

灰色模型修正及其在实时 GPS 卫星钟差预报中的应用研究^{* *}

郑作亚^{1†} 陈永奇² 卢秀山¹

(1 山东科技大学测绘科学与工程学院 青岛 266510)

(2 香港理工大学土地测量与地理资讯学系 香港)

摘要 在 GPS 实时精密单点定位中, 卫星钟差的实时可靠预报是实现 GPS 实时高精度单点定位的关键之一. 星载 GPS 原子钟频率高, 非常敏感, 极易受到外界及其本身因素的影响, 从而很难掌握其复杂细致的变化规律, 这些属性符合灰色系统理论的特点. 因此, 考虑将钟差的变化过程看作一个灰色系统. 在探讨二次多项式和灰色模型卫星钟差预报局限性基础上, 提出了利用改进的灰色模型实时预报 GPS 卫星钟差的研究, 最后利用 3 个不同时段 GPS 卫星钟差资料进行不同采样间隔钟差预报精度分析、灰色模型指数系数与预报精度的关系、与二次多项式预报精度比较分析, 总结不同卫星钟差类型与模型指数系数的一般关系, 并与 IGS 最终钟差星历产品比较, 验证本文提出的改进预报模型的可行性和有效性. 为实时 GPS 动态精密单点定位提供较高精度的卫星钟差产品.

关键词 天体测量学; 时间; 方法; 数值

中图分类号: P 128; **文献标识码**: A

1 引言

灰色预测系统是我国邓聚龙教授 20 世纪 80 年代首次提出的一个新的信息处理方法^[1]. 灰色系统^[2, 3]是指部分信息已知, 部分信息未知的预测系统, 即信息不完全确知的系统. 信息完全状态为“白色”, 信息缺乏状态为“黑色”. 它是以灰色模块为基础, 通过对原始数据实行累加或累减生成新的数据序列, 然后对生成的新的数据序列进行建模, 它不用随机变量的概念, 只把它看作在一定范围内变化的灰色量. 而且, 它不需要大样本的原始数据, 只需要少量的已知数据(只要原始数列有 4 个以上数据)就可以建立灰色模型, 减少了要使用的数据量, 提高了建模速度.

星载 GPS 原子钟频率高, 非常敏感, 极易受到外界及其本身因素的影响, 从而很难掌握其复杂细致的变化规律, 这符合灰色系统理论的特点. 在 GPS 实时动态精密单点定位中, 卫星钟差的实时可靠预报是实现 GPS 实时高精度单点定位的关键因素之一. 因此, 我们尝试把钟差的变化过程看作是灰色系统, 将灰色模型引入 GPS 卫星钟差短期预报研究中. 在灰

* 2007-06-13 收到原稿, 2007-07-04 收到修改稿

* Research Grants Council of Hong Kong (RGC): (B-Q934)、地理空间信息工程国家测绘局重点实验室项目(200710)和山东省重点实验室项目(SD060804)资助项目

† caszzy@gmail.com

色预测模型中,GM(1,1)和 GM(2,1)方法是外推法的一种新的开拓,灰色预测与一般的外推预测不同点在于它不用原始数据建模,而用生成模块建模,一定程度上把噪音或干扰滤去或减弱,更加客观地反映有用信息.本文试图利用修正的 GM(1,1)模型进行 GPS 卫星钟差实时预报的研究.赵云胜等^[4]在 20 世纪 90 年代将灰色系统引入地学研究中,取得一系列重要成果,焦文海等^[5, 6]将灰色预测模型引入导航卫星的长期钟差预报研究中,得到较好的效果.但是进一步研究表明:经典灰色模型在卫星钟差短期预报中存在一些局限性.本文在探讨二次多项式和经典灰色模型卫星钟差预报局限性基础上,提出了利用改进的 GM(1,1)灰色模型实时预报 GPS 卫星钟差的研究,最后利用 3 个不同时段 GPS 卫星钟差资料进行不同采样间隔钟差预报精度分析、灰色模型指数系数与预报精度的关系、与二次多项式预报精度比较分析,总结不同卫星钟差类型与模型指数系数的一般关系,并与 IGS 预报星历的定位结果比较与精度分析,验证本文提出的改进预报模型的可行性和有效性.为实时 GPS 动态精密单点定位提供卫星钟差产品精度保障.

2 常用钟差预报方法及其局限性

2.1 常用钟差预报方法

目前,已经有许多学者和专家深入研究了提高卫星钟差精度的方法和手段^[7,9],并且取得了显著效果,JPL 已经可以提供 30s 的卫星钟差产品,现在常用的钟差预报模型主要有:线性模型、二次多项式模型和高阶多项式模型,大多使用最小二乘法来估计多项式系数,其中又以二次多项式最为常用,即

$$\Delta t_{SV} = a_0 + a_1 \Delta t + a_2 \Delta t^2 + \int_{t_0}^{t_s} f(t) dt \quad t_1 \leq \Delta t \leq t_2. \quad (1)$$

其中, $\Delta t = t_s - t_0$, Δt_{SV} 为 t_s 时刻 GPS 卫星钟差, a_0 为参考时刻 t_0 时的卫星钟差; a_1 为参考时刻 t_0 时的卫星钟速; a_2 为参考时刻 t_0 时的卫星钟漂移率; $\int_{t_0}^{t_s} f(t) dt$ 是由于频率的随机误差而引起的一种随机钟差,只能通过钟的稳定度来描述其统计特性,无法知道其具体数值; t_0 表示星历表参考时刻, t 为当前历元时刻, (t_1, t_2) 为钟差二次多项式拟合的有效区间,主要取决于钟的稳定性,在 SA 影响情况下,由于卫星钟频率人为控制,卫星钟不稳定,而且该有效区间选择不合适,经常会导致法方程系数矩阵奇异,影响钟差预报的可靠性和稳定性.因此,利用二次多项式(1)式进行卫星钟差预报存在一定的局限性.从该公式可以看出,卫星钟差 Δt_{SV} 是时间函数,其误差积累会随着预报时间的延长而增大.最小二乘法多项式模型易受多项式拟合的阶数和已知(观测)数据的个数等人为因素的影响.但是,我们知道 IGS 的超快预报星历是由 8 个数据处理中心在各自算法基础上加权平均得到的^[8].

2.2 钟差改正及二次多项式预报精度

图 1 为从 JPL 网站得到的 2001 年 7 月 16 日所有 GPS 卫星的钟差变化情况,采样间隔为 15 分钟,从图中可见,大部分卫星钟差变化呈单调递增或单调递减变化,只有少量卫星呈非单调性变化.而且变化量在 $\pm 5 \mu s$ (约 1.5 km 的变化).

图 2 为 PRN-1 卫星的钟差资料,利用 30 个初始历元观测资料进行二次多项式预报的结果,由于二次多项式方法预报过程中误差积累的原因,随着预报时间增长,预报误差

越来越大,预报 6 小时即达到 50 ns(15 m)的预报误差,这难以满足高精度 GPS 实时单点定位的要求,一般采取的主要措施是利用缩短预报时间来保证预报精度,但是由于超快速产品发布的延迟性,预报长度至少需要在 6—9 小时之间. 因此,它们之间的矛盾,使得二次多项式方法钟差预报难以满足 GPS 实时的定位要求.

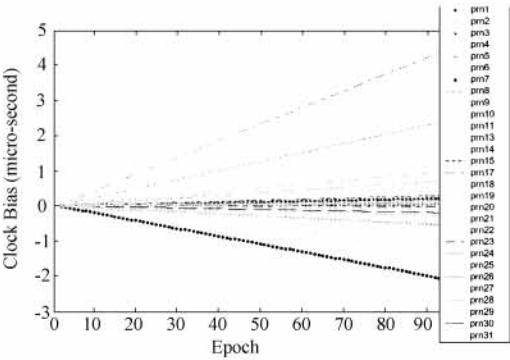


图 1 一天所有 GPS 卫星钟差变化情况
Fig. 1 GPS SCB for one day

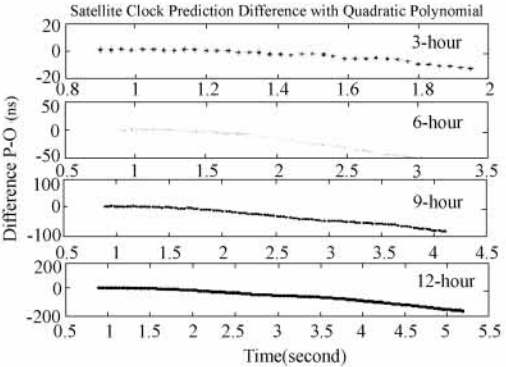


图 2 PRN-1 卫星二次多项式预报残差
Fig. 2 Prediction difference of PRN-1 with QP method

3 GM(1,1)灰色模型及其改进

3.1 数学模型

在灰色系统理论中,GM(1,1)和 GM(2,1)方法是外推法的一种新的开拓,GM(1,1)模型是最常用的一种灰色模型,它是由一个只包含单变量的一阶微分方程构成的模型,适合于对本身数据的预测.

设有变量 $X^{(0)}$ 的原始数据序列:

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}, \tag{2}$$

n 为原始数据个数;与之对应的时间为 $t_i (i = 1, 2, \dots, n)$.

用 AGO(Accumulated Generating Operation)生成一阶累加模块 $X^{(1)}$

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}. \tag{3}$$

由一阶灰色模块 $X^{(1)}$ 构成的微分方程为:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b. \tag{4}$$

根据导数离散化形式,微分方程以矩阵形式可写成:

$$Y = AU, \tag{5}$$

其中,

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(N) \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(N-1) + x^{(1)}(N)] & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

利用最小二乘原理,可求得参数估计值为:

$$\hat{U} = (A^T A)^{-1} (A^T Y) = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

回到原来的微分方程有:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + \hat{a}x^{(1)} = \hat{b}. \quad (7)$$

得解为:

$$\hat{x}^{(1)}(t) = \left[x^{(1)}(0) - \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a}t} + \frac{\hat{b}}{\hat{a}}, \quad (8)$$

离散形式为:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{b}}{\hat{a}}, \quad (9)$$

其中, k 为参与预报的原始数据个数.

一般形式为:

$$\hat{x}^{(1)}(k+p) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a} \cdot (k+p-1)} + \frac{\hat{b}}{\hat{a}}, \quad (10)$$

其中, $p \geq 1$ 为预报点. 则预报后的原始观测序列为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+p) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a} \cdot (k+p-1)} \cdot (1 - e^{\hat{a}}), \quad (11)$$

或者,可以简化地表达为:

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k) - \hat{x}^{(1)}(k-1), \quad (12)$$

整个灰色模型预报过程可以表达为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+p) = IAGO \cdot GM(1,1) \cdot AGO \cdot x^{(0)}. \quad (13)$$

其中, IAGO, AGO 分别为累减生成序列和累加生成序列.

因此,该预报算法的基本思路是,首先利用少量原始观测值计算得到微分方程系数和灰色模型,然后利用该模型,得到在时刻 t_1 以后任何等间隔时间的参数预测值 $\hat{x}_t$.

3.2 灰色模型 GPS 短期预报的局限性

利用灰色模型进行卫星钟差预报,对于长期预报而言,能达到微秒的精度. 这对导航型卫星钟差预报有较好的效果,能够满足一般导航的精度要求^[5]. 资料分析表明:对于 GPS 卫星钟差短期预报,(11)式中的指数系数只与历元个数有关的函数,预报精度较差,而且,对于卫星钟差递增、递减、有增有减或钟差跳变等不同情况,指数 $M = -a \cdot (k+p-1)$ 系数为常量 1 在大部分情况下不是最佳的,甚至可能产生很大的误差,如图 3 所示.

图 3 是 2006 年 7 月 30 日 PRN-23 卫星钟差资料,采样间隔为 30 秒,利用 30 个初始历元作为初始观测资料进行钟差预报,左图是指数 M 系数为 1 的钟差预报情况,与 IGS 精密产品比较,误差达到 25 ns,而右图指数 M 系数不为 1(为 -17)的钟差预报情况,与 IGS 精密产品比较,误差仅为 1—2 ns. 因此,从图中可见,不同的模型指数系数对预报精度有很大的影响,而且,把模型指数系数固定一个常量将会带来很大的误差,甚至是错误的.

同时,我们也可以反过来利用 IGS 精密卫星钟差产品和(11)式预报产品反算指数系

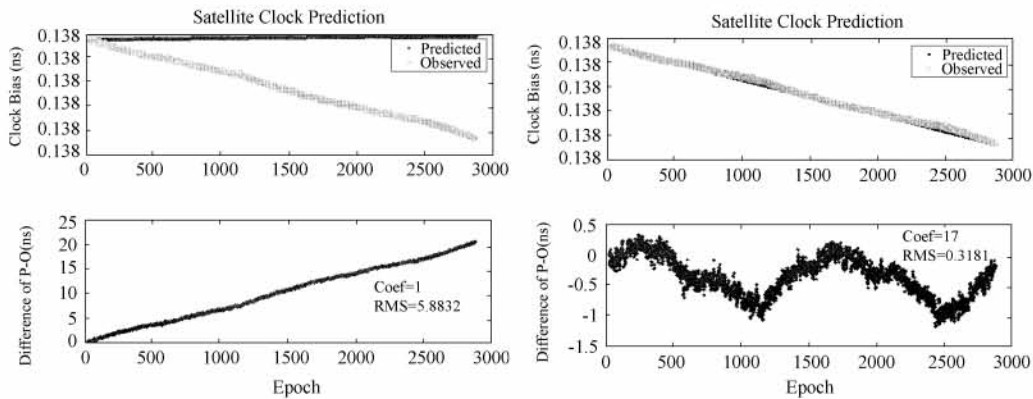


图 3 不同模型指数系数得到的预报结果
Fig. 3 SCB predictions with different exponent coefficient (EC)

数,见图 4.

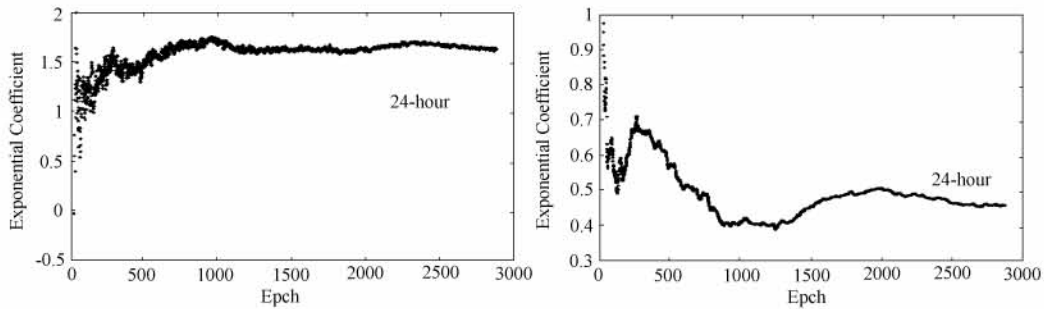


图 4 2006 年 7 月 30 日 PRN-20 和 PRN-1 的指数系数
Fig. 4 EC of PRN-20 and PRN-1 on 30th July, 2006

从图 4 中可见,不同的卫星其钟差预报指数系数是不同的,不同的预报长度指数系数也不相同,而且指数系数并不为 1. 因此,灰色模型指数系数为 1 并非最佳预报状态,即将灰色模型指数系数固定为常量 1 在 GPS 短期预报中是不合理的.

3.3 灰色模型的改进

从上面的分析,可知灰色指数系数为 1 对 GPS 卫星钟差预报并非最佳,在式(11)中引入一个指数系数变量 λ , 则(11)式可进一步改进为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+p) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a \cdot \lambda \cdot (k+p-1)} \cdot (1 - e^a). \tag{14}$$

为了研究不同卫星钟差类型情况下的指数系数,可以得到指数系数变量 λ 的一般表达式:

$$\lambda = - \frac{\log \frac{\hat{x}^{(0)}(k+p)}{\left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] (1 - e^a)}}{a \cdot (k+p-1)}. \tag{15}$$

不同卫星不同时刻其钟差变化不尽相同,预报模型的指数系数也不相同,但能反映出一定的趋势与取值范围.

4 算例分析

为了分析灰色模型实时预报 GPS 卫星钟差的精度及其相关特性,分别利用 2001 年 7 月 16 日、2004 年 12 月 8 日和 2006 年 7 月 30 日的 GPS 卫星钟差资料进行不同采样间隔钟差预报精度分析、灰色模型指数系数与预报精度的关系、与二次多项式预报精度比较分析,总结不同卫星钟差类型与模型指数系数的一般关系,并与 IGS 预报星历的定位结果比较,验证本文提出的改进预报模型的可行性和有效性。

4.1 不同采样间隔钟差预报精度分析

下面分别以 10 秒、30 秒和 5 分钟等不同采样间隔的卫星钟差资料以及不同初始历元个数进行钟差预报精度分析。

4.1.1 10 秒采样间隔卫星钟差预报(2001-7-16)PRN-1

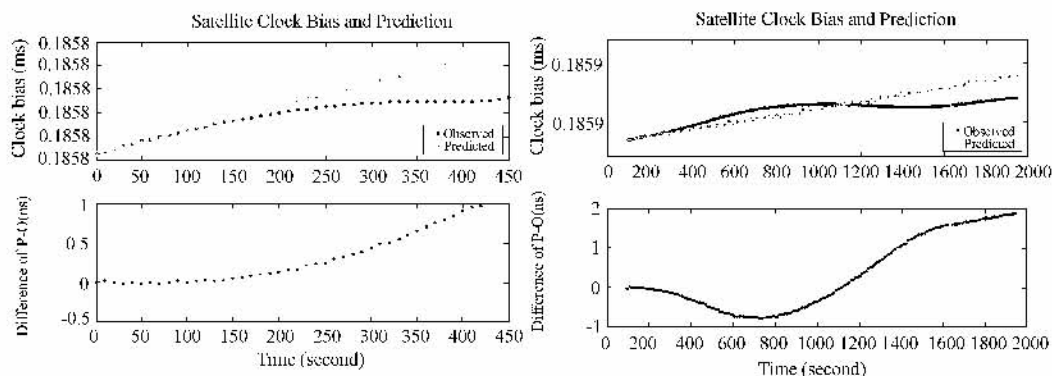


图 5 预报 8 分钟(左)和 30 分钟(右)的预报精度

Fig. 5 The prediction precision of eight minutes (left) and thirty minutes (right)

图 5 分别为利用灰色模型预报 8 分钟和 30 分钟的预报结果,采用 10 个初始观测历元,采样间隔为 10 秒,10 秒采样间隔资料由 30 秒的资料内插而成,精度在 0.1 ns。从图 5 可见,在预报时间短的情况下,可以得到较高精度的预报值,而且,随着预报时间(预报历元个数)增长,预报精度会进一步降低,但完全满足 GPS 实时单点定位的要求。

图 6 利用 2001 年 7 月 16 日的 PRN-1 卫星钟差资料,分别采用 10 个初始值和 30 个初始值进行钟差预报,分析不同初始历元个数对预报精度的影响,预报长度为 30 分钟,采样间隔为 10 秒。

在图 6 中, Predicted-1(P1)表示采用 10 个初始值预报的钟差, Predicted-2(P2)表示采用 30 个初始值预报的钟差,从图中可见,在预报时间不长的情况下,初始历元个数对预报精度影响不大,图中 10 个初始历元和 30 个初始历元钟差预报,它们之间误差仅为 10^{-11} 量级,毫米级的差异,可以不予考虑。因此,我们可以得到初步结论:在卫星钟差预报时间不长、而且钟的变化比较小的情况下,作为预报初值的初始历元个数对预报精度影响不大。

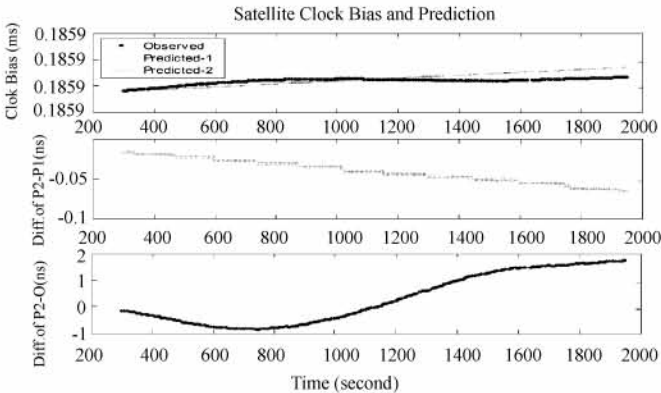


图 6 分别利用 10 个和 30 个初始历元的预报精度比较
Fig. 6 The prediction precision with 10 known initial observations and 30 ones

4. 1. 2 5 分钟采样间隔卫星钟差预报

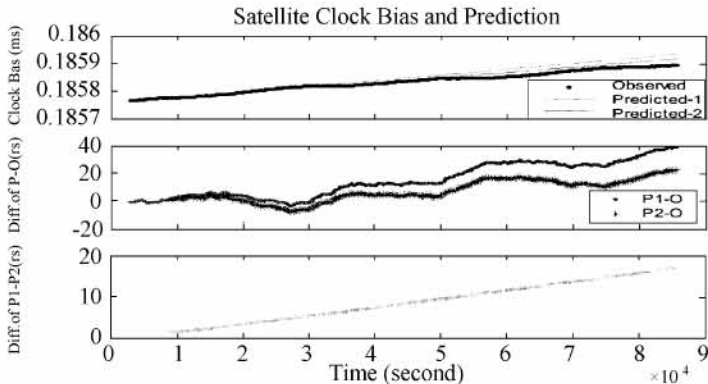


图 7 不同初始历元个数的卫星钟差预报(上图:分别为 Observed 卫星钟差, Predicted-1 预报钟差, Predicted-2 预报钟差;中图:分别为 P1-O, P2-O;下图:为 (P1-O)-(P2-O))
Fig. 7 SCB prediction with different number of initial observations (Top: referenced SCB, predicted SCB of 10 known initial observations and 30 ones; Middle: the difference between Predicted-1 and observed, Predicted-2 and observed; Bottom: the difference between P1-O and P2-O)

图 7 中 Observed 表示 IGS 精密钟差产品;P1-O 表示 Predicted-1 与 Observed 之间的残差;P2-O 表示 Predicted-2 与 Observed 之间的残差. 从图中可见,随着预报时间增长,初始历元个数对预报精度的影响越来越大,很显然,参与预报的初始历元个数越多,预报精度就越高. 对于 5 分钟采样间隔的卫星钟差资料,分别利用 10 个初始历元作为已知数据和 30 个初始历元作为已知数据进行钟差预报,预报 24 小时它们之间的残差能达到 20 ns,而且,不同的卫星,钟差变化行为也不相同,其预报的结果也复杂多样.

4. 1. 3 30 秒采样间隔的情况

图 8 为 2004 年 12 月 8 日 PRN-22 卫星利用 30 个初始历元作为初始观测资料的钟差预报精度和模型指数系数情况,采样间隔为 30 秒,从图中可见,卫星钟差一天的预报精度在 3—5 ns 左右,这与钟差量级比较小有关,而且预报残差中会发现带有系统性的残差,灰色模型指数系数为 0.5—1.0 之间.

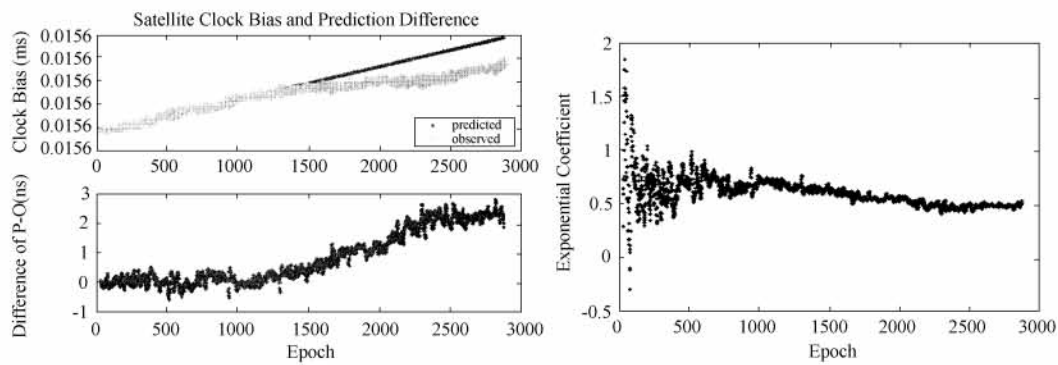


图 8 PRN-22 卫星钟差预报与指数系数
Fig. 8 SCB prediction and EC of PRN-22

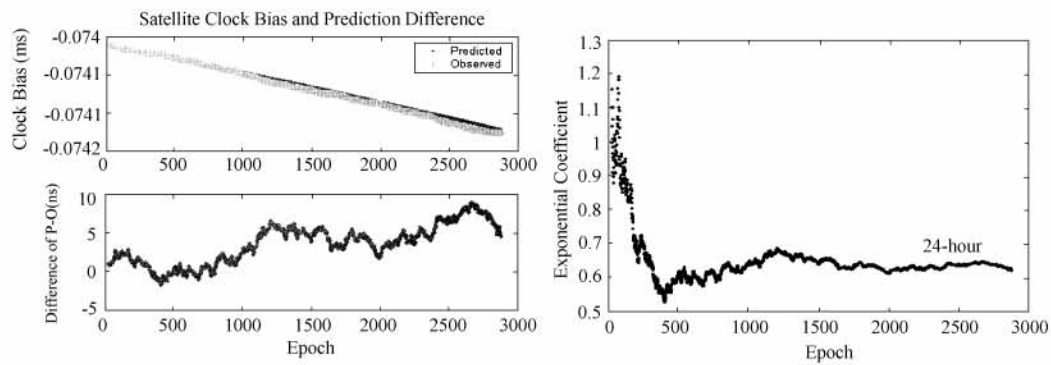


图 9 PRN-8 卫星钟差预报与指数系数
Fig. 9 SCB prediction and EC of PRN-8

图 9 分别为 2006 年 7 月 30 日 PRN-8 卫星利用 30 个初始历元作为初始观测资料的钟差预报精度情况和模型指数系数情况,采样间隔为 30 秒,从图中可见,利用灰色模型预报卫星钟差,预报一天(24 小时)精度可以达到 5 ns 的精度,而且,其灰色模型指数系数为 0.6—0.7 之间。

4.2 模型指数系数与预报精度的关系

为了说明修正的灰色模型指数系数与预报精度的关系,下面,我们利用 2001 年 7 月 16 日 PRN-1 卫星的钟差资料预报 3 小时、6 小时、9 小时和 12 小时,分析其预报精度。

从图 10 和图 11 可见,不同模型指数系数对预报精度有较大的影响,这从下面表 1 中也可以得到进一步证实,以预报 12 小时为例,指数系数 0.5 时,预报精度为 9.5331 ns,指数系数为 0.9 时,预报精度为 3.9736 ns,指数系数为 1.0 时,预报精度为 5.6275,即当指数系数为 0.9 时预报精度最高。

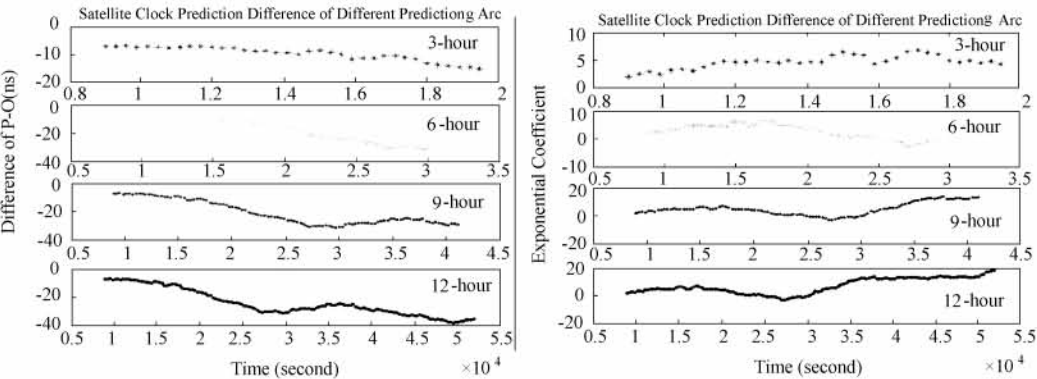


图 10 指数系数分别为 0.5(左)和 1.0(右)的卫星钟差预报精度
Fig. 10 SCB prediction precision when EC=0.5 (left) and EC=1.0 (right)

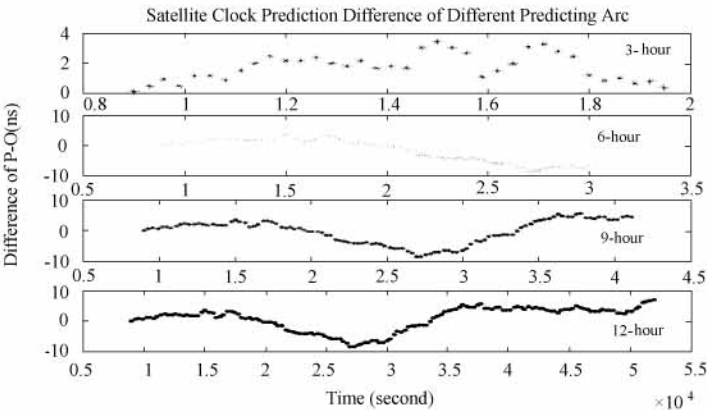


图 11 指数系数为 0.9 的卫星钟差预报精度
Fig. 11 SCB prediction precision when EC=0.9

表 1 不同指数系数的预报精度统计表(单位:纳秒)

Table 1 Prediction precision statistics of different EC(Unit: ns)

Arc		3 hours			6 hours		
EC		0.5	0.9	1.0	0.5	0.9	1.0
Min		−15.5393	0.0976	1.9309	−31.3262	−8.4486	−2.8086
Max		−6.9084	3.4314	6.7666	−6.9084	3.4314	6.7666
RMS		12.6255	2.6456	5.9073	26.4510	2.2910	5.1461
		9 hours			12 hours		
Min		−31.3262	−8.4486	−2.8086	−38.5247	−8.4486	−2.8086
Max		−6.9084	5.9012	13.7746	−6.9084	7.3445	18.2745
RMS		29.4867	4.2334	9.4537	33.9013	4.8165	12.8203

但是,指数系数为何值时,预报精度最佳? 我们将利用预报值和 IGS 精密事后钟差产品反过来讨论指数系数的取值问题. 下面利用 2001 年 7 月 16 日 IGS GPS 卫星钟差产

品,根据式(15)反算灰色预测模型的指数系数.

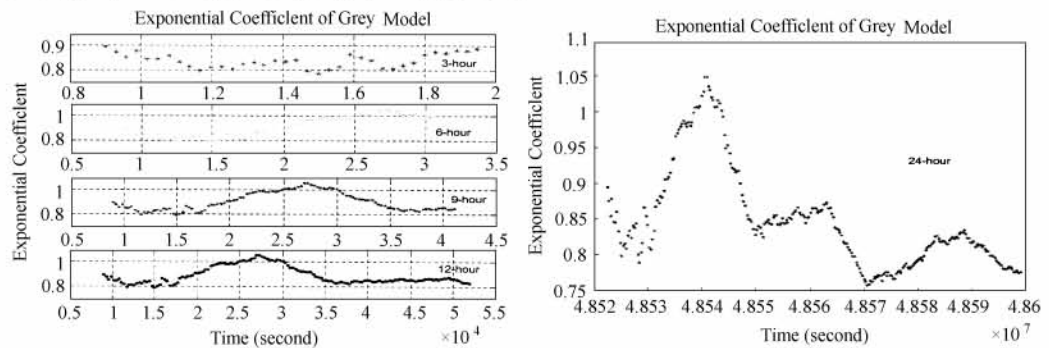


图 12 不同预报时间长度的指数系数
Fig. 12 EC of different prediction time

图 12 分别为预报 3 小时、6 小时、9 小时、12 小时和 24 小时的指数系数情况,从图中可见,不同预报长度,其指数系数是一个随时间变化的量,而且随着预报时间增大,模型系数趋于稳定.

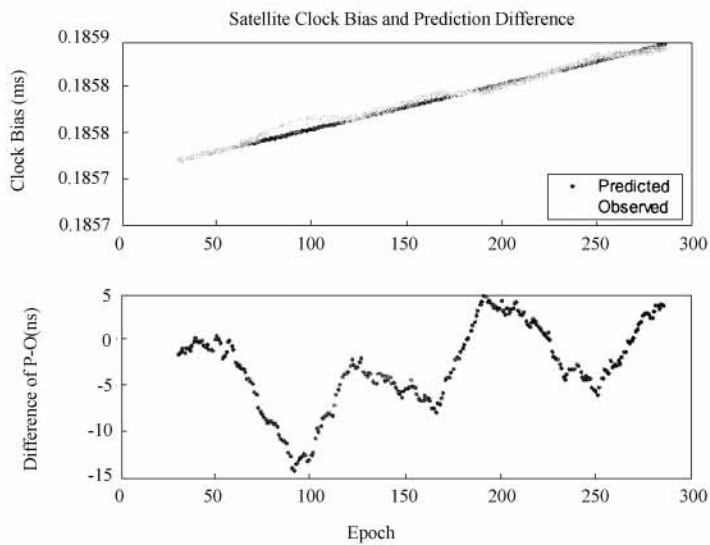


图 13 预报 24 小时的预报精度
Fig. 13 Prediction precision of 24 hours

表 2 模型指数系数统计表
Table 2 EC statistics

Prediction time	min	max	mean
3 小时	0.7880	0.8946	0.8402
6 小时	0.7880	1.0497	0.9146
9 小时	0.7880	1.0497	0.9008
12 小时	0.7880	1.0497	0.8898
24 小时	0.7587	1.0497	0.8494

图 13 为利用 30 个初始历元预报 24 小时的预报精度,指数系数为 0.8,其 $RMS=4.5\text{ ns}$,这说明,选择恰当的模型指数系数,利用灰色预测模型可以得到较高精度的卫星钟差预报值.但从图 13 的预报残差图中可见含有系统误差,我们经过大量卫星钟差分析表明:部分卫星钟差中含有系统误差.通过对大量卫星钟差资料分析可知,部分卫星的钟差改正含有周期性或准周期性的系统误差,对于这种卫星钟差资料,我们将另文进一步讨论.表 2 给出了该卫星不同预报时间长度的模型指数系数统计,可以看出,其平均值在 0.8—0.9 左右.

4.3 与二次多项式预报精度比较分析

为了进行二次多项式和灰色模型卫星钟差预报的精度比较,本文同样利用 2001 年 7 月 16 日 PRN-1 和 PRN-8 卫星的钟差资料进行分析,其中,PRN-1 采样间隔为 5 分钟,PRN-8 采样间隔为 30 秒,初始预报历元均为 30 个,分别进行 3 小时、6 小时、9 小时和 12 小时的钟差预报.

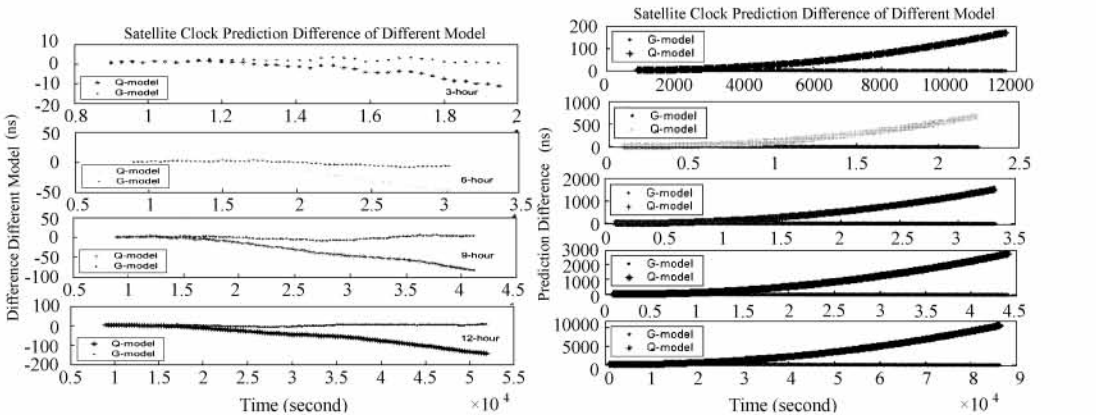


图 14 PRN-1(左)和 PRN-8(右)卫星分别用二次多项式模型和灰色模型预报的残差比较图

Fig. 14 the prediction difference comparison with QP and GM between PRN-1 and PRN-8

其中,Q-model 表示利用二次多项式模型得到的卫星钟差预报值,G-model 表示利用改进的灰色模型得到的卫星钟差预报值.

表 3 PRN-1 和 PRN-8 卫星灰色模型与二次多项式卫星钟差预报精度比较

Table 3 The prediction precision comparison with QP and GM of PRN-1 and PRN-8								
PRN-1	3-hours		6-hours		9-hours		12-hours	
	G-model	Q-model	G-model	Q-model	G-model	Q-model	G-model	Q-model
Min	0.0976	-11.2493	-8.4486	-46.8704	-8.4486	-82.4405	-8.4486	-142.5055
Max	3.4314	1.5859	3.4314	1.5859	5.9012	1.5859	7.3445	1.5859
RMS	2.6456	6.3052	2.2910	32.5184	4.2334	57.0984	4.8165	95.1272
PRN-8	3-hours		6-hours		9-hours		12-hours	
	G-model	Q-model	G-model	Q-model	G-model	Q-model	G-model	Q-model
Min	-3.5074	0.1984	-1.8544	0.1984	-1.8544	0.1984	-1.8544	0.1984
Max	2.2834	173.0362	2.8452	689.3374	3.9992	1547.0176	6.6098	2742.0300
RMS	1.6037	112.2218	1.5184	440.0837	2.0911	986.2415	4.2211	1749.5514

图 14 为分别用二次多项式模型和修正的灰色模型得到的卫星钟差预报比较图,表 3 为修正灰色模型和二次多项式卫星钟差预报统计. 从图和表可见,二次多项式预报随着时间的推移,误差积累特性越来越明显,即预报时间越长,预报误差越大,而灰色模型预报精度随着时间的推移一直比较稳定. 当然二次多项式预报模型,由于该预报模型是时间的函数,一旦建立预报模型,就可以预报得到任意时刻的预报值,而灰色模型是一个与观测历元元素相关的函数,因此,其预报结果只能得到与初始观测历元相同间隔的一系列预报值. 对于任意时刻的预报值,还需内插得到,这也是灰色模型的不足之处. 通过上述两组卫星钟差预报分析,还可以得出以下初步结论:(1) 二次多项式预报在预报初期有很高的预报精度,能达到 0.1 ns 的预报精度,高于灰色模型初期的预报精度,一般,预报时间为 5—10 分钟能达到 1 ns 以内的预报精度,预报 20—30 分钟能达到 3—5 ns;(2) 二次多项式预报方法具有误差同向积累特性,所以其预报误差会随着预报时间的递增而呈阶数增大,但灰色模型预报不具有误差同向积累特性,其预报误差不会随着预报时间的递增而急剧增大,但预报模型指数是个值得进一步探讨的问题;(3) 由于二次多项式预报模型主要和模型系数有关((1)式中的 a_0, a_1, a_2). 因此,初始原始数列中噪声对模型有很大影响,虽然,灰色模型也由初始原始数列确定,但它不用原始数据建模,而用生成模块建模,通过对原始数据实行累加或累减生成新的数据序列,然后对生成的新的数据序列进行建模,一定程度上把噪音或干扰滤去或减弱.

4.4 不同类型卫星钟差与模型指数系数的一般关系

下面我们简单分析卫星钟差变化线性化较强情况下,其模型指数系数变化的一般规律. 卫星钟差基本可以分为两类情况:一类是单调递增或递减的情况;另一类是非单调(序列中既有递增也有递减)递增或递减的情况. 每类还可分为四种情况讨论:(1) 递增且为正值;(2) 递增且为负值;(3) 递减且为正值;(4) 递减且为负值. 值得说明的是,为了研究不同类型的卫星钟差与灰色模型指数之间的一般关系,我们进行了 2001 年、2004 年和 2006 年约 30 天(每天约 30 颗卫星)的卫星钟差资料分析,得出不同类型卫星钟差与模型指数系数的一般规律. 下面以部分卫星钟差资料显示出来.

(1) 卫星钟差递增,改正量为正值

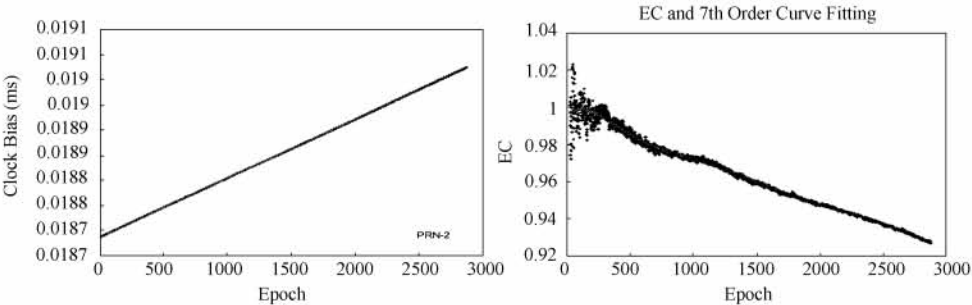


图 15 卫星钟差递增且为正值模型指数系数变化趋势

Fig. 15 SCB and model EC when the value of SCB is positive and increasing

(2) 卫星钟差递增,改正量为负值

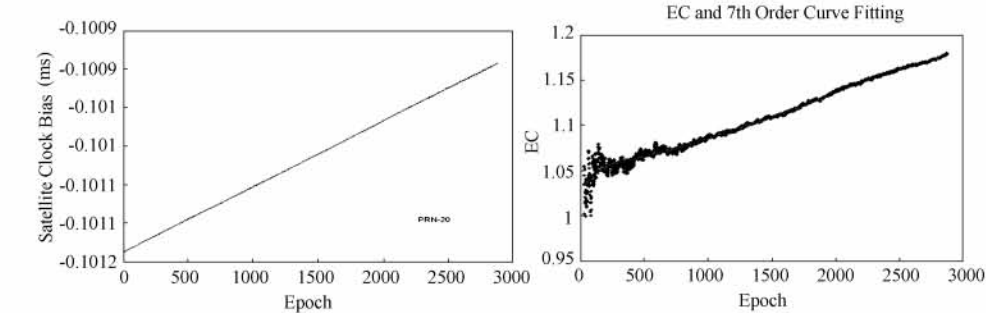


图 16 卫星钟差递增且为负值的模型指数系数变化趋势
Fig. 16 SCB and model EC when the value of SCB is negative and increasing

(3) 卫星钟差递减,改正量为正值

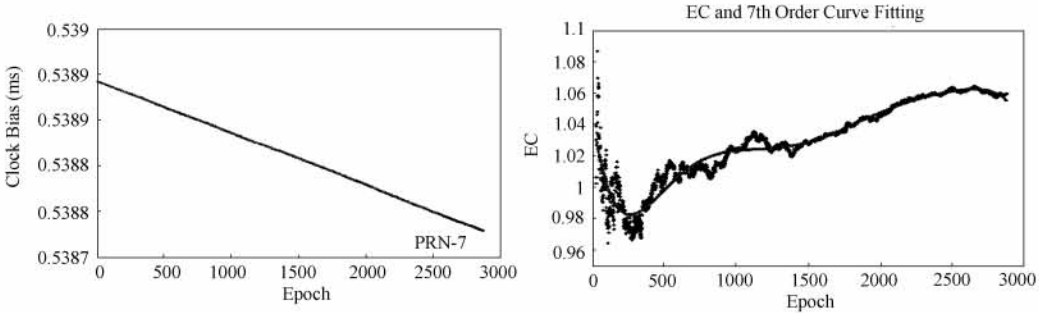


图 17 卫星钟差递减且为正值模型指数系数变化趋势
Fig. 17 SCB and model EC when the value of SCB is positive and decreasing

(4) 卫星钟差递减,改正量为负值

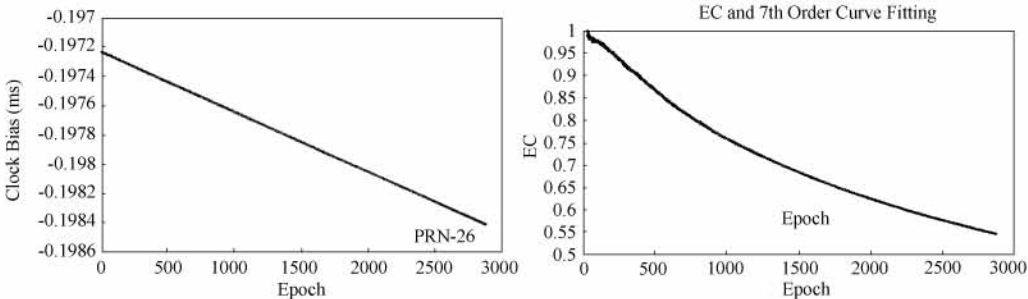


图 18 卫星钟差递减且为负值的模型指数系数变化趋势
Fig. 18 SCB and model EC when the value of SCB is negative and decreasing

在图 15—18 中,左图为一天的卫星钟差变化情况,右图为相应指数系数变化趋势以及其 7 阶多项式拟合,通过上述图 15—18 以及其他大量算例资料可以初步得出不同类型卫星钟差与灰色模型指数系数的一般规律:(1) 卫星钟差变化递增时,当卫星钟变化量为负值,模型指数系数大于 1,并呈递增趋势,相反,当卫星钟变化量为正值,模型指数系数小于 1,并呈递减趋势;(2) 卫星钟差变化递减时,当卫星钟变化量为负值,模型指数系

数小于 1,并呈递减趋势,相反,当卫星钟变化量为正值,模型指数系数一般大于 1,并呈递增趋势。关于不同类型卫星钟差的灰色预报模型,其指数系数的模型化问题,限于篇幅,将另文讨论。

5 结论

在 GPS 实时动态精密单点定位中,卫星钟差的实时可靠预报是实现 GPS 实时高精度单点定位的关键之一。GPS 卫星原子钟频率高、敏感以及易受到外界及其本身因素的影响的属性符合灰色系统理论的特点。因此,本文提出灰色模型进行 GPS 卫星钟差预报的研究。在探讨二次多项式和传统灰色模型卫星钟差预报局限性基础上,提出了利用改进的 GM(1,1)灰色模型实时预报 GPS 卫星钟差的研究,利用 2001 年 7 月 16 日、2004 年 12 月 8 日和 2006 年 7 月 30 日 3 个不同时段 GPS 卫星钟差资料进行如下几个方面的研究,并得到一些有益的结论:(1) 不同采样间隔钟差预报精度分析,表明:灰色模型预报与采样间隔无关,只与预报历元个数的多少有关,而且在预报历元个数少的情况下,不同初始历元个数对预报精度影响不大,但随着预报历元个数的增多,不同初始历元个数对预报精度有较大的影响;(2) 灰色模型指数系数与预报精度的关系,表明:不同模型指数系数对预报精度有较大的影响,不同预报长度其模型指数系数也不相同,而且不同预报长度,其指数系数是一个随时间变化的量,而且随着预报时间增大,模型系数趋于稳定;(3) 与二次多项式预报精度比较分析,认为:由于二次多项式方法的误差积累特性,随着预报时间增长(预报历元增多),灰色模型预报精度明显优于二次多项式方法的预报精度;(4) 总结不同卫星钟差类型与模型指数系数的一般关系,得到了初步性结论。整个算例部分都是与 IGS 最终钟差星历产品比较,以此来验证本文提出的改进预报模型的可行性和有效性。这些初步的、经验型的结论对实时精密单点定位卫星钟差预报具有一定的参考价值和借鉴意义。

参考文献

- 1 邓聚龙,灰色系统基本方法,武汉:华中工学院出版社,1987
- 2 严智渊,戴玉生编著,灰色系统预测与应用,南京:江苏科学技术出版社,1989
- 3 严智渊,戴玉生编著,灰色系统程序设计,南京:江苏科学技术出版社,1989
- 4 赵云胜等,灰色系统理论在地学中的应用研究,武汉:华中理工大学出版社,1997
- 5 焦文海,卫星导航系统坐标基准建立问题的研究,博士后工作报告,上海:中国科学院上海天文台,2003
- 6 崔先强,焦文海,灰色系统模型在卫星钟差预报中的应用,武汉大学学报(信息科学版),武汉:武汉大学,2005 年 5 月,第 30 卷第 5 期,P447-450
- 7 V. Broderbauer, R. Weber, Results of Modeling GPS Satellite Clocks, Osterr. Z. Vermess. Geoinfo, 91(1): 38-47, 2003
- 8 Guochang Xu (2003), GPS Theory, Algorithms and Applications, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
- 9 A. I Dounis, P. Tiropanis, D. Tseles et al, A comparison of Grey Model and Fuzzy Predictive Model for Time series, International Journal of Computational Intelligence, Volume 2 Number 3, 2005 ISSN, 1304-4508

An Improved Grey Model for the Prediction of Real-Time GPS Satellite Clock Bias

ZHENG Zuo-ya¹, CHEN Yong-qi², LU Xiu-shan¹

(1 *Geomatics College Shandong University of Science and Technology Qingdao 266510*)

(2 *Department of Land Surveying and Geo-informatics The Hong Kong Polytechnic University Hong Kong*)

ABSTRACT In real-time GPS precise point positioning (PPP), real-time and reliable satellite clock bias (SCB) prediction is a key to implement real-time GPS PPP. It is difficult to hold the nuisance and inenarrable performance of space-borne GPS satellite atomic clock because of its high-frequency, sensitivity and impressionable, it accords with the property of grey model (GM) theory, i. e. we can look on the variable process of SCB as grey system. Firstly, based on limits of quadratic polynomial (QP) and traditional GM to predict SCB, a modified GM (1,1) is put forward to predict GPS SCB in this paper; and then, taking GPS SCB data for example, we analyzed clock bias prediction with different sample interval, the relationship between GM exponent and prediction accuracy, precision comparison of GM to QP, and concluded the general rule of different type SCB and GM exponent; finally, to test the reliability and validation of the modified GM what we put forward, taking IGS clock bias ephemeris product as reference, we analyzed the prediction precision with the modified GM, It is shown that the modified GM is reliable and validation to predict GPS SCB and can offer high precise SCB prediction for real-time GPS PPP.

Key words Astrometry and celestial mechanics; Time, Methods; numerical