doi: 10.15940/j.cnki.0001-5245.2017.02.006

# 一种改正LS+AR模型提高短期极移预报 精度的方法\*

王志文1<sup>†</sup> 王潜心<sup>1</sup> 丁跃群<sup>1</sup> 张军杰<sup>1</sup> 刘石双<sup>2</sup>

(1 中国矿业大学环境与测绘学院 徐州 221116)(2 燕山大学机械工程学院 秦皇岛 066004)

**摘要** 最小二乘(Least Squares, LS)与自回归(AutoRegressive, AR)联合(LS+AR)模型在极移预报(polar motion, PM)中存在以下问题:最小二乘拟合的内部残差值较好而LS外推的残差值较大;LS拟合残差序列是非线性的,故根据预报历元前的残差序列建立的AR模型可能并不适用于待预报的残差序列,存在不匹配预报的情况.针对这两个问题,通过以下方法进行解决:首先对LS拟合数据两端点附加约束条件使其固定到LS拟合曲线上,因此在两端点附近的拟合值与观测值十分接近;然后选取与LS外推残差序列变化趋势接近的内推残差序列作为AR模型的建模对象,进行残差预报.通过实例表明该方法能够有效地提高LS+AR模型在短期极移预报的精度.此外,通过与RLS (Robustified Least Squares)+AR、RLS+ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average)和LS+ANN (Artificial Neural Network)模型的预报结果对比,证明了该方法在极移预报中的可行性.实例证明了所提出的方法在短期预报中可以取得良好的预报结果,尤其在1-10 d超短期的极移预报上可以获得与国际最好预报精度相当的预报结果.

关键词 天体测量学: 地球自转, 天体测量学: 极移, 地球: 动力学, 方法: 数据分析 中图分类号: P127; 文献标识码: A

## 1 引言

地球瞬时自转轴在地球本体内的运动被称为极移,是地球自转参数(ERP)的重要组成部分.极移是实现高精度天球坐标系与地球坐标系转换的必要参数之一,也是卫星自主定轨、深空大地测量和卫星导航所必需的参数.虽然甚长基线干涉测量(VLBI)、人卫激光测距(SLR)以及全球卫星导航定位系统(GNSS)等空间大地测量技术能够获取高精度的极移参数<sup>[1-2]</sup>,由于这些技术都是事后处理数据,在时效性上有一定缺陷,使得极移参数难以实时获取,只能采取参数预报的方法满足相关技术对极移参数的需求.卫星超快速精密定轨和实时精密定轨以及深空测量等技术的迅猛发展极大地促进了极移参

<sup>2016-08-22</sup>收到原稿, 2016-10-16收到修改稿

<sup>\*</sup>国家自然科学基金项目(41404033)、国家科技基础性工作专项(015FY310200)、国家重点实验 室开放基金重点项目(SKLGIE2014-Z-1-1)、中央高校基本科研业务费项目(2015QNA31)资助

 $<sup>^{\</sup>dagger}1162574974@qq.com$ 

老 报

数预报的研究. 目前来说, 短期极移预报是研究的难点、热点, 因此笔者在该方面做了 相关工作.

已有大量技术被应用到极移参数的预报当中,目前国际上预报极移参数的方法主要有:经验模式分解(EMD)<sup>[3]</sup>、卡尔曼滤波(Kalman filter)<sup>[4]</sup>、最小二乘(Least Squares, LS)与人工神经网络(Artificial Neural Network, ANN)组合模型(LS+ANN)<sup>[5]</sup>、谐波LS模型<sup>[6]</sup>、LS与自回归(AutoRegressive, AR)组合模型(LS+AR)<sup>[7]</sup>等方法.为比较各个预报模型的预报效果,2005年,Schuh等人发起了一次地球定向参数预报竞赛(EOPPCC)<sup>[8]</sup>.从2005年10月至2008年2月对地球定向参数进行了超短期、短期和中长期预报.EOPPCC结果显示:没有一个模型对所有参数以及任意跨度的预报精度都能够达到最优.

LS+AR模型是一种成熟的预报模型, 能够取得良好的预报结果, 已被广泛应用于诸 多领域. 本文选取LS+AR模型作为研究对象, 针对该模型存在的问题进行分析与改正, 进而提高极移的预报精度.

## 2 问题和方法

LS+AR预报模型是一种组合模型,首先利用LS模型对极移观测数据进行拟合,根据得到的极移拟合曲线进行外推预报,然后通过AR模型对LS拟合残差建模并预报,预报的残差值与LS外推值之和为最终的极移预报值.该预报过程主要存在两个问题:(1)由图1上图可以看出:LS内部拟合残差较好且在一定范围内波动,而LS外推残差较大并随着时间跨度的增加,误差累计严重.(2)由于LS拟合残差序列是非线性的,而AR模型是线性预报模型,故根据预报历元前的残差序列建立的AR模型可能并不适用于待预报的残差序列,即存在AR模型不匹配预报的情况.考虑到LS外推曲线采用的是包含常数项、趋势项以及周期项的多项式曲线,且曲线参数通过LS拟合求解获得,故针对上述两个问题采用如下方法进行解决,即对拟合曲线附加约束条件、变换AR建模对象.

LS内部拟合残差值小而外推残差值大是众所周知的问题,为了解决这一问题可在LS模型上附加约束条件,即在基础序列(LS拟合的观测数据)两端附加约束条件使两端点的极移观测值固定在LS拟合的曲线上.以PMY (极移Y方向)为例,探究LS模型在添加约束前后残差序列的变化情况.图1中的上图表示LS未加约束条件的残差序列图(不包含内推残差序列),下图表示LS在附加约束条件后的残差序列图.由图1可以看出:未加约束的LS外推残差值很大,而附加约束条件后的LS外推残差值有较好的改善.AR模型是一种线性预报模型,为了解决AR模型的不匹配预报的问题,需寻找与待预报的残差序列变化趋势相似的残差序列作为AR模型的建模对象,以此建立的AR模型才能与待预报的残差序列相匹配.通过对LS附加约束,使得在基础序列两端点附近的极移拟合值与观测值非常接近,而且在两端点上的预报误差为零,故LS的外推残差序列和内推残差序列均从零开始增大.由图1下图可以看出:LS内推残差序列与外推残差序列在短期内变化的趋势大致相似,两者具有良好的相关性.鉴于此,AR模型选取LS内推残差序列作为建模对象来确定AR模型参数并进行残差预报.采用该方法进行极移预报,每次预报都需建立一次LS和AR模型.

为了检验LS拟合曲线的外推残差序列与内推残差序列的变化趋势是否相似, 做实验

如下:采用LS内推残差值作为外推残差的预报值,与LS外推值相加,作为最终的极移预 报值.因LS拟合曲线的内推残差值和外推残差值均从零开始变化,故预报精度越高表明 两残差序列变化趋势越接近.从2000年1月1日起,进行跨度为30 d的极移预报,滚动预报 至2002年1月20日,预报结果见图2.由图2可知:无论是PMX(极移X方向),还是PMY的 预报结果均取得了良好的预报精度,尤其1-10 d的超短期预报结果接近国际最好预报 水平,实验证明了上述两种残差序列的大小以及变化趋势在短期内十分接近,因此采 用LS内推残差序列作为AR模型的建模对象切实可行,其中采用预报误差绝对值的平均 值(Mean Absolute Error, MAE)表示预报精度,其公式如下:

$$MAE_{i} = \frac{1}{H} \sum_{m=1}^{H} |\varepsilon_{i,m}|, \qquad (1)$$

式中i代表预测的天数, H代表预测的期数,  $\varepsilon_{i,m}$ 代表预测值与观测值的残差.



图 1 LS拟合残差图. 上图: 未加约束条件的LS拟合残差图; 下图: 附加约束条件的LS拟合残差图

Fig. 1 Diagram of the LS fitting residuals. Upper: the LS fitting residuals without constraints; Lower: the LS fitting residuals with additional constraint conditions

2 期



Fig. 2 Diagram of the forecast accuracy

## 3 预报模型

#### 3.1 LS模型

极移是一种具有时变性的自然现象,是地球自转轴相对于地球本身的运动,其线性 模型包含周期项、趋势项等复杂过程,具体线性模型公式如下:

$$P(t) = A + Bt + C^{1} \cos\left(\frac{2\pi t}{P_{SA}}\right) + C^{2} \sin\left(\frac{2\pi t}{P_{SA}}\right) + D^{1} \cos\left(\frac{2\pi t}{P_{A}}\right) + D^{2} \sin\left(\frac{2\pi t}{P_{A}}\right) + E^{1} \cos\left(\frac{2\pi t}{P_{S}}\right) + E^{2} \sin\left(\frac{2\pi t}{P_{S}}\right), \quad (2)$$

式中P(t)表示t时刻极移变化量,其中A、B分别表示极移的常数项和趋势项参数, $C^1$ 、  $C^2$ 表示极移的半年周期项参数, $D^1$ 、 $D^2$ 表示年周期项参数, $E^1$ 、 $E^2$ 表示钱德勒摆动项 参数.这些模型参数通过最小二乘求解得出,在最小二乘拟合中 $P_{SA}$ 、 $P_A$ 、 $P_S$ 分别表示 半年、周年以及钱德勒摆动项周期,通常取值为常数: 0.5 yr、1 yr、1.183 yr<sup>[9]</sup>.

由最小二乘原理可求解线性模型参数,其求解公式为:

$$\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W})^{-1} \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{L}, \qquad (3)$$

式中**X**为待求解参数矩阵**X** =  $\begin{bmatrix} A & B & C^1 & C^2 & D^1 & D^2 & E^1 & E^2 \end{bmatrix}$ ; **L**为极移真值, **L** =  $\begin{bmatrix} \hat{X}(t_1) & \hat{X}(t_2) & \cdots & \hat{X}(t_n) \end{bmatrix}$ , 一般把IERS (International Earth Rotation Service)发布的极移观测值看作真值; W表示参数的系数矩阵, 其具体的表达式如下:

上述是一般情况下求解LS参数的方法, 在本文中需要附加约束条件, 即把基础序列 两端点的极移观测值固定在LS拟合曲线上, 可采用附有限制条件的间接平差方法求解参 数, 具体的详细过程见文献[10].

### 3.2 AR模型以及参数求解

自回归模型(AutoRegressive Model)是利用数据本身做回归变量的过程,也就是利用前面若干期数据线性组合来描述以后某时刻变量的线性回归模型<sup>[11-12]</sup>.

假设一个时间序列 $[Y_1 \ Y_2 \ \cdots \ Y_N]$ , 若 $Y_t$ 是包含前面p个序列的线性组合以及误差项的函数,则称该模型为p阶自回归模型(简称AR(p)), 其具体数学模型如下:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t , \qquad (4)$$

式中 $\left[\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_N\right]$ 是模型参数,  $e_t$ 是均值为0、方差为 $\sigma$ 的白噪声.

模型参数φ的估计方法主要包括直接法和间接法两类:直接法主要包括最小二乘方法等;间接法主要包括LUD (极大熵谱估计法)、Burg (极大熵谱估计的伯格算法)等<sup>[13]</sup>. 上述方法中,最小二乘法的参数估计比较简单,参数估计具有无偏性并且精度高,可 用(5)式构建数学模型进行最小二乘计算.

$$Y = K\phi + \varepsilon, \qquad (5)$$

式中 $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{p+1} & Y_{p+2} & \cdots & Y_N \end{bmatrix}$ 代表AR模型的估计真值;  $\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \cdots & \phi_p \end{bmatrix}$ 代表待估计的模型参数;  $\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \cdots & \varepsilon_p \end{bmatrix}$ 代表噪声矩阵;  $\mathbf{K}$ 代表模型参数的系数矩阵, 其表达式如下所示:

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} Y_p & Y_{p-1} & \cdots & Y_1 \\ Y_{p+1} & Y_p & \cdots & Y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N-1} & Y_{N-2} & \cdots & Y_{N-p} \end{bmatrix}.$$
 (6)

由最小二乘原理可以求得AR(p)模型的参数估计值,其运算公式如下:

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = (\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K})^{-1}\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}.$$
(7)

确定AR模型阶数p的检验准则有白噪声检验准则、Akaike信息检验准则等. Akaike信息 检验准则比较常用,其包括3种准则: FPE (Final Prediction Error)准则、AIC (Akaike Information Criterion)准则、BIC (Bayesian Information Criterion)准则,在各自准则函 数取得最小值时的模型为最适用模型.在本文中选取FPE准则确定AR模型的阶数,其公 式如下<sup>[14]</sup>:

$$FPE(M) = \frac{(N+M)}{(N-M)} PM, \qquad (8)$$

式中的*N*代表时间序列的总样本数目,*M*代表阶数,PM代表AR(*M*)拟合*Y*<sub>t</sub>序列生成的 均方差,如(9)式所示,FPE(*M*)取得最小值的阶数就是理想中的AR模型的阶数.

$$PM = \frac{1}{N - M} \sum_{t=M+1}^{N} (Y_t - \sum_{i=1}^{N} \phi_i Y_{t-i})^2, \qquad (9)$$

式中的 $\phi_i$ 就是按照(7)式估算出的, Y为样本数据.

#### 3.3 预报模型

LS+AR预报模型首先通过LS模型对极移观测数据进行拟合外推,然后再对AR模型进行LS拟合残差建模预报,预报的残差值与LS外推值之和为最终的极移预报值.

## 4 实验与分析

#### 4.1 实验

为了检验本文提出的方法是否能够提高LS+AR模型的极移预报精度,做实验如下:一是采用常规的LS+AR模型进行短期极移预报,另外采用提出的方法即改进的LS+AR模型(ILS+AR模型)进行极移短期预报,其中ILS+AR模型的预报流程如图3所示.从2000年1月1日起,进行时间跨度为30 d的极移预报并滚动预报至2002年1月20日,采用该预报时间段是为了下一节中与其他模型进行比较,L-S+AR与ILS+AR的预报精度对比见图4和表1.本文所使用的极移样本数据为IERS EOP 08C04,极移参数的样本间隔为1 d,极移样本来自http://hpiers.obspm.fr/iers/eop/eopc04/Ieopc04.62-now.预报精度采用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)作为评定预报精度的指标,RMSE的计算公式如下:

$$\text{RMSE}_{i} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{H} \varepsilon_{i,j}^{2}}{H}} \quad i = 1, 2, \cdots, N,$$
(10)

(10)式中i代表预测的天数, H代表预测的期数,  $\varepsilon_{i,j}$ 代表预测值与观测值之差.

从图4和表1中可看出,除了PMX方向上的第27-30天预报之外,ILS+AR模型的预报结果都要优于LS+AR.此外,在PMY方向上,ILS+AR模型相对于LS+AR模型的预报优势比较显著,并随着时间跨度的增加,这种优势越明显.故本文提出的方法可以有效改正LS+AR模型,提高短期极移预报精度.



Fig. 3 Forecast flow of the ILS+AR model



图 4 ILS+AR与LS+AR精度对比图

Fig. 4  $\,$  Comparison of the ILS+AR and LS+AR accuracies

#### 4.2 与其他模型比较

上述实例证明了所提出的方法可提高LS+AR模型的短期预报精度.为了进一步检验ILS+AR模型的可行性,分别与RLS (Robustified Least Squares)+AR、RLS+ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average)模型(徐君毅<sup>[15]</sup>)以及LS+ANN模型(Schuh 等<sup>[16]</sup>)的预报结果进行比较,比较结果见表2和图5所示.因Schuh等<sup>[16]</sup>预报结果是以极移综合预报精度的形式给出,故采用极移的综合精度作为精度指标,其计算公式如(11)式所示:

$$RMSE_{PM} = \sqrt{\frac{RMSE_{PMX}^2 + RMSE_{PMY}^2}{2}}.$$
 (11)



图 5 多种模型预报结果对比

Fig. 5 — Comparison of prediction results of various models

Time/d	RMSE of PMX			RMSE of PMY		
	ILS+AR/mas	LS+AR/mas	Improvement/%	ILS+AR/mas	LS+AR/mas	Improvement/%
1	0.2898	0.316	8.2911	0.279	0.308	9.4156
2	0.6755	0.744	9.207	0.607	0.703	13.6558
3	1.0932	1.226	10.832	0.981	1.188	17.4242
4	1.5059	1.782	15.4938	1.335	1.697	21.3318
5	1.8694	2.306	18.9332	1.669	2.2	24.1364
6	2.2544	2.863	21.2574	1.959	2.685	27.0391
7	2.6952	3.474	22.418	2.203	3.137	29.7737
8	3.1763	4.105	22.6236	2.421	3.6	32.75
9	3.6298	4.673	22.324	2.674	4.089	34.605
10	4.0964	5.215	21.4497	2.931	4.568	35.8363
11	4.618	5.763	19.8681	3.21	5.083	36.8483
12	5.0709	6.308	19.6116	3.517	5.629	37.52
13	5.4727	6.775	19.2221	3.813	6.167	38.1709
14	5.8916	7.245	18.6805	4.098	6.688	38.7261
15	6.2867	7.658	17.9068	4.394	7.218	39.1244
16	6.6867	8.068	17.1207	4.695	7.725	39.2233
17	7.1168	8.471	15.9863	4.959	8.2	39.5244
18	7.5508	8.842	14.603	5.21	8.687	40.0253
19	7.9676	9.165	13.0649	5.509	9.187	40.0348
20	8.3726	9.497	11.8395	5.781	9.667	40.1986
21	8.8395	9.826	10.0397	6.082	10.19	40.314
22	9.3277	10.21	8.6415	6.416	10.73	40.205
23	9.7642	10.55	7.4483	6.743	11.26	40.1155
$^{24}$	10.225	10.88	6.0202	7.03	11.75	40.1702
25	10.673	11.15	4.278	7.347	12.24	39.9755
26	11.157	11.44	2.4738	7.642	12.72	39.9214
27	11.691	11.71	0.16225	7.953	13.17	39.6128
28	12.194	11.96	-1.9565	8.271	13.66	39.451
29	12.685	12.22	-3.8052	8.61	14.17	39.2378
30	13.215	12.5	-5.72	8.929	14.66	39.0928

表1 ILS+AR与LS+AR精度统计表 Table 1 Statistic of the ILS+AR and LS+AR accuracies

从图5和表2中可看出,本文所提出的ILS+AR模型预报结果与RLS+ARIMA以及 RLS+AR模型的预报结果相比,除了第1天RLS+ARIMA模型的预报精度优于ILS+AR 模型之外,无论是在超短期(1-10 d)预报,还是短期(1-30 d)预报中,ILS+AR模型的预 报精度都要优于RLS+AR和RLS+ARIMA模型的预报精度,并且随着时间跨度的增加 这种优势越发明显,也证明了本文所提出的方法切实可行,相对于其他改正,LS模型的 方法具有一定的优越性.此外,通过与Schuh等<sup>[16]</sup>对比可以发现,在超短期1-10 d的预报 结果中两者的预报精度基本一致,只是从第7天起,Schuh等<sup>[16]</sup>的预报结果才开始明显优 于ILS+AR.

Time/d	$\mathrm{RMSE}_{\mathrm{PM}}/\mathrm{mas}$						
1 lille/ d	RLS+AR	RLS+ARIMA	ILS+AR	LS+ANN			
1	0.3646	0.254	0.28431	0.29			
2	0.88	0.7387	0.64236	0.57			
3	1.4493	1.2623	1.0388	0.95			
4	2.0119	1.7918	1.4228	1.3			
5	2.566	2.3126	1.772	1.79			
6	3.0827	2.8133	2.1118	2.1			
7	3.5655	3.2858	2.4616	2.39			
8	4.0138	3.7411	2.8242	2.67			
9	4.4648	4.1927	3.188	2.95			
10	4.9013	4.6452	3.5617	3.25			
20	9.2802	9.4148	7.1946	6.28			
30	14.2343	14.6566	11.2777	8.89			

表2 ILS+AR与其他模型精度统计表 Table 2 The accuracy statistic of the ILS+AR and other models

## 5 总结与展望

本文针对LS+AR预报模型中存在的问题进行了分析和解决,通过附加约束条件和 变更AR模型建模对象的方法来改正LS+AR模型构建ILS+AR模型.实例证明了本文提 出的ILS+AR模型的短期预报结果明显优于LS+AR模型,其预报精度较LS+AR模型有 明显提升,其中PMY方向上精度提高幅度最大.通过与RLS+AR以及RLS+ARIMA模 型的预报结果相比可以得知,无论PMX方向,还是PMY方向,ILS+AR模型的预报精 度都要优于另外两种预报模型,也证明了本文所提出的改进方法较其他改正LS模型的 方法有一定的优越性.此外,ILS+AR模型超短期预报精度与Schuh等<sup>[16]</sup>的结果基本一 致,能够获取较高精度的预报结果.通过算例分析,本文所提出的方法可以进一步提 高LS+AR模型短期的预报精度,尤其在1-10 d超短期的极移预报上,可以获得与国际最 好预报精度相当的预报结果. 本文提出的方法只适用于短期预报,对于极移长期预报精度的提高,还需寻找其他 方法,这也是下一步工作的重点.此外,本文没有考虑极移的物理激发源,下一步研究还 将联合极移LS拟合残差与大气角动量进行极移预报.

致谢 感谢国际地球自转服务IERS (International Earth Rotation Service)提供的数据以及国际GNSS检测评估系统IGMAS (International GNSS Monitoring Assessment System)对本文实验提供的支持.

#### 参考文献

- [1] 许雪晴, 周永宏. 飞行器测控学报, 2010, 29: 70
- [2] 魏二虎, 刘文杰, Wei J N, 等. 武汉大学学报: 信息科学版, 2016, 41: 66
- [3] 王小辉, 王琪洁, 刘建. 天文学报, 2012, 53: 519
- [4] 许雪晴. 天文学报, 2015, 56: 526
- [5] Kalarus M, Kosek W. ArtSa, 2004, 39: 175
- [6] Akulenko L D, Kumakshev S A, Markov Y G. DokPh, 2002, 47: 78
- [7] Xu X Q, Zhou Y H, Liao X H. JGeo, 2012, 62: 83
- [8] Kalarus M, Schuh H, Kosek W, et al. JGeod, 2010, 84: 587
- [9] 张昊. 地球定向参数极移的预报理论与方法研究. 长沙: 中南大学, 2012
- [10] 武汉大学测绘学院测量平差学科组. 误差理论与测量平差基础. 第2版. 武汉: 武汉大学出版社, 2009
- [11] 徐慧娟. 自回归AR模型的整体最小二乘分析研究. 南昌: 东华理工大学, 2012
- [12] 蔺海新. 自回归模型的平稳性研究. 成都: 电子科技大学, 2008
- [13] 陈国强, 赵俊伟, 黄俊杰, 等. 工具技术, 2005, 4: 39
- [14] 李平. 抚顺石油学院学报, 1988: 39
- [15] 徐君毅. 地球定向参数预报理论与方法研究. 郑州: 解放军信息工程大学, 2010
- [16] Schuh H, Ulrich M, Egger D, et al. JGeod, 2002, 76: 247

## A Modified LS+AR Model to Improve the Accuracy of the Short-term Polar Motion Prediction

WANG Zhi-wen<sup>1</sup> WANG Qian-xin<sup>1</sup> DING Yue-qun<sup>1</sup> ZHANG Jun-jie<sup>1</sup> LIU Shi-shuang<sup>2</sup>

 (1 School of Environment Science and Spatial Informatics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116)
 (2 College of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

**ABSTRACT** There are two problems of the LS (Least Squares)+AR (AutoRegressive) model in polar motion forecast: the inner residual value of LS fitting is reasonable, but the residual value of LS extrapolation is poor; and the LS fitting residual sequence is non-linear. It is unsuitable to establish an AR model for the residual sequence to be forecasted, based on the residual sequence before forecast epoch. In this paper, we make solution to those two problems with two steps. First, restrictions are added to the two endpoints of LS fitting data to fix them on the LS fitting curve. Therefore, the fitting values next to the two endpoints are very close to the observation values. Secondly,

2 期

we select the interpolation residual sequence of an inward LS fitting curve, which has a similar variation trend as the LS extrapolation residual sequence, as the modeling object of AR for the residual forecast. Calculation examples show that this solution can effectively improve the short-term polar motion prediction accuracy by the LS+AR model. In addition, the comparison results of the forecast models of RLS (Robustified Least Squares)+AR, RLS+ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average), and LS+ANN (Artificial Neural Network) confirm the feasibility and effectiveness of the solution for the polar motion forecast. The results, especially for the polar motion forecast in the 1–10 days, show that the forecast accuracy of the proposed model can reach the world level.

**Key words** astrometry: earth rotation, astrometry: polar motion, earth: dynamics, methods: data analysis