

# 经验模式分解在极移超短期预报中的应用\*

王小辉 王琪洁<sup>†</sup> 刘 建

(中南大学地球科学与信息物理学院 长沙 410083)

**摘要** 经验模式分解 (Empirical Mode Decomposition, 简称 EMD) 是一种数据驱动的自适应非线性时变信号分解方法, 可以把数据分解成具有物理意义的模式函数分量. 采用 EMD 对极移序列进行分解, 去除序列中的高频信号, 然后基于最小二乘外推 (Least Squares Extrapolation, 简称 LSE) 和广义回归神经网络 (General Regression Neural Network, 简称 GRNN) 的组合模型对去除高频信号的极移序列进行 1 ~ 10 d 的超短期预报. 实验结果表明: 将该模型应用到极移超短期预报具有可行性, 预报精度有明显改善.

**关键词** 天体测量, 时间, 方法: 数据分析

**中图分类号:** P 128; **文献标识码:** A

## 1 引言

极移 (polar motion, 简称 PM) 是表征地球自转运动的一个重要参数, 它是指地球瞬时自转轴在地球本体内运动而导致极点在地球表面上的位置发生缓慢变化的现象. 在地球极坐标系中, 极移分为  $X$  分量和  $Y$  分量. 极移和日长变化统称为地球定向参数 (Earth Orientation Parameters, 简称 EOP).

精确预报 EOP 具有重要的科学意义和实际应用价值; 高精度的 EOP 获取是地球参考框架和天球参考框架之间进行转换的必要条件, 对卫星导航、激光测卫及深空探测等实际应用具有重要的科学意义<sup>[1]</sup>.

现代测地技术 (甚长基线干涉 (Very Long Baseline Interferometry, 简称 VLBI)、人工卫星激光测距 (Satellite Laser Ranging, 简称 SLR)、全球定位系统 (Global Positioning System, 简称 GPS) 等) 对极移测定精度可达到 0.1 mas 量级<sup>[2]</sup>, 然而, 通过现代测地技术获取的数据必须经过复杂的分析处理过程, 才能得到高精度的 EOP 结果, 这就导致了一定的时间延迟. 因此, 对极移进行超短期预报是一项值得深入研究的课题.

在地球定向参数预报方面已经做了许多研究, 提出了各种模型: (1) 神经网络<sup>[3-8]</sup>; (2) 频谱分析和最小二乘外推模型<sup>[9]</sup>; (3) 最小二乘谐波模型和自回归模型<sup>[10-11]</sup>; (4) 卡尔曼滤波<sup>[12]</sup>; (5) 小波分解和自回归模型<sup>[13]</sup> 等.

地球定向参数预报比较计划 (Earth Orientation Parameters Prediction Comparison Campaign, 简称 EOP PCC) 结果表明<sup>[14]</sup>, 没有一个模型对所有 EOP 参数以及任意跨度

2012-04-30 收到原稿, 2012-06-12 收到修改稿

\* 国家自然科学基金项目 (U1231105, 10878026) 资助

<sup>†</sup> qjwang.cn@163.com

的预报精度都能够达到最优. 目前, 神经网络、频谱分析和最小二乘外推模型、最小二乘谐波模型和自回归模型, 这 3 种方法都是极移预报的较优模型.

EOP 包含复杂的非线性因素, 应用非线性模型进行 EOP 预报是较好的选择途径之一. 相比 BP 神经网络 (Back-Propagation Neural Network, 简称 BPNN), 广义回归神经网络 (GRNN) 具有良好的局部逼近性能, 不会陷入局部极小值; 训练过程不需要迭代, 需要调节的参数只有 1 个, 即光滑因子; 而且具有运行效率高等优点.

Kosek<sup>[15]</sup>、Akyilmaz 等<sup>[16]</sup>验证了高频信号对于极移的超短期预报起阻碍作用. 经验模式分解 (EMD) 能够充分保留信号本身所固有的非线性和非平稳特征, 具有自适应强、对信号类型没有限制的特点<sup>[17]</sup>. 因此, 本文采用经验模式分解将极移序列中的高频信号去除, 基于最小二乘外推 (LSE) 和广义回归神经网络 (GRNN) 的组合模型对去除高频信号的极移序列进行超短期预报. 实验结果表明: 将该模型应用到极移超短期预报, 预报精度有明显改善.

## 2 预报模型

### 2.1 经验模式分解<sup>[18-19]</sup>

Huang 等人 1998 年提出的经验模式分解的目的是将非线性非平稳信号分解为一列表征信号特征时间尺度的固有模态函数 (Intrinsic Mode Function, 简称 IMF)<sup>[18]</sup>. IMF 的提出是为了获得有意义的瞬时频率, 其分量必须满足以下 2 个条件:

- (1) 信号中的极大值点和极小值点点数之和与过零点的个数之差最多相差 1;
- (2) 由极大值点所构成的上包络线与极小值点所构成的下包络线相对时间轴对称.

这 2 个条件使分解得到的所有 IMF 分量是窄带信号. 信号  $F(T)$  ( $F(T)$  表示信号的强度) 的经验模式分解的具体步骤如下:

- (1) 找到信号  $F(T)$  的局部极值点, 对极大值点和极小值点利用 3 次样条插值分别确定信号  $F(T)$  的上包络线和下包络线, 从而得到  $F(T)$  的上下 2 条包络线  $U_{\max}(T)$  和  $U_{\min}(T)$ ;

- (2) 根据上下包络线计算原始信号  $F(T)$  的均值曲线  $M_1(T)$ , 即

$$M_1(T) = (U_{\max}(T) + U_{\min}(T))/2, \quad (1)$$

- (3) 将原始信号  $F(T)$  减去均值曲线  $M_1(T)$  后得到新的信号  $H_1(T)$ , 即

$$H_1(T) = F(T) - M_1(T), \quad (2)$$

- (4) 判断  $H_1(T)$  是否满足 IMF 条件, 若  $H_1(T)$  不满足 IMF 条件, 则将  $H_1(T)$  作为原始信号, 重复步骤 (1) ~ (3), 直到  $H_1(T)$  满足 IMF 条件, 记  $H_1(T) = K_1(T)$ , 则  $K_1(T)$  为信号  $F(T)$  的第 1 个 IMF 分量, 它代表信号  $F(T)$  中最高频率的分量;

- (5) 将  $K_1(T)$  从信号  $F(T)$  中分离出来, 得到 1 个去掉高频分量的差值信号  $W_1(T)$ , 即

$$W_1(T) = F(T) - K_1(T), \quad (3)$$

(6) 将  $W_1(T)$  作为新的原始信号, 重复步骤 (1) ~ (4), 得到第 2 个 IMF 分量  $K_2(T)$ , 重复  $n$  次, 得到  $n$  个 IMF 分量. 经过一系列的分解后, 信号  $F(T)$  可表示成  $n$  个 IMF 分量和一个余项  $W_n(T)$  之和, 即

$$F(T) = \sum_{i=1}^n K_i(T) + W_n(T), \quad (4)$$

式中,  $K_1$  到  $K_n$  的频率按从大到小的顺序排列,  $K_1$  表示频率最高,  $K_n$  表示频率最低,  $W_n(T)$  为一个单调序列.

至此, 信号  $F(T)$  通过经验模式分解, 获得了  $n$  个 IMF 分量和 1 个剩余信号, IMF 分量是按照从高频到低频的顺序排列, 代表了信号  $F(T)$  中包含的不同时间尺度的特征信号.

## 2.2 最小二乘外推模型

对于极移  $X$ 、 $Y$  分量, 最小二乘外推模型包含 4 个部分: 长期趋势项、半周年摆动项、周年摆动项和钱德勒摆动项, 模型的数学表达式如 (5) ~ (6) 式所示.

$$\begin{aligned} X(t) = & A_x + B_x t + C_x^1 \cos(2\pi/p_1) + C_x^2 \sin(2\pi/p_1) + D_x^1 \cos(2\pi/p_2) + D_x^2 \sin(2\pi/p_2) + \\ & E_x^1 \cos(2\pi/p_3) + E_x^2 \sin(2\pi/p_3), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} Y(t) = & A_y + B_y t + C_y^1 \cos(2\pi/p_1) + C_y^2 \sin(2\pi/p_1) + D_y^1 \cos(2\pi/p_2) + D_y^2 \sin(2\pi/p_2) + \\ & E_y^1 \cos(2\pi/p_3) + E_y^2 \sin(2\pi/p_3), \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $A_x$ 、 $B_x$  表示极移  $X$  序列模型中长期趋势项的参数,  $C_x^1$ 、 $C_x^2$  表示极移  $X$  序列模型中半周年摆动项的参数,  $D_x^1$ 、 $D_x^2$  表示极移  $X$  序列模型中周年摆动项的参数,  $E_x^1$ 、 $E_x^2$  表示极移  $X$  序列模型中钱德勒摆动项的参数;  $p_1$  表示半周年摆动周期, 在拟合中取  $p_1 = 0.5$  yr,  $p_2$  表示周年摆动周期, 在拟合中取  $p_2 = 1$  yr,  $p_3$  表示钱德勒摆动周期, 在拟合中取  $p_3 = 1.183$  yr,  $t$  为序列的协调世界时 (Coordinated Universal Time, 简称 UTC), 在进行拟合时单位转换为 yr. 同样对于极移  $Y$  序列, 各对应参数表示含义与  $X$  序列模型相同.

## 2.3 广义回归神经网络基本原理<sup>[6-7][20]</sup>

广义回归神经网络 (GRNN) 是一种改进的径向基函数神经网络, 主要应用于函数逼近和时间序列预测. 文献 [6] 给出了 GRNN 原理介绍. GRNN 由 2 层网络构成, 即隐含层和输出层.

网络的第 1 层为径向基隐含层, 神经元个数等于训练样本数, 该层的权值函数为欧氏距离函数 (用  $\|distant\|$  表示), 其作用为计算网络输入与第 1 层的权值  $LW_{1,1}$  之间的距离. 隐含层的激励函数为

$$R_i(x) = e^{-\frac{\|x - c\|^2}{2\sigma_i^2}}, \quad (7)$$

其中,  $R_i(x)$  表示隐含层第  $i$  个节点的激励函数,  $c$  表示激励函数中心,  $\sigma_i$  表示光滑因子,  $\sigma_i$  越大则激励函数越平滑.

网络的第 2 层为线性输出层, 其权值函数为规范化点积函数. 计算网络的向量  $\mathbf{n}^2$ , 它的每个元素就是向量  $\mathbf{a}^1$  和权值矩阵  $\mathbf{LW}_{1,1}$  每行元素的点积再除以向量  $\mathbf{a}^1$  的各元素之和得到的, 并将结果  $\mathbf{n}^2$  提供给线性传递函数  $\mathbf{a}^2 = \text{purelin}(\mathbf{n}^2)$  计算网络输出.

## 2.4 精度评定指标

本文采用平均绝对误差 (mean absolute error, 简称 MAE) 作为精度评定指标, 其数学计算公式为

$$\text{MAE}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (P_j^i - O_j^i), \quad (8)$$

式中,  $N$  表示预报段统计样本个数,  $P_j$  为  $j$  点的预报值,  $O_j$  为  $j$  点的实际值,  $i$  为预报跨度, 单位为 d,  $\text{MAE}_i$  为预报跨度为  $i$  的平均绝对误差.

## 3 实验分析

### 3.1 数据来源

本文采用的极移数据取自国际地球自转和参考系服务 (IERS) 发布的 EOP 05 C04 序列, 时间跨度为 2000-01-01 至 2011-06-30, 每日 1 个值.

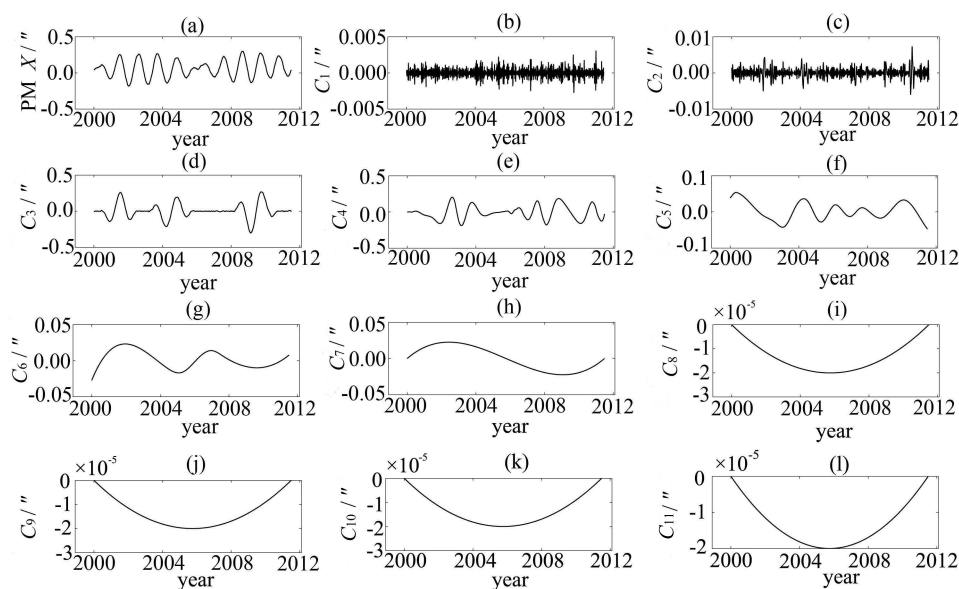
### 3.2 实验过程

由于极移  $X$ 、 $Y$  序列预报原理相同, 本文主要以极移  $X$  序列叙述为主. 首先采用经验模式分解将极移  $X$  序列进行分解, 分解结果如图 1 所示.

在图 1 中, 图 (a) 表示极移  $X$  序列, 图 (b) ~ (l) 分别表示极移  $X$  序列经过 EMD 分解后的  $C_1$ 、 $C_2 \cdots C_{11}$  11 个 IMF 分量. 从图 1 可以明显看出,  $C_1$ 、 $C_2$  属于高频信号.

原始极移  $X$  序列扣除高频信号  $C_1$ 、 $C_2$  序列后, 构成新的极移  $X$  序列. 基于最小二乘外推模型, 进行长期趋势项、半周年摆动项、周年摆动项和钱德勒摆动项等确定性部分的拟合和预报. 新的极移  $X$  序列减去拟合得到的极移  $X$  序列的确定性部分, 获得残差序列  $dX$ . 基于 GRNN, 对残差序列  $dX$  进行预报.

在利用 GRNN 进行残差序列  $dX$  预报前, 将  $dX$  分为训练段、验证段和预报段. 一般情况下, 训练段和验证段要足够长, 预报段根据实际情况选取. 利用训练段进行神经网络模型的建模, 验证段的目的是确定光滑因子, 在给定范围 ( $0 \sim 0.1$ ), 取步长为 0.01 进行多次计算, 取验证段 MAE 值最小的模型为最优神经网络模型进行预报.

图 1 极移  $X$  序列及其分解图Fig. 1 PM  $X$  series and its decomposition results

需要注意的是, 每个数据段都要根据建模和训练函数的要求构建输入向量和相应的目标向量 (即期望的输出向量), 并且为了减小数据处理误差, 还要对这些输入向量和目标向量进行归一化处理. 在建模和预报之后, 对仿真和预报结果必须作相应的逆归一化处理.

此外, 数据的输入方式也是做好预报的极其重要的一个环节. 相应于时间历元  $t$ , 跨度为  $i$  ( $i=1, 2, 3, \dots$ ) 的预报, 极移  $X$  残差序列  $dX$  的输入方式为  $dX(t-s \times i)$ ,  $\dots$ ,  $dX(t-s \times 3)$ ,  $dX(t-s \times 2)$ ,  $dX(t-s \times 1)$ . 式中,  $s$  为神经网络输入层的神经元个数.

极移  $X$  序列最终预报值就是线性模型的预报值和非线性模型的预报值之和.

对于极移  $Y$  序列预报步骤跟极移  $X$  序列一致, 故不再做具体介绍.

### 3.3 实验结果分析

本文采用 2000-01-01 至 2009-02-28 期间极移序列进行建模, 对 2009-03-01 至 2011-06-30 的极移序列 (共 852 点) 中的每 1 d, 进行时间跨度为 1 ~ 10 d 的超短期预报, 对所有预报结果作了统计分析.

本文将 EMD+LS+GRNN 和 LS+GRNN 的结果进行了对比分析, 如表 1 ~ 2 所示.

从表 1 ~ 2 可以看出, 相对于未利用 EMD 去除高频信号的模型, 本文采用的模型: 对于极移  $X$  序列, 在 1 ~ 10 d 的预报跨度上, 精度有明显改善, 改善最高达到 58.23%, 最小也有 25.17%; 对于极移  $Y$  序列, 在 1 ~ 9 d 的预报跨度上, 精度也有较大改善, 改善最高达到 38.78%, 但预报跨度是 10 d 时, 预报精度低于前者; 随着跨度增加, 精度改善的强度也在减弱.

表 1 极移  $X$  序列 1 ~ 10 d 预报精度统计 (单位: mas)Table 1 Comparison of the prediction accuracy from 1 to 10 days  
in PM  $X$  series (unit: mas)

| Days ahead(d) | MAE <sup>EMD+LS+GRNN</sup> | MAE <sup>LS+GRNN</sup> | Improvement of the prediction accuracy(%) |
|---------------|----------------------------|------------------------|-------------------------------------------|
| 1             | 0.3651                     | 0.4967                 | 26.49                                     |
| 2             | 0.4273                     | 0.9555                 | 55.28                                     |
| 3             | 0.6104                     | 1.4614                 | 58.23                                     |
| 4             | 0.8611                     | 1.892                  | 54.49                                     |
| 5             | 1.2023                     | 2.2239                 | 45.94                                     |
| 6             | 1.54                       | 2.5703                 | 40.08                                     |
| 7             | 1.9074                     | 2.9709                 | 35.8                                      |
| 8             | 2.2845                     | 3.3219                 | 31.23                                     |
| 9             | 2.6379                     | 3.5499                 | 25.69                                     |
| 10            | 2.9337                     | 3.9204                 | 25.17                                     |

表 2 极移  $Y$  序列 1 ~ 10 d 预报精度统计 (单位: mas)Table 2 Comparison of the prediction accuracy from 1 to 10 days  
in PM  $Y$  series (unit: mas)

| Days ahead(d) | MAE <sup>EMD+LS+GRNN</sup> | MAE <sup>LS+GRNN</sup> | Improvement of the prediction accuracy(%) |
|---------------|----------------------------|------------------------|-------------------------------------------|
| 1             | 0.3082                     | 0.4148                 | 25.7                                      |
| 2             | 0.4165                     | 0.6803                 | 38.78                                     |
| 3             | 0.6191                     | 0.9785                 | 36.73                                     |
| 4             | 0.8883                     | 1.223                  | 27.37                                     |
| 5             | 1.1742                     | 1.4329                 | 18.05                                     |
| 6             | 1.4658                     | 1.7324                 | 15.39                                     |
| 7             | 1.7664                     | 1.945                  | 9.18                                      |
| 8             | 2.0731                     | 2.1376                 | 3.02                                      |
| 9             | 2.2636                     | 2.335                  | 3.06                                      |
| 10            | 2.5035                     | 2.4965                 | -                                         |

本文还将上述结果和 EOP PCC 结果进行了比较, 需要注意的是, 本文所用的预报时间段与 EOP PCC (预报时间段: 2005-10-01 至 2008-02-28) 不同, 如图 2 所示.

需要指出的是, 对于参与 EOP PCC 的小组, 采用的每 1 种预报模型都对应 1 个唯一的序号, 本文以序号加人名表示该小组所采用的模型; 同时为了更加明确地比较结果, 本文对于同一小组不同模型的预报结果, 只选取该小组精度最高的模型在图中显示.

图 2 中不同线型的线条分别表示本文采用的模型和参与 EOP PCC 不同小组所取得的跨度为 1 ~ 10 d 的超短期极移预报精度.

序号 021 表示基于小波分解和模糊推理系统组合模型的预报结果 (Akyilmaz); 序号 031 表示基于卡尔曼滤波模型的预报结果 (Gross); 序号 061 表示基于最小二乘谐波模型和自回归模型的组合模型的预报结果 (Kalarus); 序号 071 表示基于最小二乘模型和自回归模型的组合模型的预报结果 (EOP Product Centre); 序号 093 表示神经网络预报结果 (Zotov); 序号 101 表示基于自回归滑动平均模型的预报结果 (Pasynok); EMD+LS+GRNN 表示基于经验模式分解、最小二乘外推和广义回归神经网络组合模型的预报结果; LS+GRNN 表示基于最小二乘外推和广义回归神经网络组合模型的预报结果.

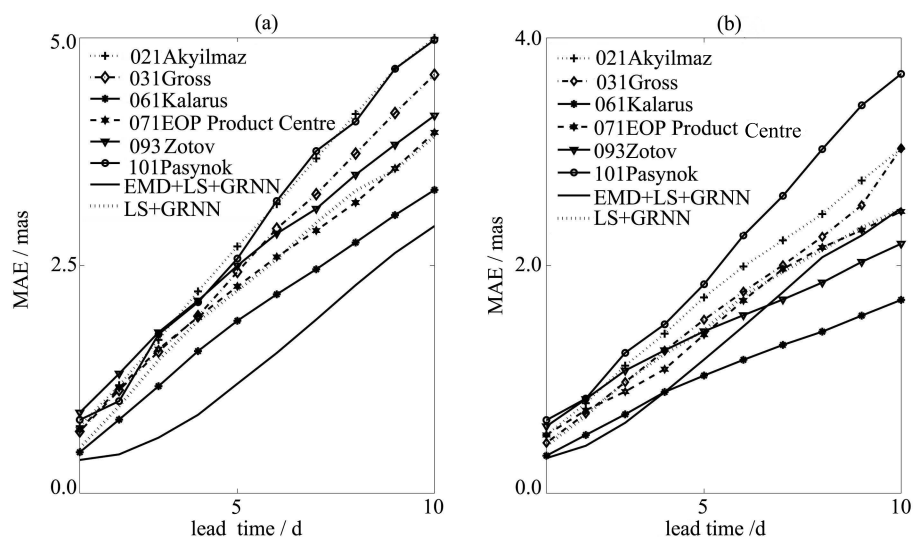


图 2 本文结果与 EOP PCC 结果<sup>[14]</sup>对比. (a) 极移  $X$  序列, (b) 极移  $Y$  序列.  
Fig. 2 Comparison of the results of this paper and those of EOP PCC<sup>[14]</sup>. (a) PM  $X$  series,  
(b) PM  $Y$  series.

影响地球定向参数预报的因素有许多, 其中, 模型的选择是一个主要的因素. EOP PCC 结果表明, 没有 1 个模型对所有 EOP 参数以及任意跨度的预报精度都能够达到最优. 从图 2 的对比中可以明显看出, 相比 EOP PCC 的 1 ~ 10 d 的超短期极移预报结果, 本文采用的模型对极移  $X$  序列的预报精度有明显改善, 对极移  $Y$  序列的预报精度也有较大改善.

需要指出的是, 极移  $Y$  序列的预报精度不及 061 序列 (在预报时间超过 4 d 的情况下) 和 093 序列 (在预报时间超过 6.5 d 的情况下) 的预报精度, 这是因为我们的结果和 EOP PCC 的结果是不同预报段的统计精度. EOP PCC 精度统计范围是 2005 年 10 月到 2008 年 2 月, 本文的精度统计范围是 2009 年 3 月到 2011 年 6 月. 对于地球定向参数预报来说, 建模段和预报段选择的不同, 预报精度都是有影响的, 不同的预报段, 精度会有差别. 因此, 本文采用的模型在某些跨度上不及 061 序列和 093 序列是正常的.

## 4 结论

本文将经验模式分解应用到极移超短期预报中, 经验模式分解能够将极移序列中高频信号较好地分离出去. 实验结果表明, 极移序列的高频信号对于极移短期预报有阻碍作用, 降低了预报精度; 随着跨度增加, 高频信号阻碍作用降低, 对预报精度影响减少; 本文采用的模型在极移 1 ~ 10 d 的超短期预报中精度较高, 具有有效性和优越性. 在长期预报中, 还需要采用其他方法进行改进预报.

在后续的研究工作中, 将进一步考虑地球自转变化的多种激发因素, 如大气和海洋

激发源等, 在预报模型中将加入这些激发因素.

**致谢** 作者对提供地球定向参数数据的国际地球自转和参考系服务 (IERS) 表示感谢, 并对周永宏研究员给予的意见和帮助表示感谢.

### 参 考 文 献

- [1] 叶叔华, 黄 斌. 天文地球动力学. 济南: 山东科学技术出版社, 2000: 478-479
- [2] 郭金运, 韩延本. 科学通报, 2008, 53: 2562
- [3] Schuh H, Ulrich M, Egger D, et al. JGeod, 2002, 76: 247
- [4] 王琪洁, 廖德春, 周永宏, 等. 天文学报, 2008, 49: 93
- [5] Wang Q J, Liao D C, Zhou Y H, et al. ChA&A, 2008, 32: 342
- [6] 张晓红, 王琪洁, 朱建军, 等. 天文学报, 2011, 52: 322
- [7] Zhang X H, Wang Q J, Zhu J J, et al. ChA&A, 2012, 36: 86
- [8] Wang Q J, Liao D C, Zhou Y H. ChSBu, 2008, 53: 969
- [9] Akulenko L D, Kumakshev S A, Rykhlova L V. ARep, 2002, 46: 858
- [10] 许雪晴, 周永宏. 飞行器测控学报, 2010, 29: 70
- [11] Niedzielski T, Kosek W. JGeod, 2008, 82: 83
- [12] Gross R, Eubanks M, Steppe A, et al. JGeod, 1998, 72: 215
- [13] Kosek W, Kalarus M, Johnson T J, et al. ArtSa, 2005, 40: 119
- [14] Kalarus M, Schuh H, Kosek W, et al. JGeod, 2010, 84: 587
- [15] Kosek W. Future Improvements in EOP Prediction. Geodesy for Planet Earth, International Association of Geodesy Symposia 136, 2009 August 31 to September 4
- [16] Akyilmaz O, Kutterer H, Shum C K, et al. ApSC, 2011, 11: 837
- [17] 谭善文, 秦树人, 汤宝平. 重庆大学学报, 2004, 27: 9
- [18] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. RSPSA, 1998, 454: 903
- [19] 玄兆燕, 杨公训. 自动化学报, 2008, 34: 97
- [20] 郭承军, 腾云龙. 天文学报, 2010, 51: 395

## Application of Empirical Mode Decomposition in the Ultra Short-Term Prediction of Polar Motion

WANG Xiao-hui    WANG Qi-jie    LIU Jian

(School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083)

**ABSTRACT** Empirical mode decomposition (EMD) is used to analyze the nonlinear and time-varying signals. Being different from the traditional signal analysis methods, the decomposition is data-driven and self-adaptive. This paper applies EMD to decompose the polar motion (PM) series. Firstly, the high-frequency signals in the PM series are removed. Then the combined model of least squares extrapolation and general regression neural network is used to predict the PM series without the high-frequency signals from one to ten days in the future. The result shows the feasibility of this new model and obvious improvement of the prediction accuracy.

**Key words** astrometry, time, methods: data analysis