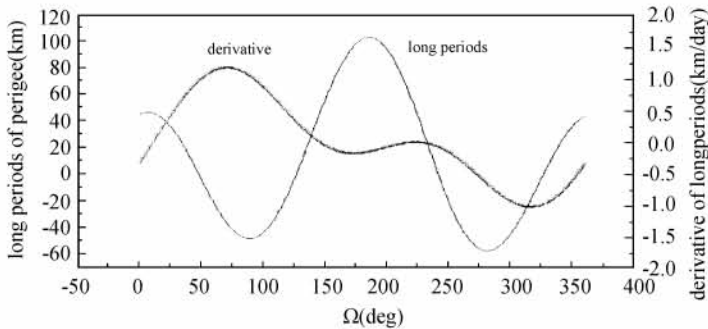


图 2 轨道 1 近地点振幅和变率随发射轨道面的变化(7 月 1 日发射)
Fig. 2 perigee altitude of orbit 1 change with orbital plane (launch on July 1)

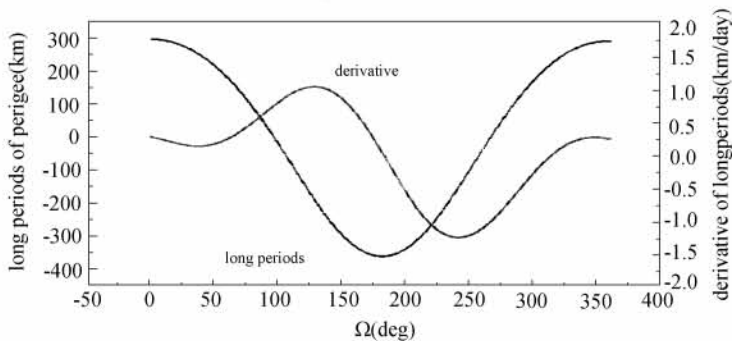


图 3 轨道 2 近地点振幅和变率随发射轨道面的变化(4 月 1 日发射)
Fig. 3 perigee altitude of orbit 2 change with orbital plane(launch on April 1)

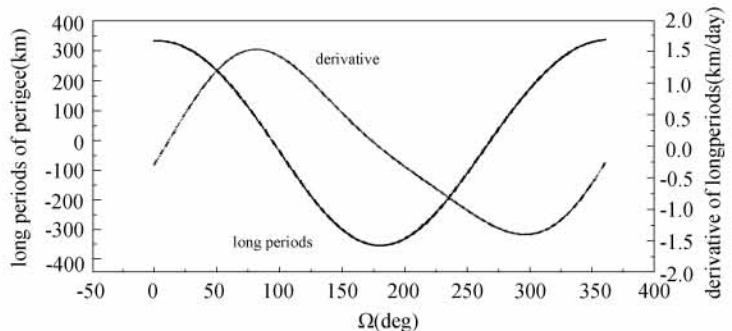


图 4 轨道 2 近地点振幅和变率随发射轨道面的变化(7 月 1 日发射)
Fig. 4 perigee altitude of orbit 2 change with orbital plane (launch on July 1)

窗口选择的基本原则为:

- (1) 近地点高度的长周期项较大;
- (2) 近地点高度的长周期项的变率为负.

对于轨道 1,从图 1 可见:长周期项的极大出现在 $\Omega=171$,长周期项的变率的极小出现在 $\Omega=236$,从图 2 可见:在 $\Omega=180$ 附近,满足上述条件,因此,在之 $\Omega=171\sim236$ 之间,满足窗口选择条件.

对于轨道 2,从图 3 可见,长周期项的极大出现在 $\Omega=360$,长周期项的变率的极小出现在 $\Omega=240$ 附近,从图 4 可见,长周期项的极大出现在 $\Omega=360$,长周期项的变率的极小出现在 $\Omega=300$ 附近,因此在 $\Omega=300\sim360$ 满足窗口选择条件.但是,由于轨道 2 的近地点变化幅度很大,可以将满足条件的范围扩大到 $\Omega=230\sim360$.

因此发射轨道面的初步选择为:

- (1) 对于轨道 1,发射轨道面可选择 $\Omega=171\sim236$ 之间发射;
- (2) 对于轨道 2,发射轨道面可选择 $\Omega=230\sim360$ 之间发射.

当然,发射窗口会随时间变化,特别是对于轨道 1,变化可能大一些,不能给出固定的发射窗口.

5 大椭圆轨道寿命的仿真计算

为了验证选择的发射窗口,下面给出大椭圆轨道寿命的仿真计算结果. 计算方法如下:

轨道 1,选择 2006 年 4 月 1 日和 7 月 1 日发射,分别计算初始的 $\Omega=0,60,120,180,240,300$ 六种情况,预报 3 年;

轨道 2,选择 2006 年 4 月 1 日和 7 月 1 日发射,分别计算初始的 $\Omega=0,60,120,180,240,300$ 六种情况,预报 3 年;

计算的结果如图 5~图 8.

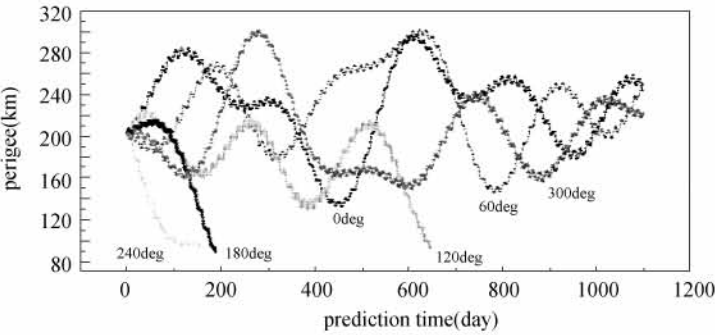


图 5 轨道 1 各种初始 Ω 的近地点变化(4 月 1 日发射)
Fig. 5 perigee altitude of orbit 1 change with initial orbital plane
(launch on April 1)

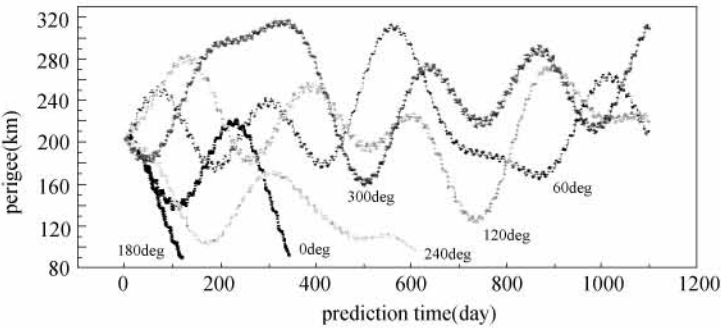


图 6 轨道 1 各种初始 Ω 的近地点变化(7 月 1 日)
Fig. 6 perigee altitude of orbit 1 change with initial orbital plane
(launch on July 1)

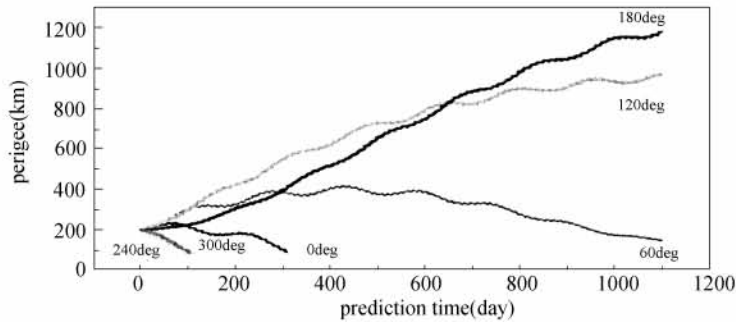


图 7 轨道 2 各种初始 Ω 的近地点变化(4 月 1 日)
Fig. 7 perigee altitude of orbit 2 change with initial orbital plane
(launch on April 1)

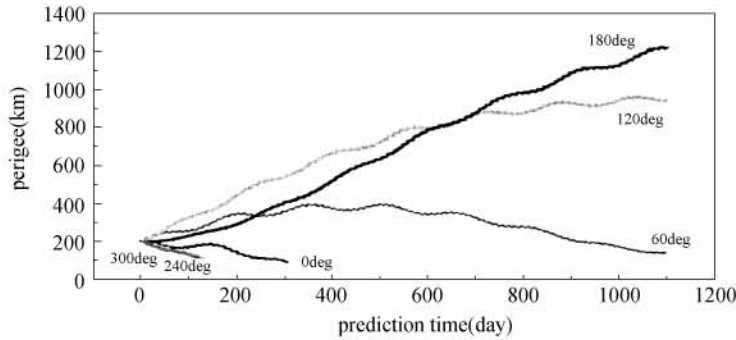


图 8 轨道 2 各种初始 Ω 的近地点变化(7 月 1 日)
Fig. 8 perigee altitude of orbit 2 change with initial orbital plane
(launch on July 1)

从图 5~图 8 可见,选择的发射窗口,在一年内近地点均从 200 公里降到 80 公里以下,因此,可以认为已陨落.这说明选择的发射轨道面已达到了降低目标轨道寿命,减缓空间碎片的目的.

6 结论

根据上述结果,针对两种大椭圆轨道,根据近地点变化特点,可以选择合适的发射窗口(即对应的初始升交点赤经),使得大椭圆的轨道寿命短于 1 年,达到了减缓空间碎片的目的,对于其他大椭圆轨道,按照上述方法,通过选择发射窗口,也能达到减少轨道寿命的目的.

当然,如果从有利于航天器长期在轨运行、延长轨道寿命的角度出发,按照日月摄动引起的近地点变化基本特性,也可以选择适当的发射窗口,达到延长其轨道寿命的目的.

参 考 文 献

- 1 吴连大,王昌彬,童傅.天文学报,1978,19(2):131

Orbit Lifetime Research of GTO Space Debris

XIONG Jian-ning WU Lian-da ZHAO Chang-yin

(*Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Science, Nanjing 210008*)

(*National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012*)

ABSTRACT The gravitational effects of the moon and sun is the main factor that influences GTO space debris orbit. In this paper, an analytical expression of the lunar-solar long periods term about GTO space debris perigee altitude is given. Based on the expression, the characteristic of GTO perigee altitude variety is discussed, and a valid method to mitigate space debris about launch window choice is proposed. The method's validity is confirmed with simulated calculation.

Key words GTO Orbit Lifetime, Lunisolar Perturbation, Mitigation