第 49 卷 第 4 期 天 文 学 报 Vol.49 No.4
2008 年 10 月 ACTA ASTRONOMICA SINICA Oct., 2008

恒星初始质量分布函数对伽玛暴爆发率的影响*

许丛易† 韦大明

(中国科学院紫金山天文台 南京 210008)

摘要 伽玛射线暴的产生机制比较公认的是：长暴产生于大质量恒星死亡；短暴产生于密近双星合并. 因此人们很自然地推测长暴和恒星形成率直接成比例，但是最近数据分析表明这并不能很好地拟合观测. 考虑到只有质量大于某一临界质量的大质量恒星才可能产生长暴，因此恒星初始质量分布函数对长暴的产生率会有较大影响. 考虑用恒星初始质量分布函数来解释长暴观测个数随红移的分布，得到了比较好的结果.

关键词 γ 射线：暴，恒星：光度函数，质量函数
中图分类号： P 172; **文献标识码**： A

1 引言

伽玛暴 (GRB) 的红移可以从它们的余辉观测中定出来 [1,2], 由此可以确认 GRB 的宇宙学起源 [3−5]. 观测表明长暴的宿主星系经常是不规则星系，并且伴随有大量的恒星形成 [6−9], 这证实了长暴发生在恒星形成区、起源于大质量恒星死亡这一较早的猜测 [10−12] . 长暴与超新星爆发成协也支持长暴的塌缩星模型 [13,14] . 由于大质量恒星寿命很短，故可以认为它们一诞生就死亡并产生 GRB, 这不会影响伽玛暴个数随红移的统计结果.

Bissaldi 等 [15] 比较了长暴爆发率和 Ib/c 型超新星爆发率，发现两者比例在 10^{-2}—10^{-3} 之间. Guetta & Piran[16] 假设长暴爆发率正比于恒星形成率，分别对 BATSE 、Swift 两组数据进行了单独拟合，发现两组数据都可以用一个光度函数 L 来拟合 N—P (观测个数 — 峰值流量) 图，但是对 BeppoSax/HETE2 、 Swift 的两组观测数据 —— 伽玛暴的个数随红移的分布，却拟合得不太好.

观测表明 GRB 偏向于产生在低金属丰度星系里 [17−25]. Li[26] 在计算中考虑了金属丰度的演化对 GRB 爆发率的影响，用来拟合长暴观测，获得了比较好的结果.

但是能形成长暴的恒星其质量有限制，通常认为只有质量大于某一临界质量的大质量恒星才可能产生长暴，所以恒星的初始质量分布函数 (IMF) 对伽玛暴数目随红移分布有直接的影响. 本文就 IMF 的影响进行分析，讨论考虑 IMF 后长暴爆发率随红移的演化关系.

2007-12-25 收到原稿， 2008-01-08 收到修改稿
∗ 国家自然科学基金 (10673034, 10621303) 、国家 “973” 项目 (2007CB815404) 资助项目
† cyxu@pmo.ac.cn

2 初始质量分布函数

恒星诞生时质量的分布情况就叫恒星的初始质量分布. Salpeter[27] 最早对其进行了研究，得出了以下分布公式:

$$\begin{cases} dN_{\rm s} = \psi(m)dm \propto \xi(m)d\log m \\ \xi(m) = m^{-\alpha} \\ \alpha = 1.35 \end{cases}, \tag{1}$$

dN_s 表示质量在 $m \sim m + dm$ 间恒星的个数.

后来许多人对 IMF 随红移的演化进行了研究. Kroupa[28] 指出不同环境的恒星 IMFα 指数会有所不同. Scalo[29] 也说到宇宙空间中不同地点的 IMF 指数会有所不同，但是总的平均起来，指数还是接近 Salpeter 的结果. Baldry 等 [30] 指出，直到较大红移处 α 指数都不怎么变化 ($\alpha = 1.15 \pm 0.2$), 和 Salpeter 的相吻合.

根据这些结果，我们在此认为指数 α 不随红移变化. 然而不同红移处恒星的质量分布范围是不一样的. Elmegreen[31] 认为，在 z=0 处恒星质量范围是 $0.01M_\odot - 50M_\odot$. Baldry[30] 指出，在 z=5 处恒星质量上限在 $120M_\odot$ 左右. Schneider 等 [32] 推测，在 z=10 处第一代恒星质量范围为 $100M_\odot - 300M_\odot$. 虽然满足上述条件的函数有多种，我们这里采用如下的式子来表达随红移演化的 IMF:

$$\xi(m) = \begin{cases} m^{-1.35} \\ m_{\rm l} \le m \le m_{\rm u} \\ m_{\rm l} = 0.01\left(\frac{100}{0.01}\right)^{z/10} M_\odot \\ m_{\rm u} = 50\left(\frac{300}{50}\right)^{z/10} M_\odot \end{cases}, \tag{2}$$

3 伽玛暴爆发率随红移的关系

3.1 长暴的前身星

很多人都研究了恒星的质量最少要多少才能产生伽玛暴. 文 [10,15,33,34] 中都指出了较大可能 $40M_\odot$ 是其下限. 故我们认为只有大于 40 个太阳质量的恒星才可能形成长暴. 所以长暴的个数应该和这部分恒星的个数成正比.

3.2 光度函数 Φ

$\Phi(L)dL$ 表征了光度在 $L \sim L + dL$ 之间的暴的个数占的比例. 我们假设其不随红移演化. 它有截断单幂率式、双幂率式、 Schechter 形式. 这里我们采用较简单的 Schechter 形式:

$$\Phi(L) = \frac{1}{L_\star}\left(\frac{L}{L_\star}\right)^{\beta} \exp(-L/L_\star)\,, \tag{3}$$

式中 $L_\star$(特征光度) 和 β 是待拟合参数.

3.3 计算

引入 $R_{\rm GRB}(z)$, 它表示在红移 z 处单位时间单位体积里面 GRB 的个数，它的形式见下面.

利用 IMF, $R_{\rm SFR}$(恒星形成率), 分析红移 z 处体积为 V 的一处空间. 令其 IMF 为 $A\xi(m)$ 则 $\int_{m_{\rm l}}^{m_{\rm u}} Am\xi(m)d\log\, m = R_{\rm SFR}V$, 从而

$$R_{\rm GRB} \propto \frac{N_{m>40M_\odot}}{V} = \frac{\int_{40M_\odot}^{m_{\rm u}} A\xi(m)d\log m}{\underbrace{\int_{m_{\rm l}}^{m_{\rm u}} mA\xi(m)d\log m}_{R_{\rm SFR}}} = \frac{\int_{40M_\odot}^{m_{\rm u}} \xi(m)d\log m}{\int_{m_{\rm l}}^{m_{\rm u}} m\xi(m)d\log m}R_{\rm SFR},$$

不妨假设

$$R_{\rm GRB} = K\left(\frac{c}{H_0}\right)^{-3}\frac{\int_{40M_\odot}^{m_{\rm u}} \xi(m)d\log m}{\int_{m_{\rm l}}^{m_{\rm u}} m\xi(m)d\log m}R_{\rm SFR}\,, \tag{4}$$

其中， K 是待定常数，引入 $\left(\frac{c}{H_0}\right)^{-3}$ 的目的在于简化数据分析； $R_{\rm SFR}$(单位是 $M_\odot$ ${\rm yr}^{-1}{\rm Mpc}^{-3}$), 我们采用 Hopkins & Beacom[35] 得出的分段幂率形式:

$$\log R_{\rm SFR} = a + b\log(1+z)$$

$$(a,b) = \begin{cases} (-2.02, 3.44), z < 0.97 \\ (-0.930, -0.26), 0.97 < z < 4.48 \\ (4.46, -7.8), z > 4.48 \end{cases},$$

则我们观测到的伽玛暴在 $z \sim z+dz$ 、 $L \sim L+dL$ 间的爆发率为

$$\frac{dN}{dt} = \Phi(L)\frac{R_{\rm GRB}}{1+z}\frac{dV(z)}{dz}dLdz\,, \tag{5}$$

其中， $\frac{dV(z)}{dz} = 4\pi D_{\rm com}^2\frac{dD_{\rm com}}{dz}$; $D_{\rm com}(z) = \frac{c}{H_0}\int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_{\rm m}(1+z')^3+\Omega_\Lambda}}$.

3.4 长暴爆发率随红移的变化

我们选出 Swift 观测到的有确定红移的 64 个长暴 [36], 其分布如图 1. 由于探测器有观测阈值，我们取 $F_{\rm lim} = 1.2\times10^{-8}{\rm erg\ cm^{-2}\ s^{-1}}$ 作为最低可测流量 [26]. 故而，最低可测光度为

$$L_{\rm lim}(z) = 4\pi\ D_L^2(z)F_{\rm lim}\,, \tag{6}$$

光度距离 $D_L = (1+z)D_{\rm com}$.

和 Li[26] 一样为便于统计，引入 Q 参数，定义为:

$$Q(z) = \left(\frac{c}{H_0}\right)^{-3}\int_0^z \frac{1}{1+z}\frac{dV}{dz'}dz'\,, \tag{7}$$

这样我们将 N 和 Z 的关系，转化为 N 和 Q 的关系. 故而实际观测到的暴随 Q 的关系应为:

$$\Delta N(Q) = \left[\int_{L_{\rm lim}(z)}^{\infty}\Phi(L)\frac{R_{\rm GRB}(z)}{1+z}\frac{dV(z)}{dz}\frac{dz}{dQ}dL\right]dQ\Delta t_{\rm obs}\,, \tag{8}$$

$\Delta t_{\rm obs}$ 是探测器观测的时间. $L_{\rm lim}(z)$ 由 (6) 式决定，是 z 的函数. 由于 z 是 Q 的函数，故 $L_{\rm lim}(z)$ 可化为 Q 的函数.

为了克服选择效应的影响， Li[26] 选取一些红移小、光度大于 $0.8\times10^{51}\mathrm{erg\ s^{-1}}$ 的亮暴. 它们红移越小, 受选择效应影响越小, 越不存在探测极限问题, 因为它们光度大, 距离近, 故而公式可以简化为:

$$\Delta N(Q)=\left[\int_{\mathrm{L_{lim}}}^{\infty}\Phi(L)\frac{R_{\mathrm{GRB}}(z)}{1+z}\frac{dV(z)}{dz}\frac{dz}{dQ}dL\right]dQ\Delta t_{\mathrm{obs}}\,, \tag{9}$$

和 (8) 式中 $L_{\mathrm{lim}}(z)$ 不同, 此处 $L_{\mathrm{lim}}=0.8\times10^{51}\mathrm{erg\ s^{-1}}$ 是固定值不随红移变化. 这可以作为选择拟合参数的又一依据. 光度大于 $0.8\times10^{51}\mathrm{erg\ s^{-1}}$ 的亮暴共有 45 个, 其中红移小于 4 的有 33 个, 如图 2. 综合 (8) 式 (描述一般长暴) 和 (9) 式 (描述选择效应小的亮暴) 一起拟合, 可以得到参数为：$L_\star=1.5326\times10^{52}$ erg s - 1, $\beta=-1.05$, $\Delta t_{\mathrm{obs}}K=61151.97$, 结果见图 1 和图 2.

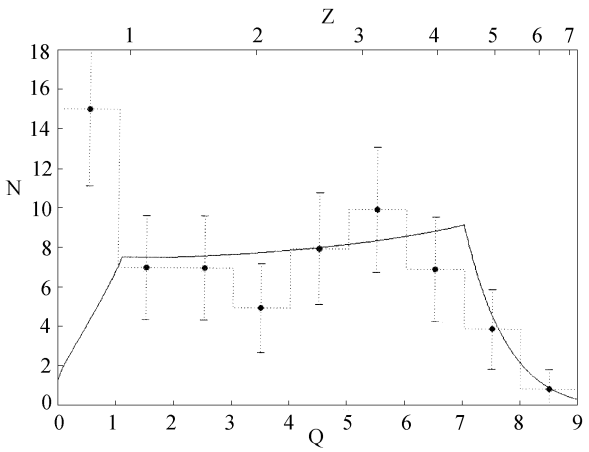

图 1 图中带有误差棒的实心点代表 S wift 观测到的 64 个长暴 [26]. 每个实心点纵坐标代表相应 $Q_{\mathrm{i}}\sim Q_{\mathrm{i}}+1$ 的段里面的暴的个数. 实线是我们考虑 IMF 后得到的最佳拟合曲线. 上面横坐标标出了对应 Q 的红移值 Z.

Fig. 1 Distribution of Q for all the 64 Swift GRBs, the points with error bars represent the number of GRBs lying between $Q_{\mathrm{i}}\sim Q_{\mathrm{i}}+1$[26]. The solid curve shows the best fit by equation (8). The top x-coordinate shows the redshift corresponding to the value of Q.

3.5 暴的个数 N 和光度 L 的关系

观测到的 $N-L$ 数据见图 3. 理论上, 由前面各式定义可以得出暴的个数随光度的关系:

$$\begin{aligned}\Delta N(L) &= \Phi(L)\left[\int_0^{z_{\max}(L)}\frac{R_{\mathrm{GRB}}(z)}{1+z}\frac{dV(z)}{dz}dz\right]\Delta L\Delta t_{\mathrm{obs}}\\ &= \ln 10\times L\Phi(L)\Delta t_{\mathrm{obs}}\Delta\log L\times\int_0^{z_{\max}(L)}\frac{R_{\mathrm{GRB}}(z)}{1+z}\frac{dV(z)}{dz}dz\end{aligned} \tag{10}$$

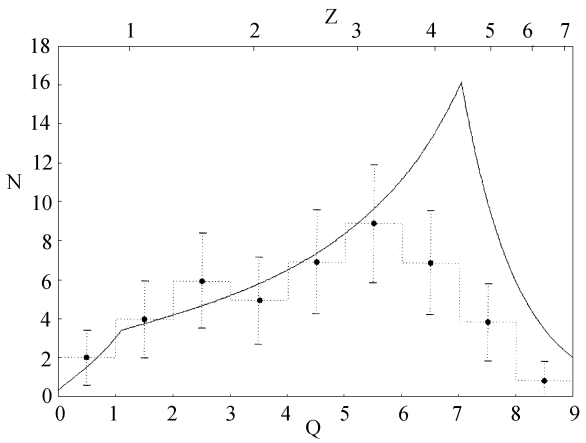

图 2　图中带有误差棒的实心点代表 45 个选出来的高光度的长暴 [26]. 实线是用第 3 节中拟合所得参数按 (9) 式得到的. 可见曲线只对选择效应较小的 ($z < 4$) 亮暴拟合得较好.

Fig. 2　Distribution of Q for 45 Swift GRBs with $L_{\rm iso} > 0.8 \times 10^{51} erg\ s^{-1}$ [26]. The solid curve is the result of equation (9) with the parameters obtained in section 3. It is obvious that the fit is only valid for these bright GRBs with little selection effect ($z < 4$).

式中 $z_{\rm max}(L)$ 是 L 的函数，由 (6) 式决定. 由前面拟合得到的参数据 (10) 式我们得到 $N - L$ 理论曲线，见图 3.

4　结果与讨论

长暴的产生机制比较公认的是大质量恒星的死亡. 现在的理论普遍认为，只有质量大于某一临界质量的大质量恒星才可能产生长暴，所以恒星的初始质量分布函数对伽玛暴数目随红移分布有直接的影响. 我们发现引入 IMF 后，可较好地拟合 Swift 观测数据.

综合 Swift 64 个暴和其中的亮暴一起拟合，得到的拟合参数为：

$L_\star = 1.5326 \times 10^{52}$ erg s^{-1} , $\beta = -1.05$, $\Delta t_{\rm obs} K = 61151.97$,

对 Swift64 个暴的拟合结果如图 1; 对亮暴的拟合结果如图 2. 图 1 中，低光度，低红移处的一类暴，其观测值明显超出理论预计值，这与文 [37,38] 认为暴存在低光度和高光度 2 个族分类的推测一致. 图 2 中，可以看出，实线只对低红移 ($z < 4$) 的亮暴拟合较好，这是因为它们的选择效应小，用 (9) 式来表达它们偏差小. 最后用所得参数据 (10) 式画出暴的个数和光度的关系如图 3, 也比较好地符合观测数据.

由于理论和观测数据有限， IMF 的具体形式及其随红移的演化，目前尚未有明确的结论，本文只是考虑了一个最简单的形式. 另外金属丰度随红移的演化对暴的形成率也有影响， Li[26] 就只考虑了金属丰度也得到了较好的结果. 将来，随着 GRB 样本个数的增多， IMF 和金属丰度的观测数据增加、理论的发展，那时再综合 IMF 和金属丰度这两个因素一起来分析，拟合观测，会得到更好的结果.

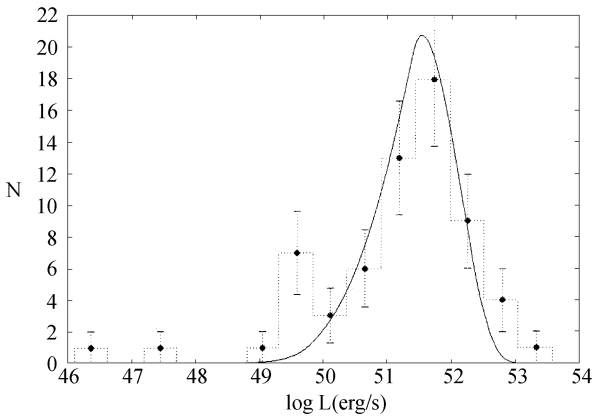

图 3 图中带有误差棒的实心点代表 64 个 Swift 观测到的长暴 [26]. 实曲线是用第 3 节中拟合所得参数按 (10) 式得到的

Fig. 3 Distribution of the isotropic-equivalent luminosity for 64 long-duration Swift GRBs[26] . The solid curve is plotted according to equation (10) with the parameters obtained in section 3

参 考 文 献

1 Metzger M. R., Djorgovski S. G., Kulkarni S. R., Steidel C. C., Adelberger K. L., Frail D. A., Costa E., Frontera F. Nat, 1997, 387, 878
2 van Paradijs J. et al. Nat, 1997, 386, 686
3 Piran T. Rev. Mod. Phys., 2004, 76, 1143
4 Zhang B., M'esz'aros P. Int. J. Mod. Phys., 2004, 19, 2385
5 M'esz'aros P. Rept. Prog. Phys., 2006, 69, 2259
6 Conselice C.J., et al. ApJ, 2005, 633, 29
7 Fruchter A.S., et al. Nat, 2006, 441, 463
8 Tanvir N. R., Levan A. J., 2007, to appear in the proceedings of "070228: The next decade of GRB afterglows",Amsterdam March 2007 (arXiv:0709.0861[astro-ph])
9 Wainwright C., Berger E., Penprase B. E. ApJ, 2007, 657,367
10 Woosley S.E. ApJ, 1993, 405, 273W
11 Paczy'nski B. ApJ, 1998, 494, L45
12 Wijers R. A. M. J., Bloom J. S., Bagla J. S., Natarajan,P. MNRAS, 1998, 294, L13
13 MacFadyen A.I., Woosley S.E. ApJ, 1999, 524, 262
14 MacFadyen A. I., Woosley S. E., Heger A. ApJ, 2001, 550,410
15 Bissaldi E., Calura F., Matteucci F., Longo F., Barbiellini G. A&A, 2007, 471, 585
16 Guetta D., Piran T. JCAP, 2007, 07, 3
17 Fynbo J.P.U., et al. A&A, 2003, 406, L63
18 Vreeswijk P.M., Moller P., Fynbo J.P.U., A&A, 2003, 409L, 5V
19 Prochaska J. X., et al. ApJ, 2004, 611, 200
20 Soderberg A. M., et al. ApJ, 2004, 606, 994
21 Gorosabel J., et al. A&A, 2005, 444, 711
22 Stanek K. Z., et al. Acta Astron., 2006, 56, 333
23 Wolf C., Podsiadlowski P. MNRAS, 2007, 375, 1049
24 Fynbo J.P.U., et al. 2006a, A&A, 451, L47

25 Savaglio S. New J. Phys., 2006, 195
26 Li-Xin Li. 2007, arXiv:0710.3587
27 Salpeter Edwin E. ApJ, 1955, 121, 161
28 Kroupa P. MNRAS, 2001, 322, 231
29 Scalo JM. 1998. In The Stellar Initial Mass Function, ed. G. Gilmore, D. Howell. ASP Conf. Ser. 142:201-36
30 Baldry Ivan K., Glazebrook K. ApJ, 2003, 593, 258
31 Elmegreen B.G., ASPC, 2007, 362, 269
32 Schneider R., Salvaterra R., Ferrara A., Ciardi B. MNRAS, 2006, 369, 825
33 van Marle A.J., Langer N., Achterberg A., García-Segura G. RMxAC, 2007, 30, 1
34 Davies Melvyn B., Levan Andrew J., Larsson J., King Andrew R., Fruchter Andrew S. AIPC, 2007, 906, 69
35 Hopkins A.M., Beacom J.F. ApJ, 2006, 651, 142
36 Kistler M. D., Yuksel H., Beacom J. F., Stanek K. Z. ApJ, 2007, submitted (arXiv:0709.0381 [astro-ph])
37 Liang E., Zhang B., Virgili F., Dai Z.G. ApJ, 2007, 662, 1111
38 Guetta D., Della Valle M. ApJ, 2007b, 657L, 73

The Effect of the Initial Mass Function on the Burst Rate of GRBs

XU Cong-yi WEI Da-ming
(1 *Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing* 210008)

Abstract It has been recognized that the long duration gamma-ray bursts(LGRBs) originate from core collapsing of massive stars and the short duration gamma-ray bursts(SGRBs) originate from merging of tight binary systems. So it is naturally speculated that the LGRBs should follow the star formation rate (SFR), but the recent calculation indicated that the LGRB did not exactly trace the SFR . Since only massive star can produce LGRB, the initial mass function (IMF) should have significant influence on the GRB rate . Here we calculate the cosmic GRB rate supposing that the IMF evolves with redshift, and find that we can fit the observation well when the effect of IMF has been taken into account.

Key words Gamma-ray: Bursts, Stars: Luminosity Function, Mass Function