

STEP天体测量误差源分析*

刘书瑀[†] 刘佳成 朱 紫[‡]

(南京大学天文与空间科学学院 南京 210093)

摘要 系外类地行星空间探测计划(Search for Terrestrial Exo-Planets, 以下简称“STEP”)采用天体测量法和微像素级焦平面定标测量技术, 设计望远镜焦平面检测精度达到 $1\ \mu\text{as}$. 在假定焦平面设计能达到检测精度的前提条件下, 系统分析了恒星自行、视差、卫星速度和位置、光学系统的光心等关键因素对检测系外行星的影响. 有别于传统的窄视场照相底片常数法, 提出了一种恒星相对角距测量方法, 以检测由于可能存在的系外行星而引起星对角距变化的非线性项, 消除了传统窄视场天体测量中参考星位置和自行精度对检测系外行星的直接影响. 针对同一天区内的8颗参考星和1颗具有行星系统的待测星, 分别模拟出5 yr内的观测数据, 利用最小二乘法进行处理, 发现基于STEP自身 $1\ \mu\text{as}$ 的观测精度, 在这种情况下是可以观测到类地行星的.

关键词 天体测量学, 望远镜, 行星与卫星: 类地行星, 方法: 解析

中图分类号: P122; **文献标识码:** A

1 引言

Wolszczan和Frail在1992年对脉冲星PSR1257+12的脉冲周期进行研究时, 发现其周围存在着影响该脉冲星辐射特征的未知天体, 随后经检验证实这是1个包含3颗行星的多行星系统^[1]. 但是脉冲星产生的高能辐射使得其周围行星上很难存在生命, 因此寻找类太阳恒星和类地行星成为研究重点. 1995年, Mayor和Queloz在主序星51peg附近发现一颗行星^[2], 拉开了人类大规模搜寻太阳系外行星系统的序幕. 在随后的20多年间, 研究者在系外行星及其候选体的搜寻工作中发展出一系列包括多普勒视向速度法、凌星法和微引力透镜法在内的观测方法^[3], 取得了很大进展. 2009年, 首个专门用于探测系外行星的空间项目开普勒望远镜发射升空, 利用极其精密的光度测量技术, 大量的系外行星系统被发现. 目前已经发现4696颗行星候选体, 其中已经被证实的行星有2331颗(截至2017年3月22日)¹. 特别是在2015年7月23日, 首个处于宜居带的类地行星Kepler-452b宣布被发现. 它距离太阳系大约1400光年, 拥有非常接近地球的半径, 公转周期385 d^[4], 利用行星质量-半径关系推算出其质量约为5倍地球质量^[5], 属于被称

2017-04-06收到原稿, 2017-05-02收到修改稿

*国家自然科学基金项目(11473013)资助

[†]cxcnearby@126.com

[‡]zhuzi@nju.edu.cn

¹https://www.nasa.gov/mission_pages/kepler/main/index.html

为“超级地球”的行星^[6]. 而其公转轨道半长径约为1.05 au, 被认为具备液态水甚至生命存在的基本条件^[7].

STEP (Search for Terrestrial Exo-Planets)是针对临近的太阳系外行星系统进行探测的空间高精度光学测量卫星, 采用空间微角秒量级的天体测量和定位技术^[8], 计划对太阳系附近约200颗F、G、K型恒星开展高精度定位测量, 对可能存在的行星系统和位于宜居带的类地行星等进行全面、精确的探测研究. 相比采用凌星法进行探测的Kepler, STEP对行星轨道倾角和半长径的大小的要求没有那么多高. STEP的视场为 $0.44^\circ \times 0.44^\circ$, 主镜口径1.2 m, 焦距为50 m, 探测波段为可见光波段, 观测时要求同一天区内至少存在8颗及以上参考星(图1). 光学结构拟采用三反射(Three Mirror Anastigmat, 简称TMA)光学设计^[9], 焦平面使用探测器拼接技术并采用外差式激光干涉定标技术以保证大视场和高精度定位测量的要求. 基于观测模式、平台稳定性和温控稳定度等方面的要求, 轨道选用日-地系统的拉格朗日 L_2 点. STEP设计天体测量精度为 $1 \mu\text{as}$, 是目前国际上定位测量精度最高的空间探测计划. STEP的主要科学目标为: (1)搜寻太阳系附近的类地行星. 由于观测手段和精度的限制, 目前国际上对系外类地行星的发现还处于困难重重的探索阶段, 系外行星探测研究普遍集中于类木行星, 而STEP将专门针对位于宜居带的类地行星开展高精度探测; (2)太阳系附近行星系统的精确探测研究. 更加全面地获取行星系统特别是低质量的行星样本和更精确的动力学特征研究; (3)宇宙距离尺度定标. 通过STEP的微角秒测量能力, 开展对太空中距离尺度的“标准烛光”——造父变星的精确测量和定标.

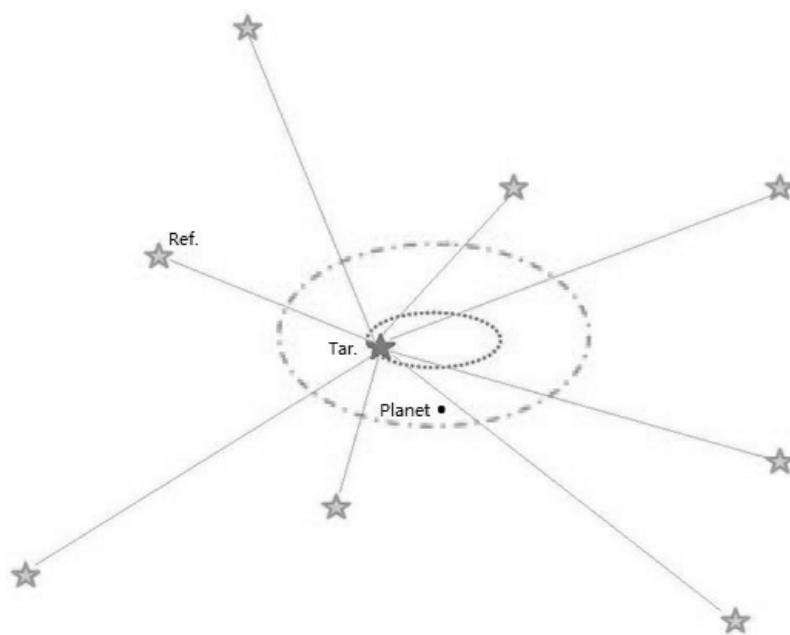


图1 STEP卫星检测行星系统的示意图, 要求在同一 $0.44^\circ \times 0.44^\circ$ 的天区内至少存在8颗参考星(Ref.), 通过参考星与待测星(Tar.)之间相对位置的变化来检测行星是否存在.

Fig.1 The diagram of STEP which requests at least 8 reference stars (Ref.) in a $0.44^\circ \times 0.44^\circ$ field of view (FOV) and tests the existence of planets by changing the relative positions between reference stars and target (Tar.).

在对天体位置的精确测量中,传统的底片常数法是直接从探测器(历史照相胶片、CCD或CMOS等)上读出参考星和待测星的坐标,再利用参考星的星表值来确定探测器的底片常数,最后通过底片常数对待测星的坐标进行改正.这种方法得到的最终结果包含星表误差(精度均远低于 $1\ \mu\text{as}$),无法满足探测行星系统所需要的微角秒量级精度.因此我们在本文中提出一种新的方法—星对角距法.这是一种相对测量方法,切入点是不同时刻焦平面上待测星和每颗参考星之间相对位置的变化.焦平面上2颗星之间的相对位置坐标是这2颗星天球上星对角距的投影结果,星对角距的变化包含线性项和非线性项.其中线性项主要是2颗恒星的相对自行造成的;而2颗恒星只要它们的视差值不同,星对角距就会包含非线性项,若其中的待测星周围存在行星系统,也会造成星对角距中存在非线性项.由于星对角距法中观测的是恒星相对位置的变化,原始数据只包含STEP焦平面上的观测误差,不会引入星表误差,这样才可能实现对微角秒量级行星系统的观测.

在焦平面校准精度要求非常高的情况下,天体测量数据的处理就显得非常重要,在天体位置转换和焦平面数据处理过程中,如果不能有效地降低系统误差,天体测量的精度不可能达到 $1\ \mu\text{as}$ 的量级,即无法从观测数据中剔除误差得到系外行星的信息,最后的信号也可能被错误地解读,导致对行星系统的探测发生错误.本文集中研究参考星的位置和视差,卫星星历表的不确定性等是对STEP确定系外行星有重要影响的关键因素.这一工作对未来STEP项目的成功和结果的可靠性将起到关键作用.

2 较差观测原理

为了判断恒星周围是否存在行星系统,我们需要通过50组焦平面上读取的数据,利用参考星的位置进行归算,进而检测并分析出由于1颗行星或多行星系统存在对目标恒星位置造成的微小扰动(检测精度 $1\ \mu\text{as}$).观测直接获取的信息是不同时刻焦平面上参考星和待测星间相对位置的读数,而参考星的星表值都是天球坐标,二者间的转换步骤如下:

(1)将恒星在J2000.0的星表位置改正到在STEP卫星观测时刻的位置,任意时刻恒星位置的表达式为:

$$\begin{aligned}\alpha_t &= \alpha + \mu_\alpha^* t + (\mu_\alpha^* \mu_\delta \tan \delta - \mu_\alpha^* \pi V_r) t^2 + \pi (-y \cos \alpha + x \sin \alpha) \sec \delta - \\ &\quad \frac{1}{c} (\dot{x} \sin \alpha \sec \delta - \dot{y} \cos \alpha \sec \delta), \\ \delta_t &= \delta + \mu_\delta t - \left(\frac{1}{2} \mu_\alpha^{*2} \sin \delta \cos \delta + \mu_\alpha^* \mu_\delta V_r \right) t^2 + \pi (-x \cos \alpha \sin \delta - y \sin \alpha \cos \delta - \\ &\quad z \cos \delta) - \frac{1}{c} (\dot{x} \cos \alpha \sin \delta - \dot{y} \sin \alpha \sin \delta - \dot{z} \cos \delta),\end{aligned}\quad (1)$$

其中, (α, δ) 是恒星在J2000.0惯性参考系中的赤道坐标, $(\mu_\alpha^*, \mu_\delta)$ 为赤经和赤纬方向的自行(其中 $\mu_\alpha^* = \mu_\alpha \cdot \cos \delta$), π 是恒星的视差, V_r 为恒星的视向速度, (x, y, z) 和 $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ 分别是STEP在太阳系质心参考系下的三维坐标和速度, 2次观测的时间间隔大约为 $0.1\ \text{yr}$. 与地球上的观测相比, STEP是在空间进行观测的, 表达式中少了复杂的地球岁差-章动模型以及大气折射项, 这对于提高观测精度是至关重要的, 也只有空间卫星才有可能实

现微角秒量级的天体测量精度;

(2)从天球坐标到焦平面理想坐标的转换. (A, D) 为望远镜系统的光轴与天球的交点即光心. 在焦平面上建立直角坐标系 (ξ, η) : η 轴指向北天极赤纬增加的方向; ξ 轴指向赤经增加的方向. 记 (ξ, η) 为理想坐标, 则心射投影情况下的函数关系式为:

$$\tan(\alpha - A) = \frac{\xi}{\cos D - \eta \sin D}, \tan \delta = \frac{\eta \cos D + \sin D}{\cos D - \eta \sin D} \cos(\alpha - A); \quad (2)$$

(3)用相对坐标的形式来表达2颗恒星之间的位置变化. 在 $0.44^\circ \times 0.44^\circ$ 的视场内, 我们考虑任意2颗恒星的相对位置. 2颗恒星在 t 时刻的赤经之差 $\Delta\alpha_t$ 、赤纬之差 $\Delta\delta_t$ 可以由(1)式给出, 也可以简单记为:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_t &= \Delta\alpha + \Delta F_{\mu_1} + \Delta F_{\mu_2} + \Delta F_K + \Delta F_\pi, \\ \Delta\delta_t &= \Delta\delta + \Delta G_{\mu_1} + \Delta G_{\mu_2} + \Delta G_K + \Delta G_\pi, \end{aligned} \quad (3)$$

其中, ΔF_{μ_1} 表示的是2颗星之间赤经坐标的较差自行项, ΔF_{μ_2} 表示的是较差自行高阶项, ΔF_K 表示的是较差光行差项, ΔF_π 表示的是较差周年视差项. ΔG_{μ_1} 、 ΔG_{μ_2} 、 ΔG_K 、 ΔG_π 项同理, 对应的是赤纬坐标的相关较差项. 将2颗恒星天球上的相对坐标 $(\Delta\alpha, \Delta\delta)$ 投影到焦平面上, 得到这2颗恒星焦平面上的理想坐标之差 $(\Delta\xi, \Delta\eta)$;

(4)解读焦平面上较差坐标 $(\Delta X, \Delta Y)$ 的值及其随时间的变化, 从而分析目标星周围是否有行星系统存在.

从 $(\Delta\xi, \Delta\eta)$ 的表达式可以看出: 它们与恒星的位置、自行、视差、卫星在太阳系质心参考系中的位置、卫星的运行速度有关, 也与投影关系(2)式中的光心坐标有关. 如果使用的参考星和待测星的参数都精确已知, 并且都不包含行星系统. 在这种情况下, 随着时间的推移, 在STEP凝视某个天区时, 任意2颗恒星的坐标之差与时间的关系都可以通过理论计算精确得到, 并且从焦平面上读取的2颗恒星的理想坐标之差与(1)式和(2)式计算得到的值 $\Delta\xi$ 和 $\Delta\eta$ 应该完全一致. 而事实上, 我们从焦平面上量得的2颗恒星的量度坐标之差 ΔX 和 ΔY , 与理想坐标之差 $\Delta\xi$ 和 $\Delta\eta$ 必然存在差异. 较差值 $\Delta X - \Delta\xi$ 与 $\Delta Y - \Delta\eta$ 存在的主要原因有3项: (i)在计算2颗恒星理想坐标之差 $\Delta\xi$ 和 $\Delta\eta$ 时, 使用的2颗恒星的参数(包括自行、视差、卫星历表)有误差; (ii)这2颗恒星周围可能存在行星系统; (iii)来自STEP望远镜光学系统的误差.

3 天体测量参数误差对定位的影响

本节中, 首先研究天体测量参数误差对恒星相对位置的影响. 考虑到参考星和待测星参数有较大差别: 参考星距离较远, 自行和视差的误差较大, 而待测星是近距星(20 pc 以内), 自行比较大, 参数误差较小. 在下面的研究中, 分别考虑2颗参考星间的相对坐标, 以及参考星和目标星间的相对坐标. 为了方便说明, 选取视场内的2颗参考星和1颗待测星, 其星表参数列于表1. 表格中的星表值参照了Tycho-II星表中位置接近且具有周年视差和视向速度2项数据的恒星, 星表误差来自Gaia星表的预测^[10]. 在模拟计算中, 恒星参数的星表值加上1个高斯分布的随机数乘上标准差生成的误差值就得到真实值.

由于恒星相对位置的变化可能是由行星系统引起的(信号), 也有可能是由恒星的天体测量参数误差引起的(噪声), 我们着重分析这些参数误差对恒星间相对位置的贡献,

在未来STEP天体测量数据处理过程中, 就可以考虑将它们去除, 剩余的恒星位置偏差的周期变化有更大的可能是由于行星系统引起的. 理想坐标是使用星表参数利用投影公式计算得到的, 量度坐标是从CCD上直接读取的. 在实际工作中, 由于望远镜系统误差的存在, 包括底片安装的不精确, 我们不可能在底片上直接建立理想坐标系 (ξ, η) , 实际使用的量度坐标系 (X, Y) 相比理想坐标系会存在几点误差: 原点误差, 使2种坐标间产生常数误差; 指向误差, 即量度坐标系的 X 、 Y 轴与理想坐标系的 ξ 、 η 轴不重合; 轴系不正交, 意味着理想坐标系 ξ 轴和 η 轴严格正交, 但量度坐标系的 X 轴和 Y 轴的夹角不精确等于直角. 这些误差将会使分布在CCD上各处的8颗参考星和1颗待测星的量度坐标产生不同程度的线性和非线性变化, 其中非线性项很有可能导致较差测量结果中包含多余的周期项, 给最后行星系统的分辨造成很大的影响. 下面的讨论中, 忽略底片比例尺的变化, 且认为光心足够稳定(光心问题在3.4节中具体讨论), 将使用星表值计算得到的理想坐标之差记为 $\Delta\xi$ 和 $\Delta\eta$, 而在焦平面上直接读取的量度坐标之差记为 ΔX 和 ΔY . 这样, 较差值 $\Delta X - \Delta\xi$ 与 $\Delta Y - \Delta\eta$ 就反映出所加入的各种参数的误差对恒星相对位置的影响, 我们要进一步弄清楚这种影响的形式和量级. 在实际的观测中, 力求将它们去除, 以得到纯粹的由行星带来的恒星位置变化, 从而确定待测星周围是否存在行星系统.

表 1 同一视场中的2颗参考星和1颗待测星的相关参数

Table 1 Relevant parameters of 2 reference stars and 1 target star in the same FOV

	α, δ	$\Delta_{\alpha, \delta}^a$	V	$\mu_{\alpha}, \mu_{\delta}$	Δ_{μ}^a	π	Δ_{π}^a	V_r
	/degree	/ μas	/mag	/($\text{mas} \cdot \text{yr}^{-1}$)	/mas	/($\mu\text{as} \cdot \text{yr}^{-1}$)	/ μas	/($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)
Ref. 1	149.70956955, 44.94258355	6.5	10.592	2.55, -15.40	3.8	0.84	7.6	16.89
Ref. 2	149.72235841, 44.57884803	19.1	12.904	-2.17, 1.83	12.4	0.65	23	-12.10
Tar.	149.89313634, 44.77654018	1.7	7.660	-124.20, -313.50	0.85	62.61	1.8	32.21

^a $\Delta_{\alpha, \delta}$ is the error of α and δ , Δ_{μ} is the error of μ_{α} and μ_{δ} , Δ_{π} is the error of π .

3.1 卫星位置和速度的影响(卫星历表)

假设STEP在太阳系质心参考系中位置标准差为 $\sigma_r = 1000 \text{ km}$ ——这是一个远远大于正常水平的误差, 一般卫星的位置精度都会好于1000 km, STEP的精度肯定远好于此——在STEP观测的5 yr时间内, 每一次观测以 σ_r 为标准差按高斯分布随机取值, 再化成卫星3个坐标分量 x 、 y 、 z 上的误差 Δx 、 Δy 、 Δz , 只考虑由于卫星在 L_2 点地球同步轨道上公转运动产生的视差效应, 恒星的赤道坐标表达式为:

$$\begin{aligned}\alpha_t &= \alpha + \pi [-(y + \Delta y) \cos \alpha + (x + \Delta x) \sin \alpha] \sec \delta, \\ \delta_t &= \delta + \pi [-(x + \Delta x) \cos \alpha \sin \delta - (y + \Delta y) \sin \alpha \cos \delta - (z + \Delta z) \cos \delta].\end{aligned}\quad (4)$$

由于对同一次观测, 卫星位置和速度的误差对2颗星是相同的, 所以视差值相近的参考星1和参考星2的较差项很小, 待测星的视差比参考星大2个量级, 因此较差的数值与待测星自身绝对位置偏差接近. 我们将卫星位置误差、卫星速度误差和自行高阶项的影响列于表2中. 从第1行的误差结果来看, 即使卫星的位置有上千公里的误差, 对恒星相对位置的影响也远不足1 μas , 说明测量的精度对卫星位置的误差并不敏感, 对于研究2颗星的相对位置也是可以忽略的. 这在目前的卫星测控精度水平下, 是比较容易实现的.

表 2 参数误差引起的2颗恒星相对位置的偏差

Table 2 The deviation of the relative position of two stars caused by parameter errors

Parameter	Ref. 1–Ref. 2		Ref. 1–Tar.	
	$\Delta\alpha/\mu\text{as}$	$\Delta\delta/\mu\text{as}$	$\Delta\alpha/\mu\text{as}$	$\Delta\delta/\mu\text{as}$
Pos. err. ^a	7.01×10^{-4}	2.22×10^{-4}	0.24	0.06
v. err. ^b	0.11	0.42	0.16	0.24
$o(\text{prop.})^c$	0.63	−0.56	−838.08	−860.03

^a Pos. err. denotes position error^b v. err. denotes velocity error^c $o(\text{prop.})$ denotes the higher-order item of proper motion

类似地, 假设STEP在太阳系质心参考系中速度的标准差为 $\sigma_v = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 在STEP观测的5 yr时间内, 每一次观测以 σ_v 为标准差按高斯分布随机取值, 作为卫星3个速度分量 $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$ 、 $\dot{z}$ 的误差总和, 只考虑光行差项, 恒星的赤道坐标表达式为:

$$\begin{aligned}\alpha_t &= \alpha - \frac{1}{c} [(\dot{x} + \Delta\dot{x}) \sin \alpha \sec \delta - (\dot{y} + \Delta\dot{y}) \cos \alpha \sec \delta], \\ \delta_t &= \delta - \frac{1}{c} [(\dot{x} + \Delta\dot{x}) \cos \alpha \sin \delta - (\dot{y} + \Delta\dot{y}) \sin \alpha \sin \delta - (\dot{z} + \Delta\dot{z}) \cos \delta].\end{aligned}\quad (5)$$

从表2第2行结果得出, 量级为 $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的卫星速度标准差引起的恒星相对位置偏差都小于 $0.5 \mu\text{as}$, 已经基本达到STEP的精度水平, 这样的速度精度也是容易实现的.

3.2 参考星和待测星自行误差的影响

恒星的自行很小, 一般小于 $0.1 (") \cdot \text{yr}^{-1}$, 只有400多颗恒星的自行大于或等于 $0.1 (") \cdot \text{yr}^{-1}$. 若要研究恒星位置及其变化, 就要考虑恒星彼此之间因自行所产生的星位变化. 严格讲, 自行就是恒星相对天球惯性参考系产生的位置变化, 在高精度或长周期观测的前提下要考虑自行随时间的变化, 其关系为:

$$\begin{aligned}\frac{d\mu_\alpha^*}{dt} &= 2\mu_\alpha^* \mu_\delta \tan \delta - 2\mu_\alpha^* \pi V_r, \\ \frac{d\mu_\delta}{dt} &= -\mu_\alpha^{*2} \sin \delta \cos \delta - 2\mu_\delta \pi V_r.\end{aligned}\quad (6)$$

上式中第2项称为缩减项, 它们是由恒星距离的变化引起的. 只考虑自行和自行随时间变化的影响, 恒星位置坐标可表示为:

$$\begin{aligned}\alpha_t &= \alpha + \mu_\alpha^* t + (\mu_\alpha^* \mu_\delta \tan \delta - \mu_\alpha^* \pi V_r) t^2, \\ \delta_t &= \delta + \mu_\delta t - \left(\frac{1}{2} \mu_\alpha^{*2} \sin \delta \cos \delta + \mu_\alpha^* \mu_\delta V_r \right) t^2.\end{aligned}\quad (7)$$

若不考虑自行高阶项的贡献, 在5 yr时间内, 恒星相对位置将存在系统差, 列于表2第3行. 这里2颗星相对位置的影响主要由自行较大的恒星决定. 参照结果, 对于参考星1和待测星的相对位置来说, 5 yr之后的累计效应较大, 自行2阶项的贡献大于STEP的设计精度. 因此, 对于具有较大自行的待测星, 自行高阶项应当被考虑在内.

根据Gaia提供的预测信息,可以估计恒星相对位置随时间的变化.一般来说,赤经赤纬方向的误差是不一样的,我们按照表1中的标准差,乘以一个高斯分布生成的随机数,并添加到各个恒星的自行中,把这个值作为实测的自行值,对应STEP观测到的量度坐标中的自行带来的影响.发现即便星表中自行值存在误差,5 yr内 $\Delta X - \Delta\xi$ 与 $\Delta Y - \Delta\eta$ 的偏差是线性的,通过傅里叶分析,没有发现周期项.同样,自行高阶项的影响也没有周期项.

3.3 参考星和待测星视差误差的影响

视差的误差对STEP待测星周围的行星系统比自行和卫星历表误差有更重要的影响,它引起恒星相对位置的周期变化,与行星系统引起的恒星位置变化是类似的.假设星表中的参数只有视差这一项存在误差,那么会发现 $\Delta X - \Delta\xi$ 与 $\Delta Y - \Delta\eta$ 的量级是大于STEP的观测精度的,且是一种周期变化,周期就是STEP卫星视差的周期,约为1 yr,见图2,横坐标是年份,纵坐标是观测值(Observation)和使用星表数据计算值(Calculation)之间的偏差(即 $O - C$).了解了视差带来的影响,我们可以用周期函数拟合观测值和星表值之间的偏差,从而将视差的不确定性带来的误差消除.

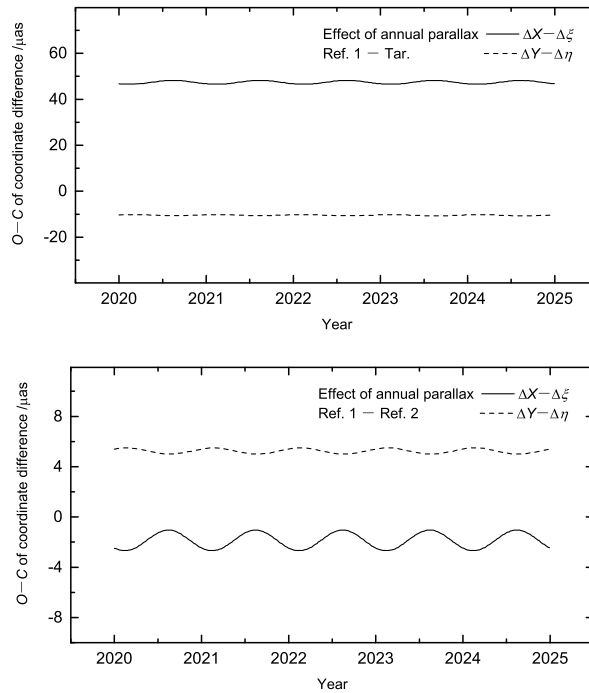


图 2 恒星周年视差的误差对恒星相对位置的贡献

Fig. 2 The influence of the error of stellar annual parallax on relative positions

3.4 光心偏差对量度坐标的影响

STEP最终观测到的数据是从CCD上读取的量度坐标(X, Y), 而光心坐标(A, D)²将对这个视场内恒星通过望远镜投影在CCD上的坐标值有重要影响. 不考虑望远镜的系统误差和底片比例尺的变化, 理想情况下理想坐标就是量度坐标, 假设光心坐标测量的标准差为(σ_A, σ_D), 利用(2)式, 考察5 yr时间中, CCD上量度坐标的位置偏差, 列于表3. 从结果中可以看出, 微角秒量级的光心误差就将导致CCD上观测结果微角秒量级的偏差, STEP若想要达到预期的1 μas 观测精度, 必须要消除光心误差带来的影响.

表 3 光心误差对恒星位置的影响
Table 3 The influence of error in optical center on star position

$\sigma_A, \sigma_D/\mu\text{as}$	$\Delta X/\mu\text{as}$	$\Delta Y/\mu\text{as}$
1.00	0.78	0.79
1.26	0.98	1.00
1.28	1.00	1.01
1.30	1.01	1.03
1.60	1.25	1.27

4 模拟计算

STEP的主要科学目标就是对太阳系外行星系统进行探测, 这里我们使用8颗参考星和待测星不包含误差的各项参数的真实值, 考虑STEP的观测误差, 模拟出5 yr内拍摄的50张CCD底片, 再借助8颗参考星的星表值对待测星的相关参数进行模拟解算. 行星引起恒星位置变化的椭圆轨道半长轴量级为^[8]:

$$A = 3 \left(\frac{M_P}{1 M_\oplus} \right) \left(\frac{a}{1 \text{ au}} \right) \left(\frac{M_*}{1 M_\odot} \right)^{-1} \left(\frac{D}{1 \text{ pc}} \right)^{-1} \mu\text{as}, \quad (8)$$

其中 $M_\odot$ 、 $M_\oplus$ 、 M_* 、 M_P 分别表示太阳、地球、待测星及其行星的质量, a 为行星绕待测星公转的轨道半长轴, D 是待测星与日心的距离. 利用上式可以估算出, 15–20 pc处类地行星引起待测星做椭圆运动, 在日心处观测其椭圆半长轴在微角秒量级.

计算中只保留待测星自行高阶项的影响, 忽略底片比例尺的变化和光行差项, 认为光心足够稳定, 使用Gaia星表作为参考星表. 具体步骤如下:

(1) 计算参考星不同时刻赤道坐标, 可将(1)式简化为:

$$\begin{aligned} \alpha_t &= \alpha + \mu_\alpha^* t + \pi P_{\alpha_t}, \\ \delta_t &= \delta + \mu_\delta t + \pi P_{\delta_t}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $P_{\alpha_t} = (-y \cos \alpha + x \sin \alpha) \sec \delta$ 和 $P_{\delta_t} = -x \cos \alpha \sin \delta - y \sin \alpha \cos \delta - z \cos \delta$ 分别为赤经方向和赤纬方向的视差因子;

²光心坐标(A, D) = (149.90°, 44.77°), 计算中使用在视场中分布尽量均匀的8颗参考星和1颗待测星, 坐标见附录.

(2) 计算具有行星系统的待测星不同时刻的赤道坐标:

$$\begin{aligned}\alpha_t &= \alpha + \mu_\alpha^* t + (\mu_\alpha^* \mu_\delta \tan \delta - \mu_\alpha^* \pi V_r) t^2 + \pi P_{\alpha_t} + a \cos(\phi t + \theta), \\ \delta_t &= \delta + \mu_\delta t - \left(\frac{1}{2} \mu_\alpha^{*2} \sin \delta \cos \delta - \mu_\alpha^* \mu_\delta V_r \right) t^2 + \pi P_{\delta_t} + b \sin(\phi t + \theta),\end{aligned}\quad (10)$$

其中, a 是待测星受行星影响做椭圆运动的半长轴, b 是半短轴, θ 是 t_0 时刻的近心角, ϕ 是角速度;

(3) 利用(2)式计算理想坐标 (ξ, η) ;

(4) 在理想坐标的基础上添加误差得到量度坐标:

$$\begin{aligned}X &= \xi + c, \\ Y &= \eta + f,\end{aligned}\quad (11)$$

其中, c 和 f 是标准差 $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{\sqrt{2}} \mu\text{as}$ 乘上高斯分布的随机数生成的观测误差;

(5) 考虑某1颗参考星时, 可以将它与待测星之间的相对位置表达成下列形式:

$$\begin{aligned}\Delta X_t &= (X_R - X_0) + (\mu_{RX} - \mu_{0X}) t + (\pi_R P_{RX} - \pi_0 P_{0X}) + A \cos(\phi t + \theta), \\ \Delta Y_t &= (Y_R - Y_0) + (\mu_{RY} - \mu_{0Y}) t + (\pi_R P_{RY} - \pi_0 P_{0Y}) + B \sin(\phi t + \theta),\end{aligned}\quad (12)$$

其中, ΔX_t 、 ΔY_t 分别是焦平面上直接读取的参考星与待测星的横纵坐标之差, π_R 、 π_0 分别为参考星和待测星的视差, P_{RX} 、 P_{RY} 、 P_{0X} 、 P_{0Y} 是它们 X 方向和 Y 方向的视差因子, A 和 B 分别是 a 和 b 在焦平面上的投影. X_R 、 μ_{RX} 与 π_R 均可从 Gaia 星表中获得, 通过最小二乘拟合得到 X_0 、 μ_{0X} 与 π_0 的结果及其标准差, 我们就得到了待测星的位置、自行和视差, Y 方向同理;

(6) 得到以8颗不同参考星为参照的8组待测星拟合结果, 我们将其按照非等精度观测列加权, 进行参数平均值和标准差的计算.

重复以上步骤, 我们分别模拟了3组数据进行计算, 每组结果对应的恒星受行星影响的椭圆运动半长轴都在微角秒量级. 一般行星的公转椭圆轨道偏心率都非常小, 但由于投影效应, 观察到的恒星受行星影响的运动轨迹也可能是偏心率较大的椭圆, 所以这里特别选择了几个不同的有代表性的椭圆偏心率和周期^[11-14]: (1) 半长轴 $a = 3.00 \mu\text{as}$, 半短轴 $b = 2.96 \mu\text{as}$, 离心率 $e = 0.16$, 周期为 $T = 0.625 \text{ yr}$, 初始时刻的近心角 $\theta = 277.81^\circ$, 椭圆长轴与赤经方向的夹角 $\rho = 0^\circ$; (2) $a = 4.00 \mu\text{as}$, $b = 2\sqrt{3} \mu\text{as}$, $e = 1/2$, $T = 0.9 \text{ yr}$, $\theta = 30.00^\circ$, $\rho = 35^\circ$; (3) $a = 1.20 \mu\text{as}$, $b = 0.75 \mu\text{as}$, $e = 0.78$, $T = 1.6 \text{ yr}$, $\theta = 132.70^\circ$, $\rho = 10^\circ$. 3组模拟的结果见表4.

从表格中可以看出, 在STEP利用8颗参考星对待测星进行了50次观测, 且焦平面上具有 $1 \mu\text{as}$ 观测误差的前提下, 最终的模拟值仍与输入值存在系统差. 系统差的产生, 一方面是由于我们使用了简化模型, 直接将焦平面上观测到的参考星和待测星之间的相对坐标作为天球上的赤经赤纬之差, 进行了最小二乘拟合. 实际上, 焦平面上的位置坐标是天球坐标的一个投影, 在小角度范围内可以认为投影前后相对位置的值近似相等, 但实际上还是有差别的. 且最小二乘拟合过程中使用的系数 P_{α_t} 和 P_{δ_t} 也都是天球上的视差因子, 而非 CCD 平面上的系数. 另一方面归算过程中使用的 Gaia 星表, 其中的参数误差

不可忽略. 这2种因素共同作用下, 系统差的存在是必然的. 但是以上3种情况, 椭圆各项参数误差都至少小于参数值本身的20%, 可以认为在忽略底片比例尺的变化及光心误差的情况下, 以Gaia星表为参考星表, 利用STEP的观测数据, 我们采用的相对角距方法是可以观测到15–20 pc处研究目标周围的类地行星系统的. 但实际工作中光心和比例尺往往影响很大, 这需要在项目实施过程中加以解决.

表 4 STEP检测行星系统的拟合结果
Table 4 The fitting results of STEP for searching a planet system

Parameter	Input	Result
$\bar{a}_1/\mu\text{as}$	3.00	3.25 ± 0.27
$\bar{b}_1/\mu\text{as}$	2.96	2.87 ± 0.30
$\bar{\phi}_1/((^\circ)\cdot\text{yr}^{-1})$	576.00	571.63 ± 2.63
$\bar{\theta}_1/^\circ$	277.81	276.77 ± 7.43
$\bar{a}_2/\mu\text{as}$	4.00	4.28 ± 0.25
$\bar{b}_2/\mu\text{as}$	3.46	3.48 ± 0.13
$\bar{\phi}_2/((^\circ)\cdot\text{yr}^{-1})$	400.00	342.60 ± 0.82
$\bar{\theta}_2/^\circ$	30.00	26.28 ± 3.72
$\bar{a}_3/\mu\text{as}$	1.20	1.04 ± 0.20
$\bar{b}_3/\mu\text{as}$	0.75	0.78 ± 0.12
$\bar{\phi}_3/((^\circ)\cdot\text{yr}^{-1})$	225.00	242.97 ± 4.71
$\bar{\theta}_3/^\circ$	132.70	121.00 ± 13.36

5 总结与展望

本文针对STEP高精度天体测量卫星检测系外行星提出了恒星相对角距天体测量方法, 通过测量焦平面上2颗恒星的相对位置, 从中分析出邻近恒星周围是否存在行星系统. 由于恒星相对位置的变化可能是由行星系统引起的, 也可能是由恒星天体测量参数的误差引起的, 我们首先测试了恒星天体测量参数和卫星历表误差对STEP检测系外行星的影响, 发现只有具有较大自行的待测星, 需要在之后的计算中只保留其自行的高阶项, 其余参数误差皆不会对在1 μas 精度水平上检测类地行星造成重要的影响.

在模拟5 yr观测的计算中, 选择了望远镜视场天区内8颗参考星和1颗具有行星系统的待测星进行计算和分析, 得到待测星受行星扰动做椭圆运动的相关参数, 且误差的量级都在可接受的范围内. 因此我们认为基于STEP自身1 μas 的观测精度, 采用相对角距测量法, 成功检测到恒星周围的行星系统.

上述分析是建立在STEP焦平面测量精度已经达到微角秒精度的设计要求基础之上的, 实际上, 底片比例尺变化、光心变化等问题的控制也是十分复杂和困难的. 为了满足STEP的精度目标, 能否有效控制这些问题, 在技术上非常关键. 除了保持光轴的稳定之外, 能否采用特殊技术如激光技术, 实时监测焦平面焦距变化, 以修正底片比例尺改变, 并在处理方法上充分考虑其影响显得非常重要. 在此基础上, 还需要通过特别处理方

法来校正视场扭曲——与传统视场扭曲校正方法完全不同,才有可能实现微角秒天体测量精度. 对此,今后还会有更多相关工作.

参 考 文 献

[1] Wolszczan A, Frail D A. Nature, 1992, 355: 145
[2] Mayor M, Queloz D. Nature, 1995, 378: 355
[3] Perryman M A C. RPPh, 2000, 63: 1209
[4] Jenkins J M, Twicken J D, Batalha N M, et al. AJ, 2015, 150: 56
[5] Weiss L M, Marcy G W. ApJ, 2014, 783: L6
[6] Wolfgang A, Rogers L A, Ford E B. arXiv:1504.07557
[7] Huang S S. SciAm, 1960, 202: 55
[8] Malbet F, Léger A, Shao M, et al. ExA, 2012, 34: 385
[9] Greenway P, Tosh I, Morris N. Development of the TopSat Camera//Proceedings of the 5th International Conference on Space Optics (ICSO 2004). Noordwijk: ESA Publications Division, 2004: 113-120
[10] Mignard F. HiA, 2015, 16: 215
[11] 许伟维, 廖新浩, 周永宏, 等. 天文学报, 2016, 57: 422
[12] Xu W W, Liao X H, Zhou Y H, et al. ChA&A, 2017, 41: 381
[13] 黄平辉, 季江徽. 天文学报, 2016, 57: 568
[14] Huang P H, Ji J H. ChA&A, 2017, 41: 399

附录 参考星与待测星坐标

表 5 视场内的8颗参考星和1颗待测星的坐标
Table 5 Data of 8 reference stars and 1 target star in the FOV

	α/degree	δ/degree	V/mag	$\mu_{\alpha}, \mu_{\delta}/(\text{mas} \cdot \text{yr}^{-1})$	π/mas	$V_r/(\text{km} \cdot \text{s}^{-1})$
Ref. 1	149.70956955	44.94258355	10.592	2.55, -15.40	0.84	16.89
Ref. 2	149.72235841	44.57884803	12.904	-2.17, 1.83	0.65	-12.10
Ref. 3	149.90850427	44.82776927	9.258	35.22, 24.18	0.79	22.32
Ref. 4	149.92145320	44.72168453	10.475	7.03, 17.87	0.50	10.27
Ref. 5	149.82239256	44.84235969	7.831	-4.55, -14.56	0.85	23.61
Ref. 6	149.99779764	44.70350997	9.079	0.98, -1.65	0.72	-7.98
Ref. 7	150.08902994	44.85022756	14.180	-7.46, -37.52	0.77	13.63
Ref. 8	150.05314237	44.89525917	9.217	-13.64, -17.63	0.55	-19.05
Tar.	149.89313634	44.77654018	7.660	-124.20, -313.50	62.61	32.21
O.C. ^a	149.90	44.75				

^a O.C. denotes the optical center.

Analysis of Error Sources in STEP Astrometry

LIU Shu-yu LIU Jia-cheng ZHU Zi

(School of Astronomy and Space Science, Nanjing University, Nanjing 210093)

ABSTRACT The space telescope Search for Terrestrial Exo-Planets (STEP) employed a method of sub-pixel technology which ensures that the astrometric accuracy of telescope on the focal plane is at the order of $1\ \mu\text{as}$. This kind of astrometric precision is promising to detect earth-like planets beyond the solar system. In this paper, we analyze the influence of some key factors, including errors in the stellar proper motions, parallax, the optical center of the system, and the velocities and positions of the satellite, on the detection of exo-planets. We propose a relative angular distance method to evaluate the non-linear terms in stellar distance caused by possibly existing exo-planets. This method could avoid the direct influence of measured errors of the position and proper motion of the reference stars. Supposing that there are eight reference stars in the same field of view and a star with a planet system, we simulate their five-year observational data, and use the least square method to get the parameters of the planet orbit. Our results show that the method is robust to detect terrestrial planets based on the $1\ \mu\text{as}$ precision of STEP.

Key words astrometry, telescopes, planets and satellites: terrestrial planets, methods: analytical