

两行根数辅助的 SLR 单站定轨^{*}

梁智鹏^{1,2†} 刘承志¹ 范存波¹ 孙明国¹

(1 中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站 长春 130117)

(2 中国科学院研究生院 北京 100049)

摘要 单站测距资料定轨的困难限制了漫反射 SLR (Satellite Laser Ranging) 测距资料的应用. 为此, 提出利用两行根数模拟多站 SLR 测距资料作为辅助, 实现单站 SLR 测距资料定轨的方法. 该方法对卫星 Ajisai 单站 SLR 测距资料定轨并生成 5 d 预报轨道, 误差小于 40 m, 实现利用单站测距资料的轨道改进, 验证了方法的可行性.

关键词 航天器, 天体力学: 轨道计算与定轨

中图分类号: P 135; **文献标识码:** A

1 引言

卫星激光测距技术可提高空间碎片观测精度. 现阶段, 空间碎片的漫反射测距正处于起步阶段, 预报所用轨道根数来源多为两行根数 (TLE, Two-Line Element). 因空间碎片漫反射回波率低及两行根数轨道预报不准等问题增加了观测难度, 故观测结果多为单站短弧测距资料, 不能直接定轨^[1], 从而限制了高精度的激光测距资料在空间碎片轨道改进中的应用.

文献 [2–6] 中有将两行根数生成的轨道状态量用于定轨的做法. 我们在此基础上, 从常规多站测距资料处理程序出发, 提出模拟资料辅助单站定轨方法, 利用两行根数模拟多站测距资料辅助实际单站测距资料进行定轨, 以解决单站测距资料不能直接定轨的困难. 该方法所需的模拟测距资料是由两行根数和 SGP4 模型生成. 两行根数是美国战略司令部 (USSTRATCOM, United States Strategic Command) 发布空间目标编目数据采用的格式, 主要包含平均轨道的开普勒根数; 两行根数配套的 SGP4 模型由北美联合防空司令部 (NORAD, North American Aerospace Defense Command) 提供, 可用于恢复两行根数对应目标的轨道信息, 其摄动因素包括 J_1 至 J_5 项、日月摄动以及大气阻尼^[7]. 本文用 SGP4 与最新两行根数生成卫星 Ajisai 轨道, 5 d 弧段的位置中误差约为 7×10^2 m (参见表 1).

2011-06-22 收到原稿, 2011-08-12 收到修改稿

^{*} 国家自然科学基金项目 (11073033) 资助

[†] zhipengliang@gmail.com

2 方法概述

文献 [1] 指出, 单站短弧测距资料不能直接定轨, 因为其生成的雅可比矩阵接近奇异, 即 $|B| \approx 0$, 无法从观测量求解轨道状态信息. 在只有单站测距资料的情况下, 为了获取定轨所必需的多站测距资料, 可以利用已知的具有一定误差的轨道信息生成模拟测距资料共同参加定轨, 并通过加权手段降低模拟资料误差的影响. 由于 SLR 观测总是先具有预报轨道, 因此本文所述模拟资料辅助单站定轨的方法适用于所有 SLR 测距资料.

SLR 测距资料可表为 (t, ρ) 的形式, 其中 t 为观测时刻, ρ 为测站与卫星距离观测量. 模拟资料辅助单站定轨方法主要分 3 步:

- (1) 使用最新两行根数, 结合 SGP4 模型生成卫星轨道.
- (2) 利用轨道信息生成模拟多站测距资料.
- (3) 指定实测资料与模拟资料的权重, 调整迭代收敛标准, 进行统计定轨.

完成定轨后, 可外推得精度较高的轨道, 实现轨道改进.

3 数据处理和分析

我们选用带有后向反射器的卫星 Ajisai 作为试验对象, 分析模拟资料辅助单站定轨方法的效果. 作为比较标准, 我们取卫星 Ajisai 在 2010 年 3 月 1 日至 6 日共 6 d 的全球 SLR 数据进行精密定轨生成标准轨道 [8], 并通过下列计算和比较来验证模拟资料辅助单站定轨方法的效果:

- (1) 用最新两行根数生成 5 d 预报, 与标准轨道比较, 分析其误差.
- (2) 用两行根数模拟多站测距资料进行统计定轨, 验证纯模拟资料定轨的可行性, 分析其误差.
- (3) 用多站模拟测距资料辅助单站实际测距资料进行统计定轨, 以验证该方法的可行性, 并分析其误差特点. 通过与纯模拟资料的定轨结果作比较, 指出单站测距资料的作用.
- (4) 用上述定轨结果外推 5 d 预报, 分析其误差变化, 并与两行根数预报作比较, 说明辅助定轨方法对轨道的改进作用.

我们将上述不同途径所生成的轨道与标准轨道均转换到地固坐标系 (TEF, True Earth Fixed) 中作统计比较. 此外, 我们还统计卫星位置误差所引起的, 长春人卫站站心坐标内方位角、高度角与斜距误差, 并探讨误差对 SLR 观测的影响. 各项统计均取最大误差与中误差 (RMS, Root Mean Square) 作为统计量. 最大误差定义为指定的时间区间内误差绝对值的最大值. 中误差则定义为: 若样本规模为 k , 误差序列记为 y_j , 则中误差 σ^* 可如下算出:

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k y_j^2}.$$

上述地固坐标系的定义为: 坐标原点在地球质心; Z 轴指向北极的国际习用原点 (CIO), 基本平面与 Z 轴垂直, X 轴在基本平面内由地球质心指向格林尼治子午圈. X ,

Y, Z 轴成右手系^[9]. 另外, 两行根数轨道所在坐标系为真赤道平春分点坐标系 (TEME, True Equator Mean Equinox)^[10], 要转换到地固坐标系, 需将标架旋转格林尼治平恒星时 (GMST, Greenwich Mean Sidereal Time) 时角并作极移改正.

3.1 两行根数预报误差的分析

在空间碎片的相关研究中, 两行根数最为常用, 但发布两行根数的 USSTRATCOM 官方没有说明其精度^[2]. 下面我们利用两行根数生成卫星 Ajisai 的轨道, 并分析其误差. 这里的两行根数预报使用 www.space-track.org 发布的 2010 年 3 月 1 日第 1 组两行根数, 通过 SGP4 模型生成轨道, 预报弧段为 2010 年 3 月 2 日至 7 日 (MJD 55257.0~55262.0), 采样间隔 1 min, 并从 TEME 坐标系转换到地固坐标系. 从表 1 可以看到, 用两行根数作卫星轨道的 5 d 预报, 最大位置误差可达 1 km 以上; 若从长春人卫站进行 SLR 观测, 其站心斜距中误差约 4×10^2 m, 最大斜距误差超过 1 km, 给观测过程中距离门的设置带来困难.

表 1 两行根数预报卫星 Ajisai 轨道 5 d 误差统计表

Table 1 Error statistics of the orbit prediction of the satellite Ajisai in the five-day span using TLEs

Term	RMS error	Maximum error
Coordinate x (m)	481.9051	1171.0943
Coordinate y (m)	479.2596	1467.1350
Coordinate z (m)	170.8760	498.6605
Position (m)	700.8001	1496.1654
Azimuth* (")	42.9807	227.0201
Elevation* (")	78.3399	2249.0497
Range* (m)	415.6379	1211.5066

* For Changchun Observatory with elevation $\geq 20^\circ$.

3.2 模拟多站测距资料的生成

模拟多站测距资料是由两行根数生成的轨道经坐标转换和大气延迟改正而算得, 具体分为 3 步:

(1) 通过坐标转换, 计算卫星的站心球面坐标 (A, E, ρ) , 其中 A 为方位角、 E 为高度角、 ρ 为测站与卫星的距离.

(2) 选取高度角 E 较大的点, 对距离 ρ 作大气延迟改正^[11], 将 (t, A, E, ρ) 转换成观测资料格式, 其中 t 为观测时刻.

(3) 对多个 SLR 测站坐标重复第 (1)、(2) 步, 生成模拟多站测距资料.

其中折射模型采用 Marini-Murray 模型^[11], 气象参数均以通常值代入. 模拟中所用的 SLR 测站坐标共 5 个, 从国际激光测距组织 (ILRS, International Laser Ranging Service)^[8] 的全球观测网络选取, 均为 ITRF 基准站, 保证了测站坐标的精度. 测站代号及编号分别为 Yaragadee (7090)、Graz (7839)、Monument Peak (7110)、San Juan (7406)、Kunming (7820).

本文所用的模拟多站测距资料时间区间为 2010 年 3 月 1 日至 4 日 (MJD 55256.0~55259.0),

采样间隔 1 min, 并筛选其中站心地平高度角较大 (本文取大于 50°) 的数据点共 430 个.

3.3 模拟多站数据定轨误差的分析

文献 [2-5] 中使用两行根数进行定轨的做法均为直接使用卫星状态量作为观测量及初轨, 而通过模拟 SLR 测距资料定轨的方法则尚无报道. 本节对模拟多站 SLR 测距资料进行定轨, 并分析定轨误差.

定轨弧段取 2010 年 3 月 1 日至 4 日, 对应简化儒略日 (MJD) 55256.0 至 55259.0. 动力学模型简要叙述如下: 地球引力场采用 JGM-3 模型, 阶次取 $n = 70$, $m = 70$; 大气阻力采用 DTM 模型计算; 日月摄动, 日月位置采用 DE 405 行星历表计算; 太阳光压和地球反照辐射压摄动; 固体潮和海潮摄动; 广义相对论摄动 (后牛顿效应); 地球自转转变附加摄动; 目标形状近似为球形. 定轨结果与标准轨道的比较如表 2 所示, 可见其位置中误差超过 6×10^2 m, 站心斜距中误差超过 3×10^2 m, 与两行根数结果相近.

表 2 两行根数模拟多站数据确定卫星 Ajisai 轨道 3 d 弧段误差统计表

Table 2 Error statistics of the three day's arc orbit determination of the satellite Ajisai using TLE simulated multi-station data

Term	RMS error	Maximum error
Coordinate x (m)	474.1399	1122.3224
Coordinate y (m)	470.3644	1098.6143
Coordinate z (m)	158.5206	395.1755
Position (m)	686.4256	1168.7608
Azimuth* ($''$)	32.8158	574.1001
Elevation* ($''$)	66.3073	2675.0114
Range* (m)	372.2249	1062.8395

* For Changchun Observatory with elevation $\geq 20^\circ$.

3.4 辅助定轨误差的分析

辅助定轨, 即模拟数据辅助的单站定轨, 是将模拟多站 SLR 测距资料与实际单站 SLR 测距资料合并, 进行统计定轨. 单站测距资料取长春人卫站在 2010 年 3 月 2 日 1 d 内对卫星 Ajisai 的测距资料, 分为 5 圈 (pass), 共 68 个标准点. 模拟多站测距资料、定轨的动力学模型和弧段设置同上节, 另外, 通过指定测站权重比例, 实现模拟资料与实际资料 $1:1 \times 10^4$ 的相对权重.

辅助定轨结果与标准轨道的比较值如图 1~2 及表 3 所示. 从结果可以看出, 定轨误差的时间分布并不均匀, 在中间弧段存在实测资料, 误差大大减少. 在两侧弧段, 误差逐渐增长, 最多可达 6×10^2 m, 而在中间弧段, 误差被控制在 10 m 以内 (图 2). 可见, 实测资料的加入显著改善了局部定轨精度, 相比纯模拟数据定轨, 误差在中间弧段低一个数量级. 从整体来看, 站心斜距中误差约 1×10^2 m, 与纯模拟测距资料定轨结果相比改善明显.

表 3 两行根数辅助确定卫星 Ajisai 轨道误差统计表

Table 3 Error statistics of the TLE aided orbit determination for the satellite Ajisai

Term	RMS error	Maximum error
Coordinate x (m)	133.5065	438.5936
Coordinate y (m)	149.3120	652.3535
Coordinate z (m)	126.9119	485.6350
Position (m)	237.1174	688.5467
Azimuth* (")	14.1722	448.5125
Elevation* (")	11.9277	384.8954
Range* (m)	108.4366	519.8057

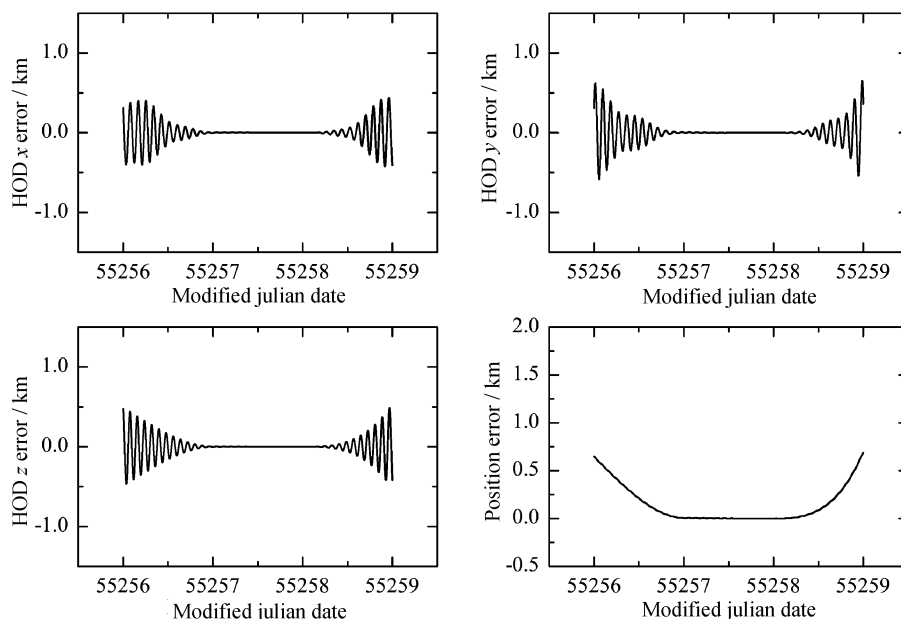
* For Changchun Observatory with elevation $\geq 20^\circ$.

图 1 两行根数辅助确定卫星 Ajisai 轨道误差时间曲线

Fig. 1 Error time series of the TLE aided orbit determination for the satellite Ajisai

3.5 外推预报误差的分析

使用辅助定轨方法对单站测距资料定轨后, 从定轨结果中取卫星在指定时刻的位置和速度外推, 有望提供较高精度的预报, 从而实现轨道改进. 从上一节看到, 含有实测资料的 2010 年 3 月 2 日 (MJD 55257.0~55258.0) 定轨误差较小, 从这一天中取点外推可望得到精度较高的预报. 为了计算方便, 我们把外推初始时刻选在这一天的零时. 从上一节辅助定轨结果中取 2010 年 3 月 2 日零时的卫星位置和速度矢量, 外推此后的预报星历, 外推弧段为 2010 年 3 月 2 日至 7 日 (MJD 55257.0~55262.0) 共 5 d, 所用的动力学模型与上节统计定轨时相同.

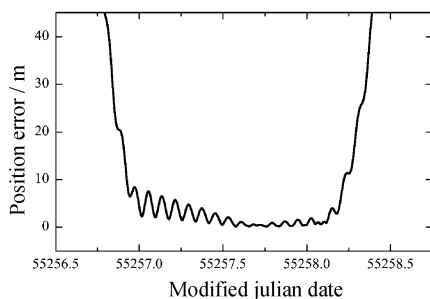


图 2 两行根数辅助定轨误差时间曲线细节

Fig. 2 Detailed plot of the error time series of the TLE aided orbit determination

外推预报轨道的误差时间曲线如图 3 所示, 误差统计如表 4 所示. 预报轨道的最大位置误差以大约 5 m/d 的速度增长, 最终在第 5 d 结束时达到最大, 略小于 40 m; 站心斜距误差也小于 30 m, 与两行根数轨道相比, 误差显著减小. 表 5 列出由辅助定轨结果外推轨道与两行根数预报轨道的误差对比, 可见我们通过辅助定轨方法处理单站测距资料, 实现了轨道精度的明显改进.

表 4 使用辅助定轨结果的卫星 Ajisai 轨道 5 d 预报误差统计表

Table 4 Error statistics of the five-day prediction for the satellite Ajisai using the TLE aided orbit determination result

Term	RMS error	Maximum error
Coordinate x (m)	9.6306	37.3617
Coordinate y (m)	9.6919	38.7627
Coordinate z (m)	7.7936	19.7638
Position (m)	15.7297	39.3758
Azimuth* (")	0.4790	9.8808
Elevation* (")	0.6152	19.0630
Range* (m)	5.9704	27.7826

* For Changchun Observatory with elevation $\geq 20^\circ$.

表 5 各方法对卫星 Ajisai 预报 5 d 的位置误差统计表

Table 5 Position error statistics of the five-day prediction for the satellite Ajisai using different methods

Prediction method	RMS error (m)	Maximum error (m)
TLE+SGP4	700.8001	1496.1654
TLE aided orbit determination	15.7298	39.3758

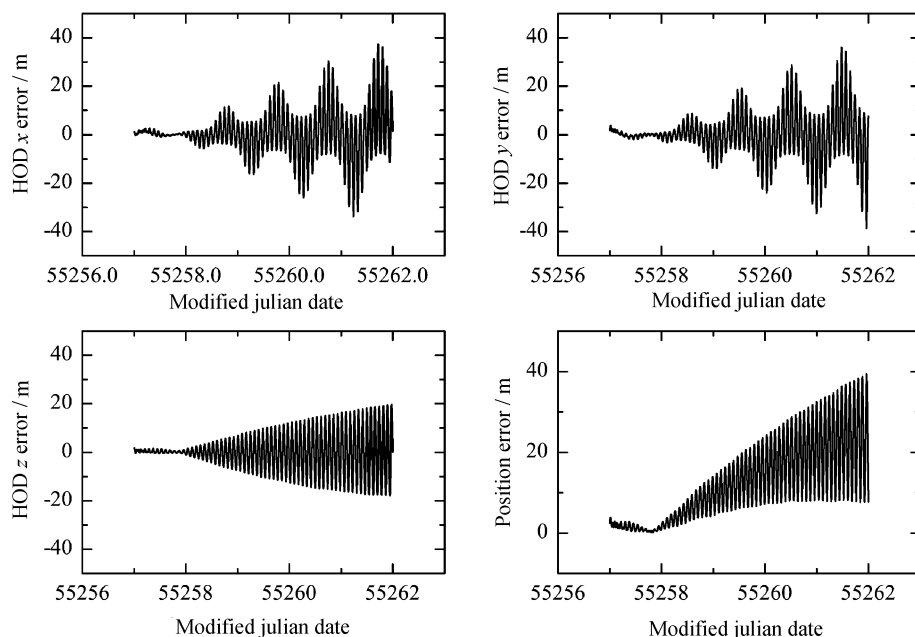


图 3 使用辅助定轨结果的卫星 Ajisai 轨道 5 d 预报误差曲线

Fig.3 Error time series of the five-day prediction for the satellite Ajisai using the TLE aided orbit determination result

4 结论

将以上对卫星 Ajisai 轨道的分析结果, 简单总结如下:

(1) 两行根数生成的预报, 位置中误差约 7×10^2 m. 用两行根数模拟多站测距资料可以定轨, 位置中误差约 7×10^2 m, 误差与两行根数结果相近.

(2) 用模拟多站测距资料与实际单站测距资料进行统计定轨, 位置误差在含有实测资料的弧段中小于 10 m, 远离该弧段则增大至 7×10^2 m. 从辅助定轨的结果外推, 5 d 预报位置误差在 40 m 以内, 与两行根数预报相比, 精度有明显改进.

以上结果表明, 使用模拟数据辅助单站定轨方法, 可以实现单站 SLR 测距资料定轨, 并为后续的跟踪观测作出较准确预报. 这就为激光测距资料在空间碎片轨道改进中的应用提供了新途径.

致谢 此研究使用的 SLR 标准点资料从国际激光测距服务 (ILRS) 获得.

参 考 文 献

- [1] 刘林. 人造地球卫星轨道力学, 北京: 高等教育出版社, 1992: 73-76
- [2] 韦栋, 赵长印. 天文学报, 2009, 50: 332
- [3] Wei D, Zhao C Y. ChA&A, 2010, 34: 69
- [4] 韩蕾, 陈磊, 周伯昭. 中国空间科学技术, 2004, 04: 67

- [5] 刘卫, 缪元兴. 天文研究与技术, 2010, 7: 318
- [6] Levit C, Marshall W. AdSpR, 2011, 47: 1107
- [7] Hoots F R, Roehrich R L. Spacetrack Report No.3, Colorado Springs CO: US Air Force Aerospace Defence Command, 1980: 1-3
- [8] Pearlman M R, Degnan J J, Bosworth J M. AdSpR, 2002, 30: 135
- [9] 李济生. 人造卫星精密轨道确定, 北京: 解放军出版社, 1995: 26-33
- [10] Seago J H, Vallado D A. AIAA 2000-4025: 14-17
- [11] Marini J W, Murray C W. Correction of Laser Range Tracking Data for Atmospheric Refraction at Elevations Above 10 Degrees, Greenbelt, MD: Goddard Space Flight Center, 1973

Two Line Element Aided Orbit Determination Using Single Station SLR Data

LIANG Zhi-peng^{1,2} LIU Cheng-zhi¹ FAN Cun-bo¹ SUN Ming-guo¹

(1 *Changchun Observatory, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130117*)

(2 *Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049*)

ABSTRACT It is difficult to use the single-station satellite laser ranging (SLR) data for orbit determination, due to the singular geometrical distribution of the observations. The single-station data generated by performing diffuse-reflection SLR to the orbital space debris are therefore ineffective for orbit improvement.

We propose a method to resolve the singularity in the observation distribution. Since the initial orbits of space debris such as the two line elements (TLE) exist prior to the SLR tracking, we use it to simulate observations from other SLR sites. We combine the simulated and actual observations with a proper weight to fit an orbit, thus resolving the singularity in the observation distribution. We then propagate the fitted orbit forward in time to validate against the precision ephemeris derived from the international laser ranging service (ILRS).

The method is implemented and applied to the satellite Ajisai. Using the single-station SLR data of five passes in one day and corresponding TLE as the initial orbit, we fit the orbit and the generated predictions. The predicted position error is less than 40 meter in five-day span, significantly improved over the initial SGP4 propagated orbit. The method's potential application to space debris orbit improvement is also discussed.

Key words space vehicles, celestial mechanics: determination of orbit