

脉冲星减速研究与电磁和引力波辐射*

张月竹^{1,2†} 付妍妍^{1,2} 魏益焕¹ 张承民^{2‡} 禹少华² 潘元月²
郭元旗² 王德华^{2,3}

(1 渤海大学数理学院物理系 锦州 121000)

(2 中国科学院国家天文台 北京 100012)

(3 贵州师范大学物理与电子科学学院 贵阳 550001)

摘要 脉冲星具有极强的磁场, 由于其磁轴与自转轴并不完全重合, 这使脉冲星存在电磁辐射. 脉冲星靠消耗自转能来弥补辐射出去的能量, 从而导致自转速度的逐渐放慢. 根据理论推导, 对蟹状星云脉冲星(Crab)的初始周期进行预测, 并推导出在未来任意时刻, 在电磁辐射的影响下, 其脉冲星自旋周期的演化规律. 由于脉冲星的质量分布可能存在四极矩, 引力波辐射也会使得脉冲星的旋转速度减小, 因此进一步分析Crab脉冲星在引力波影响下自旋周期的变化. 最后将两种辐射机制模型结合, 对脉冲星在两种辐射机制共同作用下自旋周期的演化进行分析.

关键词 脉冲星: 普通, 恒星: 中子星, 恒星: 演化, 恒星: 磁场

中图分类号: P145; **文献标识码:** A

1 引言

1967年贝尔发现第1颗脉冲星以来, 至今已发现2 300多颗脉冲星^[1-3]. 研究发现, 脉冲星的自转速度随着年龄增加会减慢. 据统计脉冲星诞生时的自旋周期平均在20 ~ 30 ms, 而百万年后的平均自旋周期在0.5 s左右^[4-6]. 对于脉冲星自转速度缓慢变慢的这种性质, 我们归结为电磁辐射, 也可能是引力波辐射消耗自转能引起的^[7-8].

脉冲星的平均磁场 $B \sim 10^{12}$ Gs, 由于脉冲星转动, 使它具有电磁辐射. 脉冲星靠消耗自转能来弥补辐射出去的能量, 从而导致自转速度的逐渐放慢. 本文的主要研究对象是Crab脉冲星的自转演化. 1969年天文学家在蟹状星云中发现了一颗脉冲星(PSR B0531+21), 即Crab脉冲星. 它诞生于1054年, 是一颗相当年轻的脉冲星, 其超新星遗迹是我国古代天文学家首次记录的. 根据ATNF(Australia Telescope National Facility) Pulsar Catalogue提供的脉冲星数据, 其现时自转周期 $P = 0.033085$ s. Crab脉冲星除了辐射射电脉冲, 还有X射线和光学射线, 其辐射光子的能量超过30 keV, 最高可达10 TeV,

2014-11-28收到原稿, 2015-01-30收到修改稿

*国家自然科学基金项目(11173034)及国家重点基础研究发展计划(2012CB821800)资助

[†]yzzhang@bao.ac.cn

[‡]zhangcm@bao.ac.cn

而且非常稳定, 因此天文学家将Crab脉冲星看成是宇宙中最具参考性的多波段源之一, 并将其作为一种标准源来测量宇宙其他辐射源的能量^[9]. 脉冲星的时变研究与周期演化研究是FAST(Five hundred meters Aperture Spherical Telescope)望远镜的重要科学目标之一, FAST的500 m大口径具有高灵敏度, 其投入使用后预计可发现约4 000颗新的脉冲星, 并且蕴含发现奇特脉冲星的可能, 诸如, 脉冲星-黑洞系统, 验证引力波等等^[10–16]. 作为标准源的Crab脉冲星有着长期的观测记录^[17], 便于比对和校准FAST望远镜的脉冲星观测和巡天, Crab脉冲星将是未来FAST预计观测的标准源之一. 因此, 对其性能的全面了解和认识有助于FAST观测的展开. 此外Crab脉冲星是首颗被确认为历史上超新星爆发遗迹的天体, 也是唯一一颗准确知道其诞生年龄的脉冲星, 在研究脉冲星自旋周期的特性中具有重要的作用. 本文的主要工作是研究Crab脉冲星的初始周期及自转周期的变化, 依此预测FAST脉冲星巡天的样本参数范围. 文章第2节中根据脉冲星磁场偶极模型^[18–19], 我们预测Crab脉冲星在电磁辐射作用下的初始自旋周期和未来任意时刻的自旋周期的变化. 此外, 还研究了Crab脉冲星在引力辐射下的自旋减速. 第3节中将两种辐射机制结合, 分析其在这两种作用相同情况下的转动角速度的临界值 Ω_{cr} , 并对比当中子星偏心率不同时的 Ω_{cr} . 文章最后一部分是对脉冲星在两种辐射机制作用下的自旋演化的总结及其相应的讨论.

2 脉冲星自转演化

2.1 磁偶极辐射

在这里我们讨论脉冲星的电磁辐射模型, 详细解释脉冲星是如何将旋转动能转化为它的电磁辐射能, 由旋转的动能与其辐射能建立一个方程. 假设脉冲星的旋转频率为 Ω , 磁偶极矩 $\mathbf{m}$ 的方向与旋转轴间的夹角为 α ($\alpha = 90^\circ$). 脉冲星磁极处磁场为 $\mathbf{B}$, 与磁矩间的关系为^[20]

$$|\mathbf{m}| = \frac{B_p R^3}{2}, \quad (1)$$

其中, R 为脉冲星半径, 旋转动能的变化率为^[7]

$$\dot{E}_{\text{em}} = -\frac{2}{3c^3} |\ddot{\mathbf{m}}|^2, \quad (2)$$

其中, c 为光速,

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} B_p R^3 (\mathbf{e}_{\parallel} \cos \alpha + \mathbf{e}_{\perp} \sin \alpha \cos \Omega t + \dot{\mathbf{e}}_{\perp} \sin \alpha \sin \Omega t), \quad (3)$$

$\mathbf{e}_{\parallel}$ 是平行于旋转轴的单位向量, $\mathbf{e}_{\perp}$ 和 $\dot{\mathbf{e}}_{\perp}$ 是相互正交且垂直于 $\mathbf{e}_{\parallel}$ 的单位向量, 由此得到

$$\dot{E}_{\text{em}} = -\frac{B_p^2 R^6}{6c^3} \Omega^4 \sin^2 \alpha. \quad (4)$$

通过上式, 我们可以知道辐射能来源于脉冲星的旋转. 其旋转动能

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \Omega^2, \quad (5)$$

I 是转动惯量, 所以

$$\dot{E}_{\text{rot}} = I\Omega\dot{\Omega}, \quad (6)$$

当两个能损率相等时, 由于 $\alpha = 90^\circ$, 我们得到方程如下

$$\dot{E}_{\text{em}} = I\Omega\dot{\Omega} = K_1\Omega^4, \quad (7)$$

其中 $K_1 = -\frac{B_p^2 R^6}{6c^3}$, $B_p \sim 10^{12}$ Gs, $R \sim 10^6$ cm, $I \sim 10^{45}$ g · cm². 因此化简得

$$\Omega^{-2} = 1.23 \times 10^{-17} \left(\frac{B_p}{10^{12}}\right)^2 \left(\frac{R}{10^6}\right)^6 \left(\frac{I}{10^{45}}\right)^{-1} t + C_i. \quad (8)$$

当 $t = 0$ 时, $C_i = \Omega_i^{-2}$. 设 $A_1 = 1.23 \times 10^{-17} \left(\frac{B_p}{10^{12}}\right)^2 \left(\frac{R}{10^6}\right)^6 \left(\frac{I}{10^{45}}\right)^{-1}$, 所以自转周期变为

$$P(t)^2 = (2\pi)^2 A_1 t + P_i^2. \quad (9)$$

或者我们将 $P = \frac{2\pi}{\Omega}$ 代入(7)式, 有

$$[P\dot{P}] = -\frac{K_1(2\pi)^2}{I}. \quad (10)$$

因此

$$P(t)^2 = 2t[P\dot{P}] + P_i^2, \quad (11)$$

其中 $[P\dot{P}]$ 是可以测量的, 而且与时间变化无关. 对于Crab脉冲星, $P = 33$ ms, $\dot{P} = 4.23 \times 10^{-13}$ s/s^[3], $t = 960$ yr, 代入(11)式, 求得Crab脉冲星的初始周期 $P_i \sim 0.01556$ s. P 与 t 的关系如图1所示.

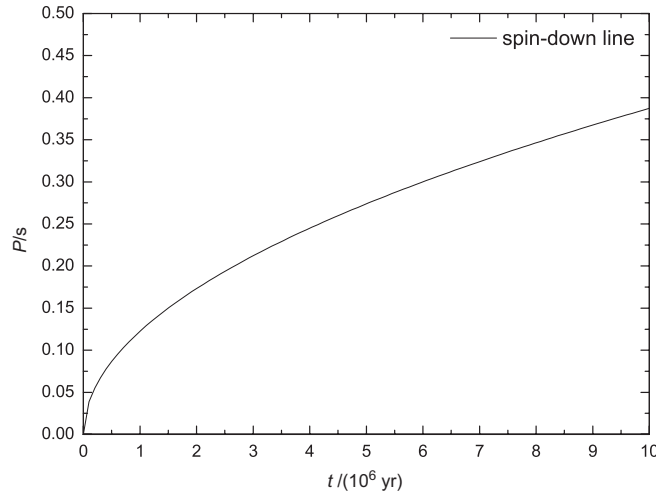


图 1 Crab脉冲星周期 P 随时间 t 的变化关系图

Fig. 1 The diagram of Crab pulsar spin period P varying with the time t

一百万年后, Crab脉冲星在电磁辐射的作用下自转周期为 $P(t) = 0.0952$ s. 根据图1我们可以求出在未来任意时刻Crab脉冲星在电磁辐射作用下的自旋周期. 当脉冲星寿命较长时, 即 $P_i \ll P$, 根据(11)式我们知道,

$$t \sim \frac{P}{2\dot{P}} = T, \quad (12)$$

即实际年龄 t 约等于它的特征年龄 T . 一般情况下, 脉冲星周期演化公式写成如下形式:

$$P(t)^2 = \frac{P_i^2}{1 - \frac{t}{T}}. \quad (13)$$

我们也可以从另一角度考虑, P_i 很小时我们将其忽略不计, 此时

$$P(t) = \sqrt{2t[P\dot{P}]} \sim \sqrt{t}, \quad (14)$$

其中 $[P\dot{P}]$ 是常量. 若 $P(t) = 10$ s, 脉冲星的年龄 $t = 1.14 \times 10^8$ yr, 若 $P(t) = 100$ s, 脉冲星寿命需要哈勃年龄 $t = 1.14 \times 10^{10}$ yr. 也就是说百万年后, 脉冲星的自旋周期与它的年龄密切相关, 而与其初始周期弱关联.

2.2 引力波辐射

引力波是指在时空中引力场以波的形式从辐射源向外传播的扰动, 这种波会以引力辐射的形式传递能量, 从而消耗脉冲星的动能并导致脉冲星减速^[21].

引力波的产生需要质量四极矩的变化. 一般来说, 产生引力波有两个条件: 一是相对于星体固定的非对称性(机制包括: 星体本身即是非完全对称的类球体, 脉冲星的磁场方向与其自转轴方向不一致, 星体吸积导致的非对称性质量分布); 二是非对称的部分相对于星体运动而产生的.

在这里我们讨论质量沿着磁场轴方向的椭球分布, 并且磁场轴围绕着自转轴运动. 假设脉冲星是有轻微形变的理想化椭球模型, ε 是中子星形变率, 引力辐射功率为^[7]

$$\dot{E}_{\text{gw}} = -\frac{32}{5} \frac{G}{c^5} I^2 \varepsilon^2 \Omega^6, \quad (15)$$

我们假定引力波辐射是自转变慢的原因, 所以得到

$$\dot{E}_{\text{gw}} = I\Omega\dot{\Omega} = K_2\Omega^6, \quad (16)$$

其中 $K_2 = -\frac{32}{5} \frac{G}{c^5} I^2 \varepsilon^2$, 引力常数 $G = 6.67 \times 10^{-8}$ N·m²/kg², 而星体的偏心率初始值设为一个小量 $\varepsilon \sim 10^{-5}$. 由此我们得到

$$\Omega^{-4} = 0.7 \times 10^{-23} \left(\frac{I}{10^{45}} \right) \left(\frac{\varepsilon}{10^{-5}} \right)^2 t + C_i, \quad (17)$$

当 $t = 0$ 时, $C_i = \Omega_i^{-4}$. 设 $A_2 = 0.7 \times 10^{-23} \left(\frac{I}{10^{45}} \right) \left(\frac{\varepsilon}{10^{-5}} \right)^2$, 因此

$$P(t)^4 = (2\pi)^4 A_2 t + P_i^4. \quad (18)$$

或者我们将 $P = \frac{2\pi}{\Omega}$ 代入(16)式, 有

$$[P^3 \dot{P}] = -\frac{K_2(2\pi)^4}{I}, \quad (19)$$

因此

$$P(t)^4 = 4t[P^3 \dot{P}] + P_i^4, \quad (20)$$

或者

$$P(t)^4 = P_i^4 / (1 - \frac{t}{T_G}), \quad (21)$$

其中特征年龄 $T_G = \frac{P}{4\dot{P}}$. 对于Crab脉冲星, 其真实年龄是 $t = 960$ yr, 而由观测周期和周期变化率得到的特征年龄 $T_G \sim 600$ yr, 这小于它的实际年龄960 yr. 这说明引力波辐射不适用于Crab脉冲星的辐射机制.

综合电磁与引力波辐射, 我们设其基本通式为

$$\dot{E} = I\Omega\dot{\Omega} = b\Omega^{n+1}, \quad (22)$$

$$P_i = P(1 - \frac{t}{\tau})^{\frac{1}{n-1}}, \quad (23)$$

其中特征年龄 $\tau = \frac{P}{(n-1)\dot{P}}$.

3 比较电磁与引力波两种辐射机制

3.1 电磁与引力波两种辐射机制共存情况

对于一般的脉冲星, 如果存在电磁与引力波两种辐射机制的情况, 我们通过整合以上两种辐射机制, 研究周期演化特性.

$$\dot{E} = I\Omega\dot{\Omega} = \dot{E}_{\text{em}} + \dot{E}_{\text{gw}} = K_1\Omega^4 + K_2\Omega^6, \quad (24)$$

设 $x = \Omega^2$, 将上式两边求导并积分, 得

$$\frac{1}{2}[-\frac{1}{x} - k \lg x + k \lg(1 + kx)] = at + C_i, \quad (25)$$

其中 $k = \frac{K_2}{K_1}$, $a = \frac{K_1}{I}$, $\Omega_i = 3 \times 10^3$ rad/s. 当 $t = 0$, $C_i = -1.02 \times 10^{-6}$, 我们得到

$$t = \frac{\frac{1}{x} + k \lg x + k \lg(1 + kx) - 2.04 \times 10^{-6}}{1.24 \times 10^{-17}}. \quad (26)$$

这样我们可以得到 t 与 Ω 的关系, 其变化趋势如图2所示.

3.2 电磁与引力波辐射作用相同的情况

将以上两种减速机制进行对比, 设初始角频率 $\Omega_i = 3 \times 10^3$ rad/s, 其中中子星形变率设为 $\varepsilon = 10^{-5}$, 当射电辐射与引力波辐射相同时, 我们求得脉冲星的临界角速度值

$$\Omega_{\text{cr}} = \sqrt{\frac{K_1}{K_2}} = 1874.53(\text{rad/s}) \left(\frac{B_p}{10^{12}}\right) \left(\frac{R}{10^6}\right)^3 \left(\frac{I}{10^{45}}\right)^{-1} \left(\frac{\varepsilon}{10^{-5}}\right)^{-1}. \quad (27)$$

也就是说, 当 $\varepsilon = 10^{-5}$ 时, 临界角速度约为 $1\,874.53\text{ rad/s}$, 即脉冲星临界自转周期为 3.35 ms 时, 电磁辐射与引力波辐射对脉冲星减速的影响是相同的. 当星体形变率 ε 不同时^[22], 我们用作图的方法观察临界值角频率的变化, 如图3所示.

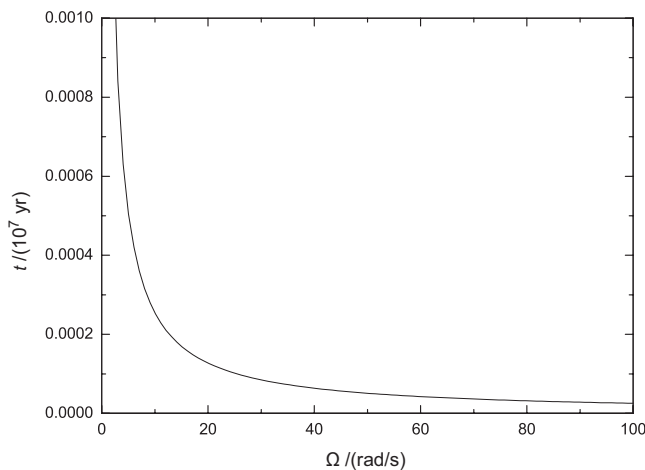


图 2 脉冲星时间 t 随角速度 Ω 的变化关系图

Fig. 2 The diagram of pulsar time t varying with the angular velocity Ω

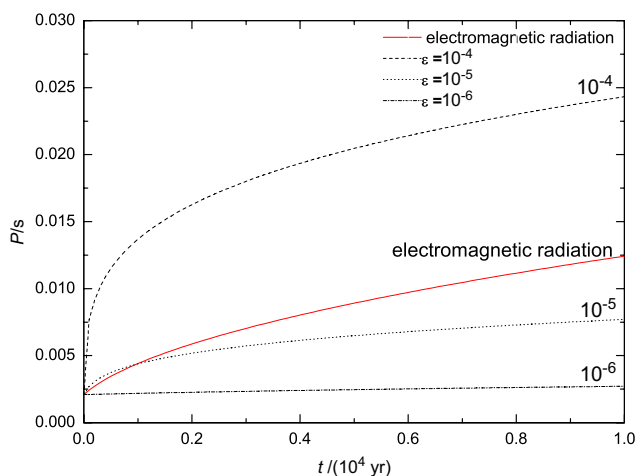


图 3 脉冲星周期 P 随时间 t 的变化关系图. 实线代表电磁辐射情况, 其它曲线代表各种星体形变率的引力波辐射周期演化曲线.

Fig. 3 The diagram of pulsar spin period P varying with the time t . The solid line represents the period evolution by electromagnetic radiations, while the other curves stand for the cases by the gravitational radiations with various stellar deformation rates.

4 总结与讨论

本文首先从电磁辐射的角度讨论脉冲星的自转减速, 从图1中我们看到, 随着时间的

推移, 周期变长. 我们以Crab为研究对象, 计算出脉冲星诞生时的初始自旋周期 $P_i \sim 15$ ms, 根据(11)式, 经过一百万年后Crab脉冲星的自转周期 $P \sim 95$ ms. 脉冲星电磁能损率与星体磁场和周期或频率关系是 $\dot{E}_{\text{em}} \sim \frac{B^2}{P^4} \sim B^2 \Omega^4$ (见(4)式). 当FAST望远镜的灵敏度提高10倍^[10], 可探测到更低电磁能损率(下降约10倍)的脉冲星(一般情况脉冲星磁场 B 不变), 那么此时望远镜所观测的最大周期可以增大约2倍. 根据推导得到周期随时间关系是 $P(t) \sim \sqrt{t}$ (见(14)式), 这使得可观测脉冲星的寿命增大4倍, 也就是说我们可以观测到更年老的脉冲星(如4亿年), 其观测脉冲星数量将提高4倍. 现今, 射电望远镜观测的最大脉冲星射电脉冲周期约8.5 s, 并已测得2 000多颗脉冲星, 那么FAST在理想状态下应可以测量的脉冲星周期延长到15 ~ 20 s, 预计可测8 000多颗脉冲星.

进一步, 从引力辐射的角度讨论脉冲星减速, 我们发现这种辐射机制不适用于Crab脉冲星. 此外, 我们将这两种辐射机制进行对比. 假定星体形变率 $\varepsilon = 10^{-5}$, 我们求得临界自转周期为3.35 ms左右时, 电磁辐射与引力波辐射对脉冲星减速的影响是相同的. 也就是说, 当自转周期小于3.35 ms时, 引力波辐射对脉冲星的减速起主导作用, 当自转周期大于3.35 ms时, 电磁辐射对脉冲星的减速起主导作用.

参考文献

- [1] Bonazzola S, Marck J A. A&A, 1994, 44: 655
- [2] Melatos A, Priymak M. ApJ, 2014, 794: 170
- [3] Manchester R N, Hobbs G B, Teoh A, et al. AJ, 2005, 129: 1993
- [4] Pan Y Y, Wang N, Zhang C M. Ap&SS, 2013, 346: 119
- [5] 蔡炎, 阿里塔尼, 赵永恒, 等. 天文学报, 2011, 52: 449
- [6] Cai Y, Ali Taani, Zhao Y H, et al. ChA&A, 2012, 36: 137
- [7] Shapiro S L, Teukolsky S A. Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars. New York: John Wiley and Sons, 1983: 277-283
- [8] Kaspi V M. PNAS, 2010, 107: 7147
- [9] Pacini F, Salvati M. ApJ, 1973, 186: 249
- [10] Nan R D, Wang Q M, Zhu L C, et al. ChJAS, 2006, 6: 304
- [11] Peng B, Nan R, Su Y, et al. Ap&SS, 2001, 278: 219
- [12] Nan R D, Li D, Jin C J, et al. IJMPD, 2011, 20: 989
- [13] Li D, Nan R D, Pan Z C. IAUS, 2013, 291: 325
- [14] Nan R D, Li D. MS&E, 2013, 44: 2022
- [15] Jin C J, Nan R D, Gan H Q. IAUS, 2008, 248: 178
- [16] Nan R D. ScChG, 2006, 49: 129
- [17] Tavani M, Bulgarelli A, Vittorini V, et al. Science, 2011, 331: 736
- [18] Pacini F. Nature, 1967, 216: 567
- [19] Ewart G M, Guyer R A, Greenstein G. ApJ, 1975, 202: 238
- [20] Gunn J E, Ostriker J P. Nature, 1969, 221: 454
- [21] Chau W Y. ApJ, 1967, 147: 664
- [22] Fan Y Z, Wei D M, Wu X F. PhRvD, 2013, 88: 067304

Spin-down of Pulsars, and Their Electromagnetic and Gravitational Wave Radiation

ZHANG Yue-zhu^{1,2} FU Yan-yan^{1,2} WEI Yi-huan¹ ZHANG Cheng-min²
YU Shao-hua² PAN Yuan-yue² GUO Yuan-qi² WANG De-hua^{2,3}

(1 Department of Physics, School of Mathematics and Physics, Bohai University, Jinzhou 121000)

(2 National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012)

(3 School of Physics and Electronic Science, Guizhou Normal University, Guiyang 550001)

ABSTRACT Pulsars possess a strong magnetic field, and their magnetic axis is not coincident with their axis of rotation, which makes the existence of electromagnetic radiations. Pulsar's rotational energy is able to compensate for the energy emitted by the electromagnetic radiations, which deduces a gradual slow down of the pulsar spin velocity. According to the theoretical derivation, we predict the initial period of the Crab Nebula pulsar, and derive the period evolution at any time in the future under the effect of electromagnetic radiations. Since there is a quadrupole deformation of the mass distribution of pulsars, the gravitational wave radiation will reduce the rotational speed of the pulsar. Hence, the influence of gravitational waves on the spin period of Crab pulsar is taken into account for a further analysis. Finally, two models of radiation mechanism are combined, and the evolution of spin period of the pulsar is studied.

Key words pulsars: general, stars: neutron, stars: evolution, stars: magnetic fields