

# 两个可能具有2:1平运动共振结构系统的 稳定性研究\*

马大柱<sup>1,2,3†</sup> 傅燕宁<sup>1‡</sup> 王晓丽<sup>4</sup>

(1 中国科学院紫金山天文台 南京 210008)

(2 中国科学院大学 北京 100049)

(3 湖北民族学院理学院 恩施 445000)

(4 中国科学院云南天文台 昆明 650011)

**摘要** 通过分析现有视向速度资料提供的轨道拟合解,发现HD 155358和24 Sextanis两系统都有可能处于2:1平运动共振状态. 主要讨论了两系统共振结构的动力学稳定性问题,计算了两系统最优拟合值 $1\sigma$ 置信区间内大量样本的混沌指标 $\Delta e_{\max}$ . 结果表明: HD 155358系统长期稳定,不依赖于平运动共振的保护. 但是, 24 Sextanis系统如果要维持长期稳定, 2:1平运动共振保护是必要条件.

**关键词** 天体力学, 行星系统, 行星和卫星: 动力学演化和稳定性

中图分类号: P137; 文献标识码: A

## 1 引言

与系外行星相关的研究工作已成为当前天文学领域最为热门的方向之一. 随着观测时间的增加和实验仪器以及数据分析方法的改进, 今后必将会有越来越多的系外行星被发现<sup>[1]</sup>. 对多行星系统来说, 一方面需要提供更多的观测资料支持动力学研究; 另一方面动力学研究也可以检验已提供的行星轨道根数是否满足动力学期长期稳定性的要求<sup>[2-5]</sup>.

通过分析现有视向速度资料提供的轨道拟合解, 人们发现了大量可能处于平运动共振的系外行星系统. 这些系外行星系统对研究行星的形成和演化具有重要的意义. 在可能处于2:1平运动共振的系统中, HD 155358和24 Sextanis是两个值得关注的样本. HD 155358系统于2007年被McDonald天文台行星探测计划通过视向速度法观测发现<sup>[6]</sup>. 2012年HET (Hobby Eberly Telescope)<sup>[7]</sup>又提供了51个新的视向速度点, 加上之前的数据共122个点, 覆盖了近10 yr时间. 更新后的观测资料可以重新评估以前提供的行星轨道根数, 发现在恒星周期图窗口中出现了两个明显峰值, 说明这是一个双行星系统. 24 Sextanis系统于2005年2月被Lick天文台首次发现, 最初提供了50个视向速度数据点, 后

2017-05-08收到原稿, 2017-05-24收到修改稿

\*国家自然科学基金项目(11263003、11533004、11603072)资助

†mdzhibmy@126.com

‡fyn@pmo.ac.cn

来, Keck天文台在2008年12月又发布了24个视向速度数据点. Bowler等<sup>[8]</sup>首先给出了该系统含有两个行星的证据, 但当时由于视向速度资料太少而无法给出轨道拟合解, 后来通过不断补充观测资料, 对两行星的轨道给出了一些约束条件, Johnson等<sup>[9]</sup>给出了二体轨道拟合解. 这两个系统虽然都很有可能处于2:1平运动共振状态, 但是轨道特征完全不同. 对于HD 155358系统来说, 两行星的偏心率都比较小. 然而, 24 Sextanis系统两行星的偏心率都比较大. 说明两系统很有可能经历了完全不同的动力学演化.

关于两系统共振结构的形成问题文献[7,9]中已有讨论, 本文主要讨论两系统共振结构形成之后的长期稳定性问题. 本文结构如下: 第2节给出两系统的轨道拟合解, 第3节讨论两系统的长期稳定性, 第4节为结论部分.

## 2 两系统轨道拟合解

关于HD 155358系统, Robertson等<sup>[7]</sup>在2012年已给出两大行星的部分轨道根数. 我们通过分析该轨道拟合解, 发现当外行星(行星c)的偏心率取 $1\sigma$ 误差范围内较小值时, 两行星可以处于2:1平运动共振状态. 然而, 名义上的最佳拟合值 $e_c = 0.16$ 却大大降低了平运动共振的概率. 后来, 我们结合网格法和Levenberg-Marquardt方法重新拟合了该系统的谱轨道资料, 得到了更好的拟合解, 使得 $\chi^2$ 从1.4下降到1.2, 降低了15%. 更新后的拟合解如表1所示, 其中恒星质量为 $0.92 M_\odot$ ,  $M_\odot$ 表示太阳的质量,  $P$ 、 $M$ 、 $a$ 、 $e$ 、 $T_p$ 、 $i$ 和 $\omega$ 分别表示行星周期、质量、半长径、偏心率、初始历元、轨道倾角和近点角距. 新拟合轨道解与Robertson等<sup>[7]</sup>提供的拟合解差别比较大, 例如内行星的质量(文中行星质量均为最小质量)从原来的 $0.85 M_J$ 增加到现在的 $1.03 M_J$ ,  $M_J$ 为木星的质量. 最重要的是外行星的偏心率 $e_c$ 减小了, 新拟合解中外行星偏心率的最佳拟合值为0.11, 两行星平运动共振的几率增加了.

表 1 HD 155358系统重新拟合轨道根数  
Table 1 New orbital parameters for the HD 155358 system

Parameter	Planet b	Planet c
$P/d$	$194.5 \pm 0.2$	$393.2 \pm 0.8$
$M \sin i / M_J$	$1.03 \pm 0.02$	$0.85 \pm 0.03$
$a/au$	$0.64 \pm 0.01$	$1.02 \pm 0.01$
$e$	$0.14 \pm 0.02$	$0.11 \pm 0.1$
$T_p$ (MJD)	$2451223 \pm 4$	$2455521 \pm 37$
$\omega/^\circ$	$147 \pm 8.1$	$337 \pm 34.9$

24 Sextanis系统<sup>[9]</sup>二体拟合轨道解如表2所示, 其中恒星质量为 $1.54 M_\odot$ ,  $\chi^2 = 1.14$ . 内行星的 $M \sin i_b = 1.6 M_J$ ,  $P = (455.2 \pm 3.2)$  d, 速度振幅 $K = (33.2 \pm 1.6)$  m/s,  $e = 0.184 \pm 0.029$ ,  $a = (1.41 \pm 0.03)$  au. 外行星的 $M \sin i_c = 1.4 M_J$ ,  $P = (910 \pm 21)$  d,  $K = (23.5 \pm 2.9)$  m/s,  $e = 0.412 \pm 0.064$ ,  $a = (2.2 \pm 0.06)$  au. 如果考虑两行星之间的相互作用, Johnson等<sup>[9]</sup>又给出了三体拟合轨道解, 如表3所示, 其中恒星质量仍为 $1.54 M_\odot$ . 与表2相比, 两行星的偏心率均有下降. 二体拟合时两行星质量区别不大, 但是三体拟合

时内行星的质量远大于外行星质量, 其他轨道参数的变化不明显. 无论是二体拟合解还是三体拟合解, 都表明该系统可能具有2:1平运动共振结构.

表 2 24 Sextanis系统二体拟合轨道根数

Table 2 Orbital parameters for the 24 Sextanis system from two-body solution

Parameter	Planet b	Planet c
$P/d$	$455.2 \pm 3.2$	$910 \pm 21$
$M \sin i/M_J$	$1.6 \pm 0.2$	$1.4 \pm 0.2$
$a/au$	$1.41 \pm 0.03$	$2.2 \pm 0.06$
$e$	$0.184 \pm 0.029$	$0.412 \pm 0.064$
$T_p$ (MJD)	$2454758 \pm 30$	$2454941 \pm 30$
$\omega/^\circ$	$227 \pm 20$	$172 \pm 9$

表 3 24 Sextanis系统三体拟合轨道根数

Table 3 Orbital parameters for the 24 Sextanis system from three-body solution

Parameter	Planet b	Planet c
$P/d$	$452.8 \pm 2.1$	$883 \pm 32.4$
$M \sin i/M_J$	$1.99 \pm 0.26$	$0.86 \pm 0.35$
$a/au$	$1.333 \pm 0.004$	$2.08 \pm 0.05$
$e$	$0.09 \pm 0.06$	$0.29 \pm 0.09$
$T_p$ (MJD)	$2454762 \pm 30$	$2454930 \pm 30$
$\omega/^\circ$	$9.2 \pm 50$	$220.5 \pm 20$

与HD 155358系统相比, 24 Sextanis系统二体拟合解中两行星的质量稍大. 虽然两系统的内行星的偏心率都较低, 但24 Sextanis系统外行星的偏心率明显大于内行星. 由于偏心率较高, 24 Sextanis系统的形成过程很有可能与HD 155358系统不一样. 24 Sextanis系统三体拟合解中, 内行星的偏心率非常小, 几乎表现为近圆轨道. 外行星的轨道偏心率仍然较大, 接近0.3. 因此, HD 155358和24 Sextanis是两种不同类型的低阶平运动共振系统.

### 3 系统长期稳定性研究

Robertson等<sup>[7]</sup>通过数值积分HD 155358系统各主要轨道参数在 $3\sigma$ 置信区间内的大量样本, 从数值积分长期稳定的角度说明两行星很有可能具有2:1平运动共振结构. 我们重新拟合的轨道根数也可以证实上述结论.

长期数值积分的工具很多, 辛算法和流形改正方法<sup>[10]</sup>是两种最常用的方法. 本文采用Laskar等<sup>[11]</sup>提出的4阶辛算法(SABAC4)作为基本数值工具积分一般三体系统, 步长固定为0.01 yr. 模拟中内行星b的初始轨道取定为最优拟合值, 而外行星c的初始条件在置信区间内取样. 行星c的半长径 $a$ 和偏心率 $e$ 在其最优拟合解的 $1\sigma$ 置信区间内均匀取值, 其中半长径 $a$ 从0.92到1.12每隔 $\Delta a = 0.01$  au变化, 共21个点. 偏心

率 $e$ 从0.01到0.21以 $\Delta e = 0.01$ 为间隔取21个点. 在这441组 $(a, e)$ 里, 再任意产生12个升交点经度和12个平经度, 样本总数为63504个. 每个样本中行星质量都取 $M_b = 1.03 M_J$ ,  $M_c = 0.85 M_J$ , 要求每个样本的积分时间均为1 Myr. 如果数值积分过程中两行星之间的距离小于Hill稳定性指标或者任意行星与宿主恒星的距离大于10 au, 就认为这些系统是不稳定的, 应该排除. 数值模拟中这种情况共产生了8503次.

HD 155358系统的大样本长期数值积分结果如图1所示.  $(a, e)$ 平面内任意一方格实际对应144个样本, 对这144个样本有多种处理方式, 一般要么取积分时间中值, 要么取平均值. 相对来说, 取中值更为合理, 本文结果取中值. 从图1中明显看出: 当外行星半长径小于1 au时, 外行星偏心率越小系统的寿命越长, 系统结构越稳定. 当外行星半长径大于1 au时, 几乎所有样本系统都保持稳定. 在最优拟合值 $a_c = 1.02$  au时, 所有系统都可以存活1 Myr. 当外行星的偏心率接近 $e_c = 0.01$ 时, 所有样本系统都是稳定的. 一般而言, 动力学稳定轨道基本上不会导致两行星在演化过程中发生近碰. 总之, 在最优拟合值 $(a_c, e_c)$ 的 $1\sigma$ 置信区间内, 86%的轨道都是稳定的, 并且我们发现大多数都具有2:1平运动共振结构. 在 $e_c$ 取值比较大时, 对应的稳定轨道受到了2:1平运动共振的保护才避免发生近碰现象, 而对较小值的 $e_c$ , 不一定需要平运动共振的保护. 从整体上看, 重新拟合的行星轨道偏心率要低于Robertson等<sup>[7]</sup>提供的值, 理论上两行星是不需要平运动共振保护的. 下面关注系统共振结构长期稳定性问题.

$\Delta e_{\max}$ <sup>[12]</sup>是一种非常有效的混沌指标, 其计算方法是数值积分轨道时, 记录每一段积分时间内偏心率的最大值和最小值, 两者之差记为 $\Delta e$ . 将不同样本轨道共同积分时间内的 $\Delta e$ 在同一个参数空间表示出来, 根据 $\Delta e$ 的变化即可给出共振宽度, 这种方法已广泛应用于共振系统的长期稳定性研究. 积分1 Myr的 $\Delta e_2$ 结果如图2所示, 明显看出: 在2:1平运动共振区域附近 $\Delta e_2$ 的数值很小, 说明这些区域是比较稳定的.

与HD 155358系统一样, 24 Sextanis系统也有两个很可能处于2:1平运动共振的木星量级的大行星. 通过前面的讨论我们发现HD 155358系统的长期稳定性并不需要共振结构的保护, 因为在共振宽度之外仍然存在大量稳定的区间. 但是相比HD 155358系统, 24 Sextanis系统的外行星的偏心率明显要大. 因此, 该系统很可能表现出与HD 155358系统完全不同的动力学演化.

首先讨论24 Sextanis系统在二体拟合解附近长期数值积分的稳定性. 数值模拟中给定内行星b的初始轨道, 外行星c各轨道根数的初始条件分别在各自 $1\sigma$ 置信区间内均匀变化. 例如行星c的半长径 $a$ 和偏心率 $e$ 在其最优拟合解的 $1\sigma$ 置信区间内均匀取值, 其中半长径 $a$ 从2.023到2.223每隔 $\Delta a = 0.01$  au变化, 共21个点. 偏心率 $e$ 从0.312到0.512以 $\Delta e = 0.01$ 为间隔取21个点. 随后在441组 $(a, e)$ 里随机取12个升交点经度和12个近点角距, 样本总数也为63504个. 每个样本中行星质量都取 $M_b = 1.6 M_J$ 和 $M_c = 1.4 M_J$ , 积分时间均为1 Myr. 系统的瓦解条件与前面一样, 数值模拟中这种情况共产生了332次, 与HD 155358系统相比, 要少很多.

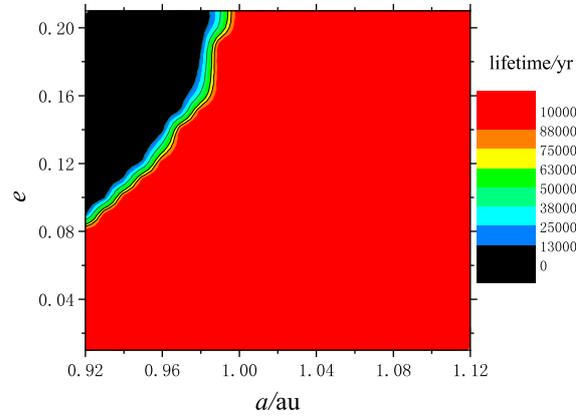


图 1 HD 155358系统 $(a, e)$ 平面内的稳定性分析. 积分结果取 $(a, e)$ 平面内随机产生的144个样本寿命的中值.

Fig.1 Results of the stability analysis for the HD 155358 system in the initial  $(a, e)$  plane. The median lifetime of 144 randomly generated systems is given as a function of  $(a, e)$ , and the contour map of this function is plotted.

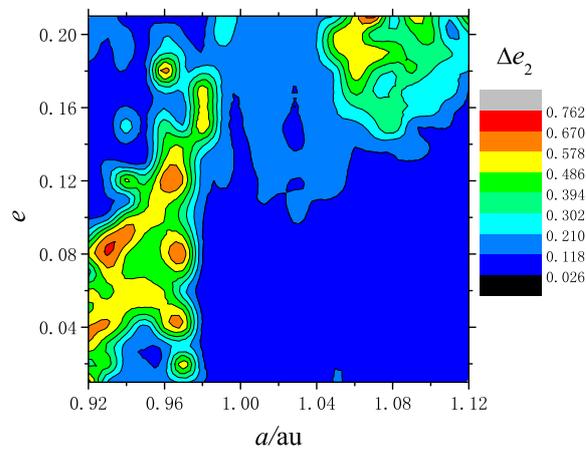


图 2 HD 155358系统混沌指标 $\Delta e_2$ 的计算结果. 积分时间均为1 Myr.

Fig.2 Results of the chaos indicator  $\Delta e_2$  for the HD 155358 system. The total integration time is one million years.

大样本长期数值积分的结果如图3所示. 注意: 与HD 155358系统一样,  $(a, e)$ 平面内每一格对应144个样本的轨道积分时间的中值. 图中蓝色区域表示积分时间少于0.1 Myr的样本, 其分布范围很广. 能够长期进行数值积分的样本基本只能分布在外行星半长径最优拟合值附近很窄的一个区域内. 而且偏心率不能取太大, 越远离最优拟合值中值, 积分时间越短. 也就是说在最优拟合值 $(a_c, e_c)$ 的 $1\sigma$ 置信区间内, 大部分轨道都是不稳定的. 只有在接近2:1平运动共振的地方, 系统才能长期存在. 这说明该系统的长期稳定必须要受到2:1平运动共振的保护.

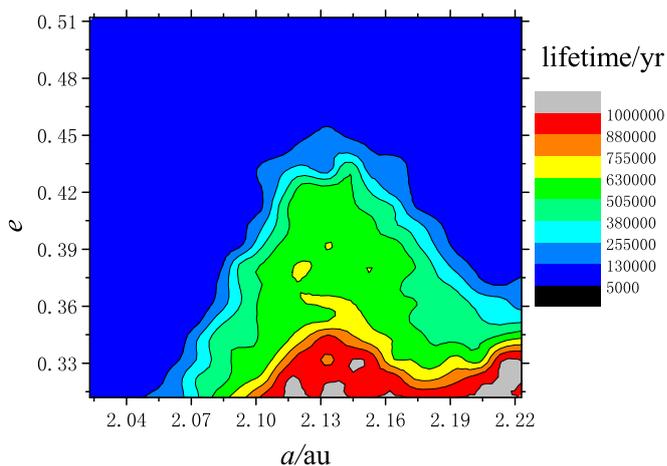


图3 24 Sextanis系统 $1\sigma$ 置信区间内样本长期积分稳定性

Fig. 3 Results of the stability analysis for the 24 Sextanis system within  $1\sigma$  confidence interval

与HD 155358系统一样, 24 Sextanis系统最优拟合解轨道是混沌的<sup>[13]</sup>. 但是轨道混沌并不等于不稳定或系统瓦解, 混沌轨道邻近的有序轨道可以增加混沌轨道的扩散时间<sup>[14]</sup>. 这点从图2中也可以看出, 最优拟合值附近混沌指标 $\Delta e$ 的数值基本没有变化, 说明在最优拟合值附近存在着大量有序轨道, 系统处于稳定状态. 图4给出了24 Sextanis系统最优拟合值 $1\sigma$ 置信区间内441个样本混沌指标 $\Delta e_2$ 的结果, 积分时间为1 Myr. 图中外行星半长径 $a$ 和偏心率 $e$ 的参数空间与图3一样, 但此时升交点经度和近点角距不再均匀改变, 而是取最优拟合值. 从 $\Delta e_2$ 分布上看出, 2:1平运动共振附近混沌指标的数值都较小. 但是远离共振区域之后, 混沌指标的数值都比较大. 说明系统在这些区域的稳定性很差. 但是由于受到共振的保护, 只要在共振宽度内系统都能保持长期稳定. 因此, 有一点可以非常明确, 那就是如果24 Sextanis系统存在的话, 一定具有2:1平运动共振结构. 因为只有受到平运动共振的保护, 该系统才能保持长期稳定. 该系统三体拟合解的 $\Delta e_2$ 分布结果如图5所示, 基本支持了上述结论. 因此, 无论采用二体拟合解还是三体拟合解, 该系统都离不开2:1平运动共振的保护. 如果没有这种保护, 该系统很快会瓦解.

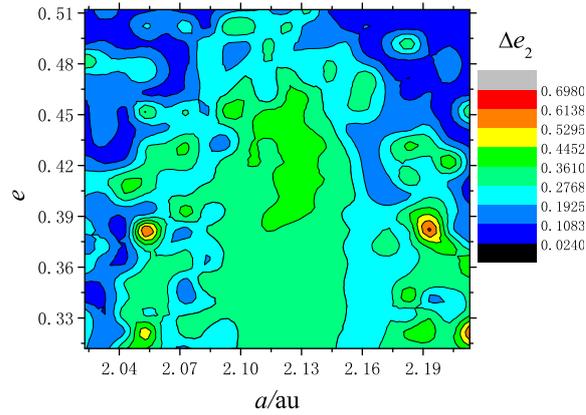


图 4 24 Sextanis系统混沌指标 $\Delta e_2$ 的计算结果(二体拟合解). 积分时间为1 Myr.

Fig. 4 Results of the chaos indicator  $\Delta e_2$  for the 24 Sextanis system. Here, the orbital parameters come from two-body solution. The total integration time is one million years.

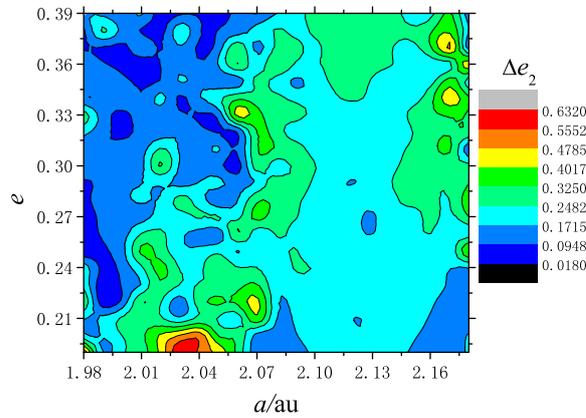


图 5 24 Sextanis系统混沌指标 $\Delta e_2$ 的计算结果(三体拟合解). 积分时间为1 Myr.

Fig. 5 Results of the chaos indicator  $\Delta e_2$  for the 24 Sextanis system. Here, the orbital parameters come from three-body solution. The total integration time is one million years.

## 4 结论

HD 155358和24 Sextanis两系统都含有两个木星量级的大行星, 而且谱轨道资料拟合解表明两系统的大行星都有可能处于2:1平运动共振. 本文利用数值方法计算了两个系统最优拟合解在 $1\sigma$ 置信区间内大量样本的轨道稳定时标和混沌指标 $\Delta e_{\max}$ , 结果表明: HD 155358系统的两颗行星无论是否处于2:1平运动共振, 其轨道都可以长期稳定. 然而, 24 Sextanis系统中两颗行星只有处于2:1平运动共振状态下其轨道才有可能长期稳定维持.

致谢 感谢审稿专家提出的宝贵意见.

## 参 考 文 献

- [1] 陈媛媛. 天文学报, 2015, 56: 314
- [2] 卢涛, 季江徽. 天文学报, 2013, 54: 131
- [3] Lu T, Ji J H. ChA&A, 2013, 37: 388
- [4] 季江徽, 刘林. 天文学报, 2005, 46: 282
- [5] Ji J H, Liu L. ChA&A, 2006, 30: 75
- [6] Cochran W D, Endl M, Wittenmyer R A, et al. ApJ, 2007, 665: 1407
- [7] Robertson P, Endl M, Cochran W, et al. ApJ, 2012, 749: 39
- [8] Bowler B P, Johnson J A, Marcy G W, et al. ApJ, 2010, 709: 396
- [9] Johnson J A, Payne M, Howard A W, et al. AJ, 2011, 141: 16
- [10] Nacozy P E. APSS, 1971, 14: 40
- [11] Laskar J, Robutel P. CeMDA, 2001, 80: 39
- [12] Ramos X S, Correa-Otto J A, Beaugé C. CeMDA, 2015, 123: 453
- [13] Ma D Z, Fu Y N, Wang X L. MNRAS, 2017, 470: 706
- [14] Giorgilli A, Locatelli U, Sansottera M. Regular and Chaotic Dynamics, 2017, 22: 54

## Stability Analysis of the Two Possible 2:1 MMR Systems

MA Da-zhu<sup>1,2,3</sup> FU Yan-ning<sup>1</sup> WANG Xiao-li<sup>4</sup>

(1 Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

(3 School of Science, Hubei University for Nationalities, Enshi 445000)

(4 Yunnan Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Kunming 650011)

**ABSTRACT** Based on the existing orbital parameters determined with the radial velocity (RV) data, the planets in HD 155358 and 24 Sextanis systems are found possibly trapped in the 2:1 mean motion resonance (MMR), respectively. For each system, the dynamical behavior of the best-fitting solution is discussed, and the  $1\sigma$  confidence around the best-fitting initial phase point is explored using the chaos indicator  $\Delta e_{\max}$ . The results reveal that HD 155358 could be stable without the 2:1 MMR protection, but the case is different for 24 Sextanis system.

**Key words** celestial mechanics, planetary systems, planets and satellites: dynamical evolution and stability