第 49 卷 第 4 期 天 文 学 报 Vol.49 No.4
2008 年 10 月 ACTA ASTRONOMICA SINICA Oct., 2008

大气折射与路径弯曲延迟*

童胥 萧耐园 †

(南京大学天文系 南京 210093)

摘要 电磁波信号在地球大气中的传播受到折射的影响，传播的方向发生了改变，传播的路径变为曲线，长度大于直线距离，相应的传播时间也被延长了，采用一个简化的球对称大气模型计算了光线在不同天顶距下由于路径弯曲而引起的延迟改正.

关键词 地球：大气层，天文仪器、方法与技术：大气效应

中图分类号： P 124; **文献标识码**： A

1 引言

在地面的天文观测中，由于地球大气层的影响，使电磁波的传播路径弯曲，导致传播方向和传播距离都发生了变化. 早在 1906 年， Newcomb 就说过， “在实用天文学中，或许没有一个分支像天文折射问题发表这样多的文章，而其状态又仍然是那样的不能令人满意”. 在之前人们对大气折射延迟的研究中，人们主要考虑的是大气密度不为零导致电磁波传播速度改变而产生的延迟，对于传播路径的弯曲而导致的延迟由于影响太小而一般予以忽略 [1,2]. 但现在随着各种新的空间测量技术的出现，观测精度不断提高，已经必须考虑该效应的影响，特别是在天顶距比较大的时候该效应更是显著.

2 球对称大气模型

大气折射率的变化是由于大气密度随高度变化起的，而由于重力的作用，可以近似将大气密度看作呈球对称分布，则等折射率面就可以用一些同心球面来表示 [1]. 因此可以将大气层分成许多同心球层，当每个球层足够薄时，可以认为球层内的大气参数是固定的. 光在每个球层内沿直线传播，在分界面上发生折射. 光线在大气层外沿直线传播，本文为了便于比较，计算时将目标光源取为 R=26560km, 这是 GPS 卫星的轨道半径.

本文采用美国 1976 标准大气模型作为计算的依据 [3]. 此模型分 6 层，高度从海平面一直到 71km 处，每层的高度范围为： 0—11, 11—20, 20—32, 32—47, 47—51, 51—71km. 对于每一层都列出以海拔高度为自变量的计算大气温度、密度和气压的公式. 在本文的计算中首先根据公式计算出所需高度的温度和气压，然后再由下列公式计算出该处的折射率 n 和重力加速度 g:

2007-08-29 收到原稿， 2007-10-08 收到修改稿

* 国家自然科学基金 (10133010) 资助

† nyxiao@nju.edu.cn

$$10^6(n-1)=77.6P/T \tag{1}$$

其中 P 为大气内某一高度处的气压，以 $\mathrm{N/m^2}$ 为单位， T 为那里的绝对温度，

$$\frac{g_1}{g_2}=\frac{r_2^2}{r_1^2} \tag{2}$$

其中 r 为大气内某一高度处的地心距，下标表示大气内不同点.

又由于折射率 n 在靠近地面处变化较大，而在远离地面处变化则小很多，故为了提高计算的精确度, 划分球层时在高度较低时按每千米 1 层, 而在较高处则分得相对较大, 总共分了 40 层.

3 大气折射弯曲改正的计算

如图 1 所示， A 为地面上的观测点， S 为真空中的目标光源， B, C, D 等分别为大气所划分的层， D 为大气层上边界，从 S 到 D, 光线在真空中沿直线传播，而在大气层内，则沿曲线 $DCBA$ 传播.

在本文的计算中, 将弯曲改正分解为两项, 第一项为曲线 $ABCD$ 比折线 AB, BC, CD 增加的路径长度 Δd_1, 计算此项改正最主要的是要计算光线的弯曲角度, 这涉及计算天文大气折射. 第二项为折线 AB, BC, CD 以及 DS 比直线段 AS 增加的路径长度 Δd_2, 这是一种纯粹的几何运算.

3.1 Δd_1 的计算原理

基于本文采用的球对称大气模型，相邻两点间光线的弯曲为 [1]

$$\mathrm{d}\gamma=\tan\theta\frac{\mathrm{d}n}{n} \tag{3}$$

其中 $\mathrm{d}\gamma$ 为大气相邻间光线的弯曲角度， θ 为光线在某层的入射角. 因此, 光线的总弯曲，即地面处的大气折射为

$$\gamma_0=\int_{\ln n_1}^{\ln n_0}\tan\theta\mathrm{d}\ln n \tag{4}$$

其中 n_0 和 n_1 分别为在地面和大气层上边界处的大气折射率，且有 n_1=1.

对上式作分部积分，并且令 $\ln n_1=0$, 有

$$\gamma_0=\ln n_0\tan\theta_0-\int_{\theta_1}^{\theta_0}\ln n\sec^2\theta\mathrm{d}\theta \tag{5}$$

其中

$$\int\ln n\sec^2\vartheta=-\frac{1}{2}\int\sec^2\theta\tan\theta\mathrm{d}(\ln n)^2-\int\sec^2\theta\tan\theta\ln n\mathrm{d}\ln|\boldsymbol{s}| \tag{6}$$

折射公式可以写成

$$\gamma_0 = \ln n_0 \tan\theta_0 + [\frac{1}{2}(\ln n_0)^2 - I]\sec\theta_0 \tan\theta_0 \tag{7}$$

其中 θ_0 为光线在地面的入射角，即视天顶距，又

$$I = \frac{\beta_d p_0}{|\boldsymbol{s}_0 \boldsymbol{g}_0|}(1 + I_1) + \frac{\upsilon_0 w_{\mathrm{m}}}{|\boldsymbol{s}_0|} \tag{8}$$

上式的第二项为湿分量项，对于本文考虑的可见光波段，其数值很小，可以忽略。I_1 和 β_{d} 的数值由如下经验公式给出

$$\beta_d = 2.2255 \times 10^{-4} + 1.249 \times 10^{-6}\lambda^{-2} + 1.012 \times 10^{-8}\lambda^{-4} + 1.3 \times 10^{-10}\lambda^{-6} \tag{9}$$

其中 λ 为入射光线的波长.

$$I_1 = -0.4504 - 3.8 \times 10^{-5}(T_0 - 273.15) \tag{10}$$

其中 T_0 为地面的绝对温度.

将以上各式代入 (7) 式就可以得到每一层光线的弯曲角度，进而相减可以得到相邻各层之间的光线弯曲角度 γ_i.

由 γ_i 就可以计算曲线比折线增加的路径长度

$$\Delta d_1 = \sum (1 - \cos\gamma_{\mathrm{i}})\sec Z_{\mathrm{i}} \Delta r \tag{11}$$

其中 Z 为光线对于大气内某层的天顶距 (见图 2 所示).

3.2 Δd_2 的计算原理

如图 2 所示，O 为地球质心，A 为观测者在地面的位置，B 、C 、D 等为光线在每一层的入射点. 对于由一段折线和两条地心距构成的三角形 OAB, 这里设 A 所在处为第 i 层，由余弦公式可知其折线的长度 l_{i} 为

$$l_{\mathrm{i}} = \sqrt{r_{\mathrm{i}+1}^2 + r_{\mathrm{i}}^2 \sin^2 Z_{\mathrm{i}}} - r_{\mathrm{i}} \cos Z_{\mathrm{i}} \tag{12}$$

则由正弦公式可知每一段折线对应的圆心角 α_{i} 为

$$\alpha_{\mathrm{i}} = \arcsin(l_{\mathrm{i}} \sin Z_{\mathrm{i}} / r_{\mathrm{i}+1}) \tag{13}$$

则下一层天顶距为

$$Z_{\mathrm{i}+1} = Z_{\mathrm{i}} + \gamma_{\mathrm{i}} - \alpha_{\mathrm{i}} \tag{14}$$

又观测者与光源间的距离 D 为

$$D = \sqrt{r_0^2 + r_n^2 - 2r_0 r_n \cos(\sum \alpha_{\mathrm{i}})} \tag{15}$$

所以

$$\Delta d_2 = \sum l_{\mathrm{i}} - D \tag{16}$$

最后就可以得到光线的弯曲改正

$$\Delta d = \Delta d_1 + \Delta d_2 \tag{17}$$

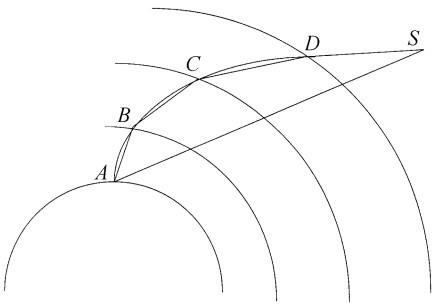

图 1 大气分层和光线在各层内传播示意图
Fig. 1 A scheme to atmospheric layers and propagating path of light

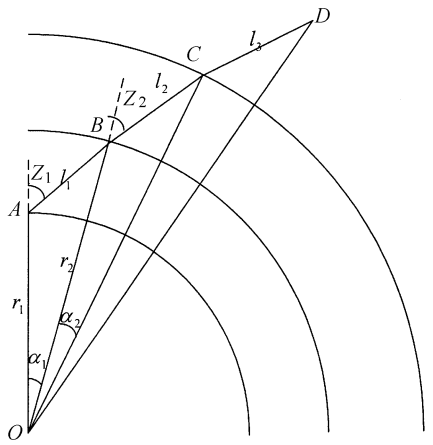

图 2 光线在各层内直线传播距离的计算
Fig. 2 Calculation of light linearly propagating distance in each layer

4 计算结果

根据上面的公式 (11) 、 (16), 代入标准大气模型的数据，编程进行计算即可得到结果.

4.1 Δd_1 和 Δd_2 的计算

首先计算每一球层光线相对于大气层外的弯曲角度，它们的差值即为两个球层之间的光线弯曲角度，代入公式 (11) 即可计算 Δd_1. 式 (11) 中的量 γ 即光线的弯曲角度，在地面时的 γ, 也就是 (7) 式的总弯曲角 γ_0, 即为蒙气差. 我们计算了天顶距从 5°—75°, 每隔 5° 的 γ_0 共 15 个值，与中国天文年历上相应的标准蒙气差数据进行对比 [4], 相对误差最小值为 6.3%, 最大值为 6.6%, 平均值为 6.5%. 由于我们的模型是一种简化模型，我们认为这样的相对误差应该是可以允许的. 尤其是在大天顶距时，相对误差并未增大，表明了我们模型的可靠性. 这一比较可以作为本文最终结果可信度的一种检验.

再根据公式 (16) 计算 Δd_2. 编程计算的结果如下：

表 1 改正的计算结果

Table 1 Calculated Corrections

天顶距	Δd_1	Δd_2	Δd
5	0.000016	0.001468	0.001483
10	0.000065	0.006035	0.006100
15	0.000152	0.014197	0.014349
20	0.000288	0.026926	0.027215
25	0.000491	0.045817	0.046308

表 1　(续)

Table 1　(continued)

天顶距	Δd_1	Δd_2	Δd
30	0.000787	0.073470	0.074257
35	0.001223	0.114199	0.115422
40	0.001877	0.175245	0.177122
45	0.002886	0.269402	0.272288
50	0.004504	0.420369	0.424874
55	0.007239	0.675246	0.682485
60	0.012184	1.136061	1.148245
65	0.022008	2.050582	2.072590
70	0.044303	4.122645	4.166948
75	0.106287	9.864349	9.970636
80	0.349321	32.174803	32.52412
85	2.224764	192.987997	195.212761

由表 2 可以看出，天顶距在 60° 以下时，弯曲改正值小于 1mm, 可以忽略不计. 而当天顶距超过 70° 时，弯曲改正值急剧增加. 所以在大天顶距时应该考虑到该效应的影响.

4.2 与已有结果的比较

本文的结果与严豪健 [5] 、李延兴等 [6] 、冒蔚等 [7] 的 3 篇文章的结果进行的比较如下表所列.

表 2　与文 [5-7] 的结果的比较

Table 2　Comparisons with Articles [5-7]

Z	60°	65°	70°	75°	80°	85°
本文 Δd	1.148	2.073	4.167	9.971	32.524	195.21
文 [5] ΔS	0.288	0.521	1.055	2.560	8.689	65.786
文 [6] ΔS	1.229	2.213	4.431	10.522	33.658	198.301
文 [7] ds_1	0.949	1.716	3.457	8.318	27.611	190.230
文 [7] ds_2	1.013	1.831	3.690	8.878	29.470	203.030

5 结论

本文在计算中采用球对称大气模型， Δd_1 的计算公式也是推自该模型的基础之上，Δd_2 的推导则是严格的几何证明，均具有很高的可信度. 此外在计算时使用美国 1976 标准大气模型，这个模型迄今为止仍然是最精确的. 对大气层做分层时，没有采用一般文献中所用的 19 层的数据 (其中折射率在 1 以上的只有 14 层), 而是使用原始公式重新计算并采用了 40 层的分层，提高了计算的精确度.

如前所指出的，光线在大天顶距下必须考虑到路径弯曲改正，但当接近地平时，光线在大气层中的传播可能处于一种混沌状态，基础的 Snell 折射公式需要修正，所以本文对于 80° 以上的高天顶距不计算改正值.

由表 2 可以看出，本文计算结果与同样采用美国 1976 标准大气模型来计算的文 [6] 结果非常接近，差距在 7% 以内，与采用不同模型计算的文 7 相比，也是在较接近的范围内，而与文 [5] 的差别则较大.

参 考 文 献

1 默里 C A., 童傅等译. 矢量天体测量学，科学出版社， 1990
2 严豪健，符养，洪振杰. 现代大气折射引论，上海科技教育出版社， 2006.1
3 美国 1976 标准大气模型 http://scipp.ucsc.edu/outreach/balloon/atmos/1976%20Standard%20Atmosphere.htm
4 中国科学院紫金山天文台， 2006 年中国天文年历，科学出版社， 2006
5 严豪健. 对流层大气折射延迟改正 (I): 经典理论 (J), 天文学进展， 1995, 13(4): 380
6 李延兴，胡新康，帅平. 卫星信号大气层路径弯曲改正的精确计算模型 (J), 大地测量与地球动力学， 2002, 22(1): 6
7 冒蔚，杨磊，铁琼仙. 电磁波折射延迟的弯曲改正，天文学报， 2008, 49 (1): 107-112

Atmospheric Refraction and Delay of Path Curvature

TONG Xu XIAO Nai-yuan

(*Department of Astronomy, Nanjing University, Nanjing* 210093)

Abstract The propagating path of electromagnetic wave through the atmosphere is affected by refraction, so the direction is changed, the path becomes a curve, the length is longer than the distance of beeline and the time is also protracted. Using a simplified spherically symmetrical model of atmosphere we calculated the corrections to delay of path curvature due to atmospheric refraction with different zenith distances.

Key words Earth: Atmosphere, Astronomical Instrumentation, Methods and Techniques: Atmospheric Effects