

# 光钟与氢钟联合的时间尺度算法研究\*

赵书红<sup>1,2†</sup> 董绍武<sup>1,2,3</sup> 白杉杉<sup>1,2</sup> 屈俐俐<sup>1,2</sup> 张继海<sup>1,2</sup> 章宇<sup>1,2</sup>

(1 中国科学院国家授时中心 西安 710600)

(2 中国科学院时间基准及应用重点实验室 西安 710600)

(3 中国科学院大学天文与空间科学学院 北京 100049)

**摘要** 光钟的频率稳定性和不确定度达到了 $10^{-18}$ 量级,使其有望成为下一代的时间频率标准,并可能用来重新定义国际单位“秒”.时间尺度作为准确、连续标记时间流逝过程的基准,是高精度时间产生的基础.时间尺度的产生需要依赖连续稳定运行的原子钟,而光钟作为实验室原型设备,一般不能连续运行,因此光钟参与时间尺度计算是个难点问题.提出将Vondrak-Cepek组合滤波算法应用在光钟与氢钟联合计算的时间尺度,以解决间歇运行的光钟参与时间尺度计算的难点问题.首先利用氢钟的时差数据,采用ALGOS算法计算获得连续稳定的氢钟时间尺度.其次利用Vondrak-Cepek组合滤波算法将氢钟时间尺度与光钟的数据综合,获得光钟参与计算的联合时间尺度.最终试验结果证明,Vondrak-Cepek组合滤波算法有效提升光钟与氢钟联合时间尺度的性能,该时间尺度与协调世界时(Coordinated Universal Time, UTC)的时间偏差达到亚纳秒量级.

**关键词** 时间: 时间尺度, 频率稳定性; 方法: 数据分析, Vondrak-Cepek组合滤波算法; 技术: 氢钟, 光钟  
**中图分类号**: P113; **文献标识码**: A

## 1 引言

时间尺度作为准确、连续标记时间流逝过程的基准,是时间频率体系的基础.自基于铯原子的超精细跃迁定义的“秒”以来,原子时已有50多年的稳定发展.光钟是利用原子在光波波段的跃迁定义的时间/频率标准,经过多年的发展,目前光钟的频率稳定性和不确定度都已经达到了 $10^{-18}$ 量级,有望成为下一代时间频率标准并用于重新定义国际单位“秒”.光钟的这一优势,激发了科学家们尝试用更精确的光钟来实现更加稳定准确的时间尺度.尽管这些光钟潜力巨大,但光钟仍为实验室原型设备,不能长时间连续运行,使得它们在参与时间尺度计算上存在问题.因此研究运行时间受限的光钟如何参与时间尺度计算,提高现有的时间尺度性能

是重要的研究问题.

受光钟的物理机制等方面的影响,光钟大多不能连续运行,且运行时长一般是不规律的.而时间尺度算法要求参与的原子钟连续自由运转,且数据采样间隔一般是固定值.因此非均匀采样的原子钟数据在参与时间尺度计算前,大多将非均匀数据内插或外推成均匀采样数据,但内插或外推会引入拟合或预报误差,从而影响最终产生的时间尺度性能.

Vondrak-Cepek组合滤波算法是由Vondrak平滑法演变而来,采用最小二乘估计法的直接误差准则.该算法从平衡平滑度和逼真度两方面出发,寻求最优的滤波结果,并且不需要预先知道观测数据是均匀采样或是非均匀采样.本文首次提出将

2023-03-01收到原稿, 2023-04-28收到修改稿

\*陕西省空间超限探测重点实验室开放基金项目(2023005)、中国科学院青年创新促进会项目(2020402)资助

†zsh@ntsc.ac.cn

Vondrak-Cepek组合滤波算法应用在光钟与氢钟联合计算的时间尺度上, 尝试解决不连续的光钟数据参与时间尺度计算的难点问题.

本文首先对氢钟和光钟数据进行了仿真, 采用ALGOS算法处理氢钟的钟差数据, 将计算获得的氢钟时间尺度作为Vondrak-Cepek组合滤波算法的一组输入数据. 同时从实际光钟运行的特点出发, 模拟了多种运行模式下的光钟数据, 将光钟与参考氢钟的模拟频差数据作为Vondrak-Cepek组合滤波算法的另一组输入数据, 综合计算获得光钟和氢钟的联合时间尺度. 最后对不同运行模式下的联合时间尺度进行性能分析, 验证Vondrak-Cepek组合滤波算法参与联合时间尺度计算的可行性以及评估联合时间尺度相较于协调世界时(Coordinated Universal Time, UTC)的性能情况.

## 2 原子钟数据模拟

对原子钟的数据模拟, 我们首先通过观察阿伦

方差(Allan Deviation)相对于观测区间 $\tau$ 的斜率, 识别出原子钟的主要噪声类型. 识别了主要噪声后估计其噪声参数值, 依据给定频标的性能指标对氢钟和光钟进行模拟, 利用实测数据和规格说明书的指标进行对比, 验证模拟结果的有效性<sup>[1-2]</sup>.

### 2.1 主动型氢钟

中国科学院国家授时中心(National Time Service Center, NTSC)是我国唯一的专门、全面从事时间频率基础研究和应用研究的科研机构, 承担着我国标准时间UTC (NTSC)的产生、保持和发播任务. 利用我国标准时间UTC (NTSC)系统中4台氢钟(H1-H4)的稳定性、频率偏移和频率漂移率进行氢钟的数据模拟, 其中频率偏移和频率漂移率参考国际权度局(Bureau International des Poids et Mesures, BIPM)网站公布的数据. 这4台氢钟的性能指标如表1所示<sup>[3]</sup>.

表 1 4台氢钟的性能指标  
Table 1 The performance indicators of four active hydrogen masers

Type	Averaging time/s	Hydrogen maser H1	Hydrogen maser H2	Hydrogen maser H3	Hydrogen maser H4
Frequency stability (Allan Deviation)	1	$1.5 \times 10^{-13}$	$1.6 \times 10^{-13}$	$1.0 \times 10^{-13}$	$9.0 \times 10^{-14}$
	10	$2.5 \times 10^{-14}$	$1.8 \times 10^{-14}$	$2.5 \times 10^{-14}$	$2.5 \times 10^{-14}$
	100	$6.0 \times 10^{-15}$	$4.5 \times 10^{-15}$	$7.5 \times 10^{-15}$	$6.5 \times 10^{-15}$
	1000	$2.0 \times 10^{-15}$	$1.5 \times 10^{-15}$	$2.0 \times 10^{-15}$	$1.0 \times 10^{-15}$
	10000	$1.5 \times 10^{-15}$	$4.5 \times 10^{-16}$	$8.5 \times 10^{-16}$	$9.5 \times 10^{-16}$
	86400	$7.0 \times 10^{-16}$	$4.0 \times 10^{-16}$	$7.0 \times 10^{-16}$	$6.5 \times 10^{-16}$
Frequency offset	—	$-1.1 \times 10^{-13}$	$5.4 \times 10^{-14}$	$4.1 \times 10^{-13}$	$7.4 \times 10^{-14}$
Linear frequency drift/d	—	$4 \times 10^{-16}$	$6 \times 10^{-16}$	$3.5 \times 10^{-16}$	$-7.0 \times 10^{-16}$

确定了氢钟H1的噪声参数后, 针对不同的噪声类型绘制出相应的曲线图, 如图1所示, 蓝色星状曲线代表氢钟H1的频率白噪声(White Frequency Noise, WFM), 红色圆圈曲线代表氢钟H1的相位

白噪声(White Phase Noise, WPM), 褐色点状曲线代表氢钟H1的频率闪烁噪声(Flicker Frequency Noise, FFM), 而黑色加号曲线代表氢钟H1的随机游走频率噪声(Random Walk Frequency Noise, R-

WFM). 利用表1中的性能指标进行氢钟数据模拟, 紫色曲线展示了氢钟H1的最终模拟结果. 这一结果与氢钟实际的典型噪声特性基本吻合, 同时模拟计算的氢钟稳定性与实测结果基本一致, 从而验证了

模拟数据的合理性. 分别对这4台氢钟的主要噪声类型进行识别后, 估计的噪声参数值见表2<sup>[1]</sup>.

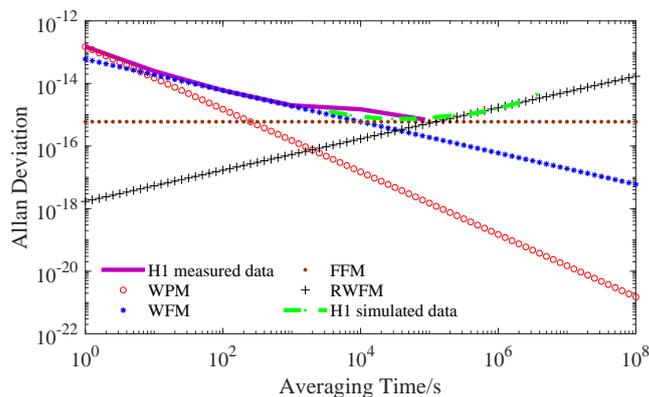


图1 氢钟1的原子钟模拟结果

Fig. 1 Simulation results of hydrogen maser H1

表2 4台氢钟的噪声参数

Table 2 The noise parameters of four active hydrogen masers

Stochastic component	Hydrogen maser H1	Hydrogen maser H2	Hydrogen maser H3	Hydrogen maser H4
WPM	$1.5 \times 10^{-13}$	$1.6 \times 10^{-13}$	$1.0 \times 10^{-13}$	$9.0 \times 10^{-14}$
WFM	$6.0 \times 10^{-14}$	$4.5 \times 10^{-14}$	$7.5 \times 10^{-14}$	$6.5 \times 10^{-14}$
FFM	$6.0 \times 10^{-16}$	$4.0 \times 10^{-16}$	$5.0 \times 10^{-16}$	$6.5 \times 10^{-16}$
RWFM	$1.70 \times 10^{-18}$	$9.6 \times 10^{-19}$	$1.45 \times 10^{-18}$	$1.56 \times 10^{-18}$
Deterministic component	$-1.13 \times 10^{-13}$	$5.4 \times 10^{-14}$	$4.1 \times 10^{-13}$	$7.4 \times 10^{-14}$
Linear frequency drift/d	$4 \times 10^{-16}$	$6 \times 10^{-16}$	$3.5 \times 10^{-16}$	$-7 \times 10^{-16}$

## 2.2 光钟

参考BIPM网站公布的美国国家标准与计量研究院(National Institute of Standards and Technology, NIST)的光钟性能指标: 频率稳定度为 $3.1 \times 10^{-16}(\tau/s)^{-1/2}$ , 光钟几乎没有频率和频率漂移<sup>[3]</sup>, 其中 $\tau$ 代表了平均时间, s表示单位秒. 利用这台光钟的性能指标进行模拟, 模拟的光钟与NIST光钟的稳定度对比情况如图2所示<sup>[3-4]</sup>.

图2中模拟光钟与NIST光钟的稳定度基本吻合, 同时在图中可以看出, 模拟的光钟噪声主要以频率白噪声为主, 也证明了模拟光钟数据的有效性. 由于难以保持光钟的整个复杂系统处于最佳状态, 使得光钟的连续运行非常困难, 因此考虑到光钟实际运行的特性, 我们模拟了下列两类情况.

等间距模式: 光钟按照一个固定的时间间隔周期性地启动和停止. 在这种模式下, 固定周期的运

行模式有助于同步整个系统的操作.

非等间距模式: 光钟启动之间的时间间隔可以根据需要进行调整, 不遵循固定模式. 这种模式允许更灵活的操作, 可以根据维护需求、系统校准或其他因素来调整停止时间, 更符合实际运行特点.

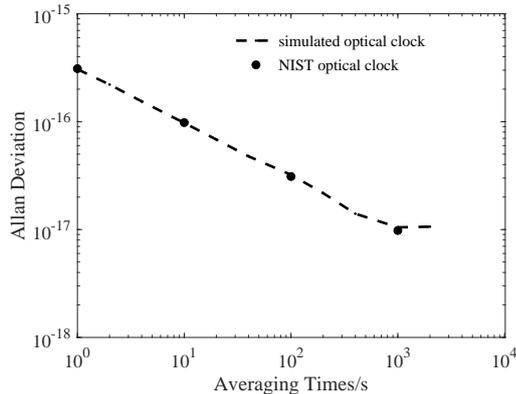


图 2 模拟的光钟与NIST光钟的频率稳定度对比结果

Fig. 2 Comparison results of frequency stability between simulated optical clock and NIST optical clock

第一类情况, 等间距模式. 光钟运行期间, 模拟的数据间隔为1 h.

(1)场景1: 理想情况下的光钟数据, 光钟连续运行, 每小时都有数据.

(2)场景2: 光钟每天固定时段运行1 h (运行率为4.17%); 每3 d固定时段运行1 h (运行率为1.39%); 每7 d固定时段运行1 h (运行率为0.6%).

(3)场景3: 光钟的运行率为25%, 光钟每天固定时段连续运行6 h; 每3 d固定时段连续运行18 h; 每7 d固定时段连续运行42 h.

(4)场景4: 光钟的运行率为50%, 光钟每天固定时段连续运行12 h; 每3 d固定时段连续运行36 h; 每7 d固定时段连续运行84 h.

(5)场景5: 光钟的运行率为75%, 光钟每天固定时段连续运行18 h; 每3 d固定时段连续运行54 h; 每7 d固定时段连续运行126 h.

第二类情况, 非等间距模式. 光钟运行期间, 模拟的数据间隔为1 h.

(1)场景6: 光钟每天随机时段运行1 h (运行率为4.17%); 每3 d随机时段运行1 h (运行率为

1.39%); 每7 d随机时段运行1 h (运行率为0.6%).

(2)场景7: 光钟的运行率为25%, 光钟每天随机时段连续运行6 h; 每3 d随机时段连续运行18 h; 每7 d随机时段连续运行42 h.

(3)场景8: 光钟的运行率为50%, 光钟每天随机时段连续运行12 h; 每3 d随机时段连续运行36 h; 每7 d随机时段连续运行84 h.

(4)场景9: 光钟的运行率为75%, 光钟每天随机时段连续运行18 h; 每3 d随机时段连续运行54 h; 每7 d随机时段连续运行126 h.

### 3 光钟和氢钟联合的时间尺度算法

氢钟具有优越的中短期频率稳定性和连续稳定运行的特点, 常被时间基准系统用为主钟频率源. 氢钟的阿伦偏差在 $10^4 - 10^5$  s处达到最低的频率不确定性,  $10^5$  s至1周左右, 频率闪烁噪声约为 $2 - 4 \times 10^{-16}$ 量级. 由于氢钟频漂的存在, 会导致约1周后的频率稳定度变差.

图3是氢钟、铯喷泉钟(Cesium fountain)和光钟的频率稳定度对比结果. 从图中可以看出, 光钟的稳定度表现最优, 如果利用光钟与氢钟的时差/频差数据计算频率稳定度, 最终反映出的是氢钟的稳定度. 如果以光钟作为参考, 选用较短时间的光钟与氢钟的时差/频差数据, 就可以准确评估氢钟的频率和频漂. 如果以铯喷泉钟为参考, 需要一周以上的时间才能准确评估出氢钟的频率和频漂, 因此光钟参与时间尺度计算具有很明显的优势.

大多数实验室的光钟, 每次光钟停止运行到下一次开始运行的时间间隔为随机的, 因此光钟参与时间尺度计算带来很明显的劣势. 为解决这一问题, 部分实验室采用历史的光钟数据预测守时型原子钟的频率和频漂, 最后利用守时型原子钟计算出时间尺度. 或用内插的方式修补光钟的缺失数据, 将经过数据修补的光钟作为一台连续的原子钟, 与守时型原子钟联合计算获得时间尺度. 当光钟运行率较高且缺失数据较少时, 这两种方式效果明显. 但光钟停止到重新启动运行的时间间隔较长或缺失数据较多时, 内插可能会引入较大的误差, 最终降低光钟参与计算的时间尺度的性能. 因此本文提出

Vondrak-Cepek组合滤波算法解决光钟参与时间尺度计算的难点问题, 不需要考虑原子钟和光钟数据的时间间隔是否均匀的, 同时可以消除原子钟的高频噪声.

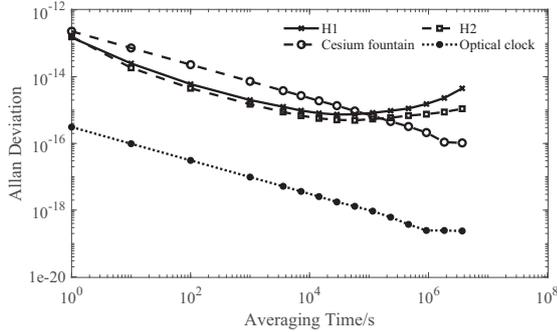


图3 氢钟、铯喷泉钟和光钟的频率稳定度对比结果

Fig.3 Comparison results of frequency stability among hydrogen maser, cesium fountain clock and optical clock

### 3.1 Vondrak-Cepek组合滤波算法

Vondrak-Cepek组合滤波算法相比于Vondrak初始平滑算法, 不但考虑了观测量, 还考虑了观测量导数的作用. 其思路是在曲线的光滑性与逼真度之间寻找平衡, 该方法可消除非均匀观测量中存在的高频噪声<sup>[5-11]</sup>.

假设有两组观测数据, 这两组观测量有不同的测量精度, 其中一组观测数据代表了观测量, 另一组观测数据代表了观测量的一阶导数, 两组观测是不相关的. 定义了3个变量:

(1)曲线的光滑性, 用 $S$ 表示, 如(1)式:

$$S = \sum_{i=1}^{N-3} (a_i y_i + b_i y_{i+1} + c_i y_{i+2} + d_i y_{i+3}), \quad (1)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{6\sqrt{(x_{i+2} - x_{i+1})(x_N - x_1)}}{(x_i - x_{i+1})(x_i - x_{i+2})(x_i - x_{i+3})}, \\ b_i &= \frac{6\sqrt{(x_{i+2} - x_{i+1})(x_N - x_1)}}{(x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} - x_{i+2})(x_{i+1} - x_{i+3})}, \\ c_i &= \frac{6\sqrt{(x_{i+2} - x_{i+1})(x_N - x_1)}}{(x_{i+2} - x_i)(x_{i+2} - x_{i+1})(x_{i+2} - x_{i+3})}, \\ d_i &= \frac{6\sqrt{(x_{i+2} - x_{i+1})(x_N - x_1)}}{(x_{i+3} - x_i)(x_{i+3} - x_{i+1})(x_{i+3} - x_{i+2})}, \end{aligned} \quad (2)$$

$y_i$ 为平滑值,  $x_i$ 为平滑值对应的时间序列,  $N$ 为平滑值的数量;

(2)平滑值与观测量的逼真度, 用 $F$ 表示, 如(3)式所示:

$$F = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^N p_j (y'_j - y_j)^2, \quad (3)$$

其中 $y'_j$ 为观测量,  $x_j$ 为 $y'_j$ 对应的时间序列, 每个 $y'_j$ 有不同的权重 $p_j$ ,  $n$ 为观测量的数量;

(3)平滑值与观测量一阶导数的逼真度, 用 $\bar{F}$ 表示, 如(4)式所示:

$$\bar{F} = \frac{1}{\bar{n}} \sum_{k=1}^N \bar{p}_k (\bar{y}'_k - \bar{y}_k)^2, \quad (4)$$

$\bar{y}'_k$ 为观测量的一阶导数,  $\bar{x}_k$ 为 $\bar{y}'_k$ 对应的时间序列, 每个 $\bar{y}'_k$ 有不同的权重 $\bar{p}_k$ ,  $\bar{n}$ 为观测量一阶导数的数量. 采用最小二乘方法最终实现3个限制条件最小, 如(5)式所示:

$$\begin{aligned} Q &= S + \varepsilon F + \bar{\varepsilon} \bar{F} = \min \\ \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial y_i} &= 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (5)$$

这是一组 $N$ 维线性方程组, 其中 $\varepsilon \geq 0$ ,  $\bar{\varepsilon} \geq 0$ , 通过调整这两个参数的值, 最终实现 $Q$ 值最小.

### 3.2 光钟参与计算的时间尺度算法

利用单台氢钟的性能指标, 模拟得到氢钟H1、H2、H3和H4相对于UTC的时差数据, 采用ALGOS算法计算获得氢钟时间尺度 $TA_H$ 与氢钟H1的时差结果, 该结果作为Vondrak-Cepek组合滤波算法的一组输入数据(观测值).

依据2.2节不同场景下的光钟模拟结果, 可以最终计算获得光钟相对于氢钟H1的时差数据, 并将时差数据转化成频差数据, 该数据作为Vondrak-Cepek组合滤波算法的另一组输入数据(观测值的一阶导数).

该两组数据是后续联合时间尺度算法的数据来源, 采用Vondrak-Cepek组合滤波算法, 最终计算获得氢钟和光钟联合的时间尺度 $TA$ , 氢钟钟组与光钟联合的时间尺度算法实现框图如图4所示.

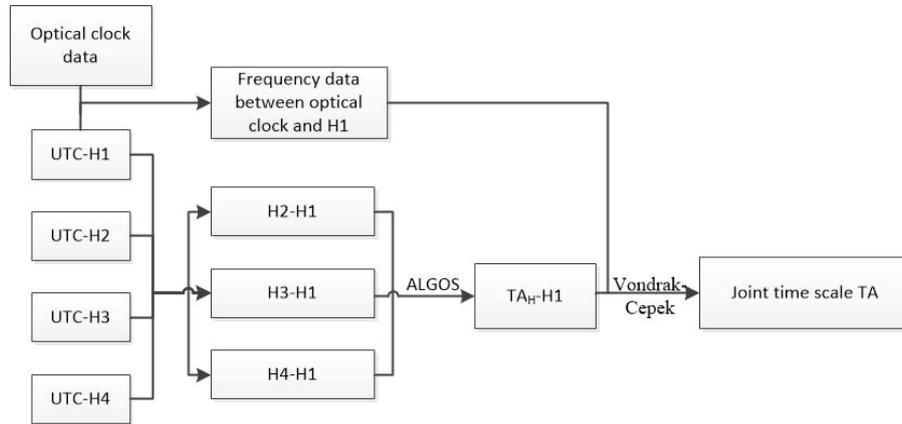


图 4 氢钟与光钟联合的时间尺度实现框图

Fig. 4 Block diagram for the time scale implementation combining hydrogen masers and an optical clock

### 4 结果与分析

基于氢钟和光钟的模拟比对数据, 利用上述的算法, 针对不同的光钟运行场景, 分别计算光钟与氢钟实现的组合时间尺度, 最终对联合时间尺度进行性能分析<sup>[12-15]</sup>.

利用4台氢钟与UTC的模拟时差数据, 采用ALGOS算法, 计算获得氢钟时间尺度 $TA_H$ , 如图5所示. 从图5可以看出, 氢钟时间尺度在 $10^4 - 10^5$  s处达到噪底, 约为 $3 \times 10^{-16}$ . 相比于单台原子钟, 氢钟时间尺度 $TA_H$ 的频率稳定度表现更优.

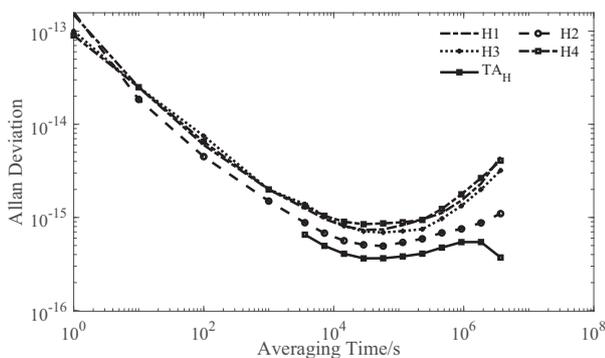


图 5 氢钟时间尺度的频率稳定度比较

Fig. 5 The frequency stability results of time scale based on hydrogen masers

#### 4.1 第一类情况

利用Vondrak-Cepek组合滤波算法, 根据光钟

(场景1, 理想情况)与氢钟的频差数据以及氢钟时间尺度 $TA_H$ 与UTC的相差数据, 计算获得氢钟与光钟联合的时间尺度 $TA$ , 并将该时间尺度与氢钟时间尺度 $TA_H$ 进行分析比较, 结果如图6所示.

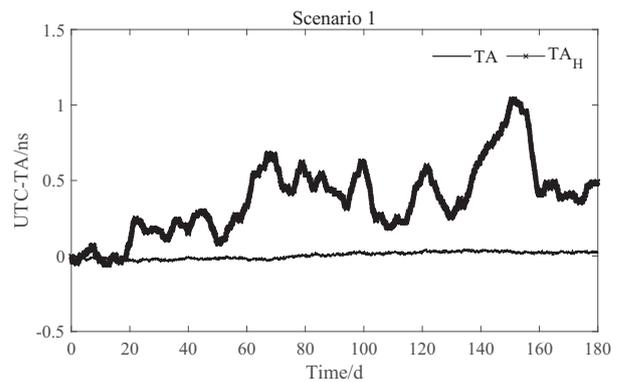


图 6 场景1下计算的时间尺度(TA)与UTC的时差数据

Fig. 6 Time offsets between time scale TA with UTC for Scenario 1

场景1的光钟参与计算的联合时间尺度 $TA$ 与UTC的时间偏差保持在 $\pm 0.1$  ns以内, 均方根为0.022 ns. 仅依赖于氢钟钟组计算的时间尺度 $TA_H$ , 与UTC的时间偏差保持在 $\pm 2$  ns, 均方根为0.25 ns, 性能明显差于光钟参与计算的联合时间尺度.

利用Vondrak-Cepek组合滤波算法, 根据光钟(场景2、场景3、场景4和场景5)与氢钟的频差数据以及氢钟时间尺度 $TA_H$ 与UTC的时差数据, 针对光

钟的4种不同场景分别计算光钟参与计算的联合时间尺度TA性能, 并对这4种情况进行分析比较。

场景2中, 每天固定时段运行1h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{1h/1d}$ ; 每3d固定时段运行1h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{1h/3d}$ ; 每7d固定时段运行1h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{1h/7d}$ 。这三种情况产生的时间尺度相比于UTC, 其最大绝对偏差保持在 $\pm 0.6$  ns以内, 如图7 (a)所示。

场景3中, 每天固定时段连续运行6h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{6h/1d}$ ; 每3d固定时段连续运行18h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为

$TA_{18h/3d}$ ; 每7d固定时段连续运行42h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{42h/7d}$ 。这三种情况产生的时间尺度相比于UTC, 其最大绝对偏差保持在 $\pm 0.5$  ns以内, 如图7 (b)所示。

场景4中, 每天固定时段连续运行12h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{12h/1d}$ ; 每3d固定时段连续运行36h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{36h/3d}$ ; 每7d固定时段连续运行84h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{84h/7d}$ 。这三种情况产生的时间尺度相比于UTC, 其最大绝对偏差保持在 $\pm 0.54$  ns以内, 如图7 (c)所示。

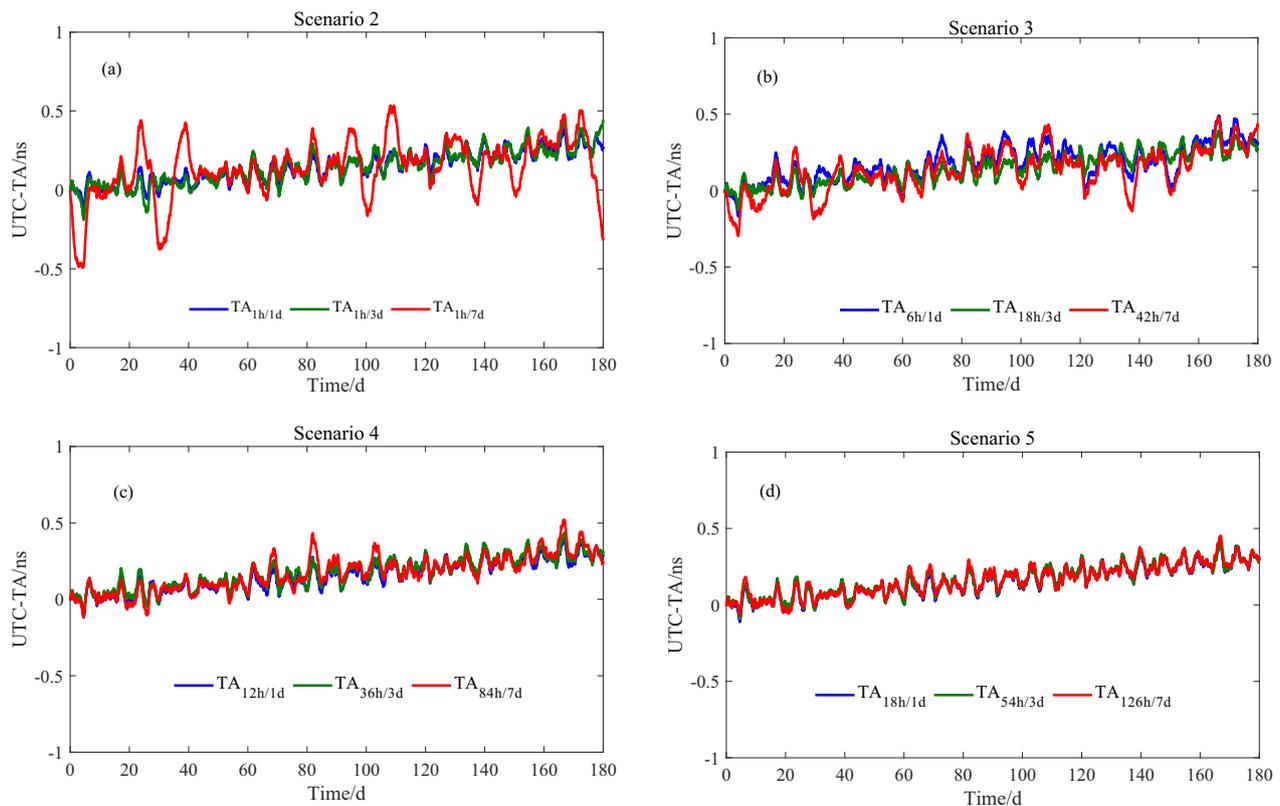


图7 场景2-5下计算的时间尺度与UTC的比较

Fig. 7 Time offsets between time scale TA with UTC for Scenarios 2-5

场景5中, 每天固定时段连续运行18h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{18h/1d}$ ; 每3d固定时段连续运行54h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{54h/3d}$ ; 每7d固定时段连续运行126h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{126h/7d}$ . 这3种情况产生的时间尺度相比于UTC, 其最大绝对偏差保持在 $\pm 0.45$  ns以内, 如图7(d)所示.

同时, 在场景2-5下, 光钟参与计算的时间尺度有约 $2.5 \times 10^{-17}$ 的较小斜率, 这主要是受氢钟的漂移影响.

场景2-5的时间尺度性能比较结果见表3. 从表3可以看出, 光钟的运行率与联合时间尺度的性能具有相关性的, 大多数情况下, 光钟的运行率越高, 联合时间尺度TA与UTC的最大绝对偏差越小, 均方根越小. 当光钟运行的运行率仅为100%, 联合时间尺度TA与UTC的最大绝对偏差在180 d以内, 保持在 $\pm 0.1$  ns, 均方根为0.022 ns. 而当光钟的运行率为0.6%, 联合时间尺度TA与UTC的最大绝对偏差在180 d以内, 也能保持在 $\pm 0.6$  ns, 均方根为0.31 ns. 即使光钟的运行率仅为0.6%, 它参与计算的时间尺度性能也明显优于由纯氢钟参与计算的时间尺度 $TA_H$ .

表 3 多种时间尺度(Scenario 1-5)的性能比较  
Table 3 Performance comparison of multiple time scales (Scenarios 1-5)

Scenario	Optical clock uptime ratio	Time scale	Maximum absolute time	
			differences between TA and UTC	Root Mean Square
1	100%	$TA_{SUM}$	0.1 ns	0.022 ns
	4.17%	$TA_{1h/1d}$	0.4 ns	0.17 ns
2	1.39%	$TA_{1h/3d}$	0.5 ns	0.19 ns
	0.6%	$TA_{1h/7d}$	0.6 ns	0.31 ns
3	25%	$TA_{6h/1d}$	0.5 ns	0.12 ns
		$TA_{18h/3d}$	0.4 ns	0.10 ns
		$TA_{42h/7d}$	0.5 ns	0.14 ns
4	50%	$TA_{12h/1d}$	0.42 ns	0.10 ns
		$TA_{36h/3d}$	0.45 ns	0.10 ns
		$TA_{84h/7d}$	0.54 ns	0.12 ns
5	75%	$TA_{18h/1d}$	0.42 ns	0.10 ns
		$TA_{54h/3d}$	0.42 ns	0.10 ns
		$TA_{126h/7d}$	0.45 ns	0.10 ns

## 4.2 第二类情况

利用Vondrak-Cepek组合滤波算法, 根据光钟(场景6、场景7、场景8和场景9)与UTC的频差数据以及氢钟时间尺度 $TA_H$ 与UTC的时差数据, 针对光钟不同的4种场景, 分别计算光钟参与计算的联合时间尺度TA的性能, 并对这4种情况进行分析比

较.

场景6中, 每天随机时段运行1h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{1h/1d(r)}$ ; 每3d随机时段运行1h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{1h/3d(r)}$ ; 每7d随机时段运行1h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时

间尺度记为 $TA_{1h/7d}(r)$ . 这三种情况产生的时间尺度相比于UTC, 其最大绝对偏差保持在 $\pm 0.7$  ns以内, 如图8 (a)所示.

场景7中, 每天随机时段连续运行6h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{6h/1d}(r)$ ; 每3d随机时段连续运行18h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{18h/3d}(r)$ ; 每7d随机时段连续运行42h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{42h/7d}(r)$ . 这三种情况产生的时间尺度相比于UTC, 其最大绝对偏差保持在 $\pm 0.5$  ns以内, 如图8 (b)所示.

场景8中, 每天随机时段连续运行12h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{12h/1d}(r)$ ; 每3d随机时段连续运行36h的光

钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{36h/3d}(r)$ ; 每7d随机时段连续运行84h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{84h/7d}(r)$ . 这三种情况产生的时间尺度相比于UTC, 其最大绝对偏差保持在 $\pm 0.54$  ns以内, 如图8 (c)所示.

场景9中, 每天随机时段连续运行18h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{18h/1d}(r)$ ; 每3d随机时段连续运行54h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{54h/3d}(r)$ ; 每7d随机时段连续运行126h的光钟参与时间尺度计算, 产生的联合时间尺度记为 $TA_{126h/7d}(r)$ . 这三种情况产生的时间尺度相比于UTC, 其最大绝对偏差保持在 $\pm 0.45$  ns以内, 如图8 (d)所示.

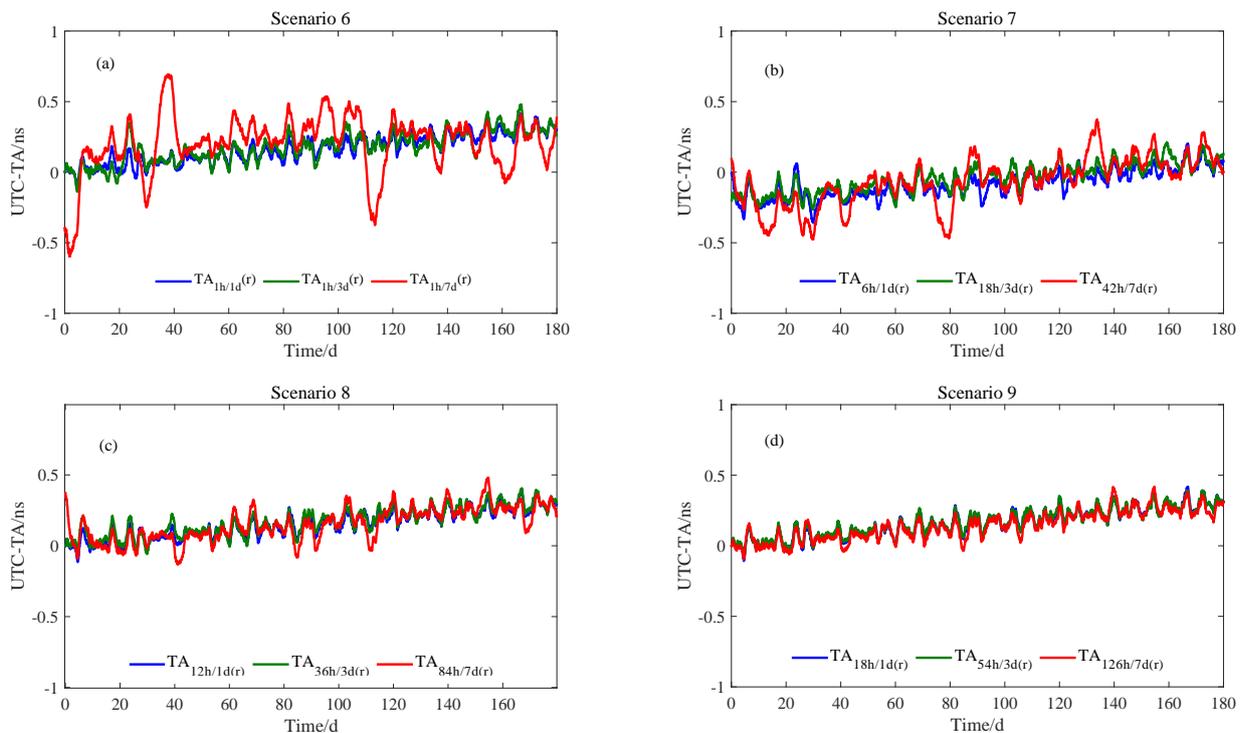


图8 场景6-9下计算的时间尺度TA与UTC的比较

Fig. 8 Comparison between time scale TA with UTC for Scenarios 6-9

同时,在场景6-9下,光钟参与计算的时间尺度均有一个较小的斜率,主要是受氢钟的漂移影响.

场景6-9的时间尺度性能比较结果见表4.从表4也可以看出,光钟的运行率与联合时间尺度的性能具有相关性的,大多数情况下,光钟的运行率越高,联合时间尺度TA与UTC的最大绝对偏差越小,均方根越小.当光钟在随机时刻启动时,即使光钟的运行率仅为0.6%,联合时间尺度TA与UTC的最大绝对偏差在180 d以内,也能保持在 $\pm 0.7$  ns,均

方根为0.2 ns,明显优于由纯氢钟组成计算得到的时间尺度 $TA_H$ .对比表3和表4,发现表4中的均方根优于或等于表3中的均方根,这些差异主要是受光钟和氢钟数据的仿真误差以及使用Vondrak-Cepek组合滤波算法中平滑参数的差异等导致.

综上所述,Vondrak-Cepek组合滤波算法可以解决不连续的光钟数据参与时间尺度的问题,同时能有效提升光钟与氢钟联合时间尺度的性能,其时间尺度的性能明显优于纯氢钟钟组.

表 4 多种时间尺度(Scenario 6-9)的性能比较  
Table 4 Performance comparison of multiple time scales (Scenarios 6-9)

Scenario	Optical clock uptime ratio	Time scale	Maximum absolute time	
			differences between TA and UTC	Root Mean Square
6	4.17%	$TA_{1h/1d}$ (r)	0.45 ns	0.10 ns
	1.39%	$TA_{1h/3d}$ (r)	0.5 ns	0.10 ns
	0.6%	$TA_{1h/7d}$ (r)	0.7 ns	0.20 ns
7	25%	$TA_{6h/1d}$ (r)	0.35 ns	0.10 ns
		$TA_{18h/3d}$ (r)	0.3 ns	0.10 ns
		$TA_{42h/7d}$ (r)	0.5 ns	0.18 ns
8	50%	$TA_{12h/1d}$ (r)	0.4 ns	0.10 ns
		$TA_{36h/3d}$ (r)	0.4 ns	0.10 ns
		$TA_{84h/7d}$ (r)	0.54 ns	0.12 ns
9	75%	$TA_{18h/1d}$ (r)	0.42 ns	0.10 ns
		$TA_{54h/3d}$ (r)	0.42 ns	0.10 ns
		$TA_{126h/7d}$ (r)	0.45 ns	0.10 ns

## 5 结论

本文利用Vondrak-Cepek组合滤波算法,尝试解决间歇运行的光钟难以参与时间尺度计算的难题.基于BIPM发布的实际氢钟和光钟的性能指标,模拟了4台氢原子钟和一台光钟的数据.考虑到光钟实验室的实际运行情况,我们模拟了光钟的多种场景,尽可能还原光钟的实际运行情况.采用Vondrak-Cepek组合滤波算法,利用氢钟与UTC的

时差数据、光钟与氢钟的频差数据两组数据,计算联合时间尺度.实验结果表明,利用模拟氢钟和光钟数据进行时间尺度计算时,在180 d内,理想情况下与UTC的偏差保持在 $\pm 0.2$  ns以内,而在其他场景下,基本维持在 $\pm 1$  ns以内.纯氢钟钟组计算的时间尺度相比UTC,偏差保持在 $\pm 1.5$  ns以内,因此Vondrak-Cepek组合滤波算法有效提升了光钟与氢钟联合时间尺度的准确性和稳定性,为未来以光钟为基础建立更精确的时间基准奠定了理论基础.

## 参考文献

- [1] Riley W J. Handbook of Frequency Stability Analysis. Washington: U. S. Government Printing Office, National Institute of Standards and Technology Special Publication, 2008: 9-17
- [2] Diez J, D'Angelo P, Fernández A. Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2006), Fort Worth, TX: Fort Worth Convention Center, 2006: 815-821
- [3] 赵书红, 董绍武, 白杉杉, 等. 仪器仪表学报, 2020, 41: 31
- [4] 赵书红, 董绍武, 白杉杉, 等. 电子与信息学报, 2021, 43: 1457
- [5] 王威雄, 董绍武, 武文俊, 等. 国防科技大学学报, 2021, 43: 17
- [6] 江志恒. 宇航计测技术, 2000, 27: 53
- [7] 赵书红, 董绍武, 袁海波, 等. 时间频率学报, 2021, 44: 288
- [8] 章宇, 董绍武, 宋会杰, 等. 仪器仪表学报, 2020, 41: 90
- [9] Zhao S, Dong S, Qu L, et al. 2016 IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS), New York: IEEE, 2016: 227
- [10] 白杉杉, 董绍武, 赵书红, 等. 天文学报, 2018, 59: 58
- [11] Bai S S, Dong S W, Zhao S H, et al. ChA&A, 2019, 43: 292
- [12] Chou C, Hume D B, Koelemeij J C J, et al. PhRvL, 2010, 329: 1630
- [13] Ido T, Hachisu H, Nakagawa F, et al. Metrologia, 2016, 723: 1
- [14] 陈泳锬, 于涛, 隋延林. 电子测量技术, 2022, 45: 56
- [15] 姚丽娜, 马天阳. 电子测量技术, 2022, 45: 43

## Combination of an Optical Clock and Hydrogen Masers for Accurate Time Scale Calculation

ZHAO Shu-hong<sup>1,2</sup> DONG Shao-wu<sup>1,2,3</sup> BAI Shan-shan<sup>1,2</sup> QU Li-li<sup>1,2</sup> ZHANG Ji-hai<sup>1,2</sup>  
ZHANG Yu<sup>1,2</sup>

(1 National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600)

(2 Key Laboratory of Time Reference and Applications, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600)

(3 School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

**ABSTRACT** The frequency stability and uncertainty of the optical clock have reached a magnitude of  $10^{-18}$ , making it a promising candidate for the next generation of time and frequency standards, and it may be used to redefine the international unit “second”. The time scale serves as a benchmark for accurately and continuously marking the passage of time, being the foundation of high-precision time generation. The production of a time scale relies on the continuous and stable operation of atomic clocks; however, optical clocks, as laboratory prototype devices, generally cannot operate continuously, thus involving optical clocks in time scale calculation presents a challenging issue. The proposed application of the Vondrak-Cepek combined filtering algorithm for joint time scale calculations with an optical clock and hydrogen masers aims to address the challenges posed by the intermittent operation of an optical clock. Initially, the ALGOS algorithm is used on the time difference data of the hydrogen masers to calculate and obtain a continuous and stable hydrogen maser clock time scale. Subsequently, the Vondrak-Cepek combined filtering algorithm is used to integrate the hydrogen maser time scale with the optical clock data to acquire a combined time scale that involves optical clocks in the calculation. Finally, the experimental results prove that the Vondrak-Cepek combined filtering algorithm effectively improves the performance of the combined time scale of optical clocks and hydrogen masers, with the time deviation of this time scale reaching the sub-nanosecond magnitude when compared with Coordinated Universal Time.

**Key words** time: time scale, frequency stability; methods: data analysis, Vondrak-Cepek combined filtering algorithm; techniques: hydrogen maser, optical clock