

基于NEATM和WISE数据的小尺寸近地小行星 物理特性研究*

何浩卿^{1,2,3} 季江徽^{1,2,3†} 孔旭⁴ 姜浩轩^{1,2,3} 胡寿村^{1,2,3}

(1 中国科学院紫金山天文台 南京 210023)
(2 中国科学技术大学天文与空间科学学院 合肥 230026)
(3 中国科学院行星科学重点实验室 南京 210023)
(4 北京空间飞行器总体设计部 北京 100094)

摘要 小行星是太阳系中广泛分布的金属或岩石天体, 直径从米级跨越到几百公里. 它们蕴含了太阳系早期的信息, 同时也可能会与地球轨道相交且撞击地球, 因此研究小行星的物理参数、物质成分和表面性质对于了解太阳系行星的形成演化和近地天体防御具有重要意义. 以国际小行星中心(Minor Planet Center, MPC)获取直径 $D < 160$ m的小尺寸近地小行星共67颗作为研究对象, 其中包含部分潜在威胁小行星(Potentially Hazardous Asteroids, PHA). 基于NEATM (Near-Earth Asteroid Thermal Model), 使用广域红外巡天望远镜(Wide-field Infrared Survey Explorer, WISE)的观测数据, 利用反射光模型对太阳反射光进行了修正, 使用动力学模型计算WISE观测历元的小行星轨道数据, 计算了这67颗小尺寸近地小行星的直径和反照率. 拟合过程采用马尔科夫链蒙特卡罗(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)方法, 与WISE的研究结果和MPC的数据进行了比较分析, 给出了其分类特征. 研究为小行星的观测和理论提供了有力的支持, 可以更好地了解近地小行星的特征和演化.

关键词 小行星; 近地小行星; 辐射机制; 热辐射, Near-Earth Asteroid Thermal Model (NEATM); 方法: 数据分析, Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

中图分类号: P185; 文献标识码: A

1 引言

近地小行星是指绕太阳轨道公转的接近地球轨道, 近日点离太阳距离通常不大于1.3 au的小行星. 近地小行星是太阳系中非常重要的天体, 也是人类观测比较多的天体, 根据美国航空航天局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)的近地小行星研究中心(Center for NEO Studies, CNEOS)的统计, 截止2023年4月共发现31645颗近地小行星, 其中直径大于140 m的

有10420颗, 这个数目也在不断增加, 数据来自于多个观测系统, 如CSS (Catalina Sky Survey)、ATLAS (Asteroid Terrestrial-impact Last Alert System)、NASA的WISE (Wide-field Infrared Survey Explorer)/NEOWISE (Near-Earth Object WISE)等.

近地小行星的轨道可能和地球轨道交会甚至和地球相撞, 这一类有潜在危险的近地小行星就叫做潜在威胁小行星(Potentially Hazardous Asteroids, PHA). 国际天文学联合会(International

2023-05-18收到原稿, 2023-06-01收到修改稿

*国家自然科学基金项目(12033010、12150009), 中国科学院先导B项目(XDB41000000), 小行星基金会资助

†jjjh@pmo.ac.cn

Astronomical Union, IAU)关于PHA的定义:与地球轨道的最小交会距离不超过0.05 au (约750万公里),直径大于140 m,绝对星等 ≤ 22 的小行星.根据CNEOS的统计,截止2023年4月已发现了2328颗PHA,其中直径大于1 km的有152颗.

国际上开展了众多近地小行星的空间探测任务,比如我国于2010年发射的嫦娥二号,在完成了月球探测任务之后,于2012年前往更远处对小行星4179号图塔蒂斯进行了探测^[1],对其表面进行了成像与测量,传回了许多珍贵数据.日本宇宙航空研究开发机构(Japan Aerospace Exploration Agency, JAXA)的隼鸟号和隼鸟二号分别对小行星Itokawa和Ryugu进行了科学探测,并采集了其样本,这些样本将有助于深入了解小行星的起源和演化过程.另外NASA的双小行星重定向测试(Double Asteroid Redirection Test, DART)的任务目的是测试一种称为“撞击偏转”(kinetic impact)的技术,即使用人造探测器撞击小行星表面以改变其轨道. DART任务的探测器在2022年9月26日成功撞击双小行星之一的Dimorphos,使其轨道周期缩短了32 min^[2],这是人类首次使用探测器直接撞击小行星,验证了轨道偏转技术的可能性,为近地小行星防御提供了帮助.

除了上述对单个小行星的空间直接探测,近地小行星(包括很多PHA),更多是基于地基或空间望远镜对其进行观测,比如NASA的WISE望远镜,其于2009年12月14日发射升空,进入近地轨道,针对近地小行星进行大量观测. WISE望远镜总重约661 kg,搭载4个红外波段的望远镜相机W1、W2、W3、W4,分别对应3.4 μm 、4.6 μm 、12 μm 和22 μm 的波长.其观测时间为2009年到2010年.之后WISE卫星的W3和W4波段相机的液氮用尽导致灵敏度降低,只能用W1和W2波段继续观测,并改名为NEOWISE,使用WISE的剩余功能监测小天体.

本文基于WISE的近地小行星红外观测数据,使用近地小行星热物理模型(Near-Earth Asteroid Thermal Model, NEATM),利用反射光模型修正太阳反射光来研究小尺寸近地小行星的物理特性. NEATM是一种方便的估计小行星反照率和直径

的模型,其优点在于计算效率较高,但存在较多假设,且在许多已有的工作中未考虑太阳反射光的影响,导致波长较短的观测数据(如WISE W1波段)无法正常使用.第2节介绍了NEATM和反射光模型,第3节基于WISE的红外波段数据对一批小尺寸近地小行星进行了拟合,并得到了其物理特性.第4节将本文得到的小尺寸近地小行星的基本物理参数(如直径、反照率)与WISE的结果进行了比较分析,并给出了其分类.

2 小行星热物理模型

小行星热物理模型主要用于计算小行星表面的温度分布和理论辐射通量,在计算温度时,需要考虑太阳的入射、反射、散射、向内的热传导以及向外发出的热辐射等,进而达到热平衡状态.而这些过程与小行星的形状、大小、自转、热传导率等多个物理参数密切相关,也和小行星的日心距、观测相位角等轨道参数有关.使用Planck公式计算理论辐射流量,并与红外观测数据进行拟合,可以给出小行星的直径、反照率等热物理参数^[3-5].热物理模型先假设小行星的形状模型(椭球体或更细致的建模),通过形状模型然后得到其表面温度分布,进而计算出表面热辐射.形状模型将小行星表面划分为多个小面元,每个单位面元的热辐射可近似为黑体辐射或灰体辐射.地面红外望远镜捕捉到的是小行星热红外辐射通量,即每个可见面元的辐射总和.对特定的观测相位角 α (如图1),建立小行星的热模型,与实际观测数据相结合,就可以推断其大小、反照率等基本物理特性和热辐射通量之间的关系.总之,建立一个有效的热物理模型,就可以快速估计众多小行星的大小、反射率等物理参数.

根据研究对象和模型复杂度的不同,小行星热物理模型可分为简单和复杂模型.简单模型假设小行星表面材料物理特性相同,通常将小行星抽象为球体或椭球体,比如STM^[6](Standard Thermal Model),其将小行星表面看作一个理想的黑体,忽略了表面粗糙度和凹凸性,且假设小行星无自转,只在阳面有热辐射,温度分布只和纬度有关,观测相位角 α 为0;快速自转模型(Fast Rotating Model,

FRM)^[7]考虑了小行星表面的自转效应, 能够更准确地描述小行星表面的温度分布和热惯量参数, 和STM的差别在于FRM假设小行星快速自转, 温度分布与经度无关, 所以相位角不影响观测值. 简单模型的优点在于计算速度快, 并且可以推广到任何大小的小行星. 复杂模型考虑小行星表面的形状、凹凸性、粗糙度等因素, 能更准确地计算其表面温度分布和散热过程. 比如经典的TPM^[8] (Thermal Physical Model)和ATPM^[9] (Advanced Thermal Physical Model), 它们将小行星看做多个面元组成的多面体, 对每个单元进行热建模计算温度和辐射, 综合得到总热辐射. 优点为精细, 缺点是计算复杂、模型参数和输入数据需求高, 不适用于大批量估算. 本文的研究对象是多个小尺寸的近地小行星, 所以借助于NEATM构建最终模型, 见第2.1节详细介绍.

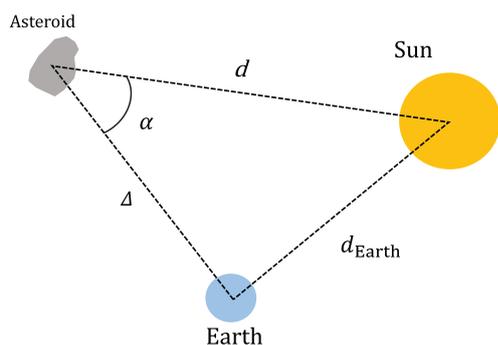


图1 小行星和太阳的相对位置, 其中, α 、 d 、 d_{Earth} 、 Δ 分别为相位角、小行星与太阳的距离、太阳与观测点的距离和小行星与观测点的距离.

Fig. 1 The relative positions of asteroid and Sun, where α , d , d_{Earth} , and Δ are phase angle, distance between asteroid and Sun, distance between observatory and Sun, and distance between asteroid and observatory.

2.1 NEATM

STM和FRM都是常见的简单小行星热物理模型, 但由于它们假设的物理机制有所不同, 所以它们的适用范围和精度也有所不同, 这两个模型主要适用于主带小行星. 近地小行星由于形状不规则且表面粗糙度的不同, 且带有自转, 观测相位角不能被忽略, 所以STM和FRM基本不适用于近地小行星, 于是Harris于1998年在STM和FRM基础上做了

改进, 提出了NEATM^[10].

NEATM被广泛应用于近地小行星和彗星的热辐射研究中, 统计得到其对于近地小行星的直径拟合更加准确^[11]. NEATM将上文的STM、FRM做了一些改进^[5], 其将集束参数 η ^[5] (Beaming Parameter)作为一个校准参数, 可以不断变化从而最佳地拟合观测数据, 而在STM中 η 恒等于0.756. 这在物理上也是有依据的, 因为 η 正是小行星的自转、热惯量、表面粗糙等因素对其表面温度分布的修正因子, 对于不同的小行星, 这些因素影响的大小自然是不同的. 而NEATM也将观测小行星的相位角做了修正, 其通过数值积分计算在给定相位角下小行星阳面区域的热辐射到地球上可以观测到的辐射量, 而阴面则假设没有热辐射. 这种计算方法的前提是将小行星表面的热辐射视为Lambert辐射, 也就是辐射的空间角度遵循Lambert余弦定律^[12]:

$$d^2 P = B \cos \theta dA d\Omega, \quad (1)$$

其中, B 为普朗克函数, θ 为小行星的纬度, P 、 dA 、 $d\Omega$ 分别为辐射功率、截面积、辐射方位立体角. 综上, NEATM完整表示为: 假设小行星为球体, 阴面辐射为零, 其中阳面的温度分布为^[10]:

$$T(\theta, \phi) = T_{\text{fit}} \cos^{1/4} \theta \cos^{1/4} \phi, \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right), \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}\right), \quad (2)$$

$$T(0, 0) = T_{\text{fit}} = \left[\frac{(1 - A_B) q_s}{\eta \epsilon \sigma}\right]^{1/4}, \quad q_s = \frac{F_{\odot}}{d^2}, \quad (3)$$

其中, T_{fit} 为待拟合参数, $T(0, 0)$ 为日下点温度, ϕ 为经度, A_B 、 ϵ 、 σ 、 q_s 、 d 分别为邦德反照率(Bond albedo)、热发射率、Stefan-Boltzmann常数、日下点的太阳辐射通量、小行星的日心距, 其中太阳常数^[13] $F_{\odot} \approx 1367.5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, η 需要结合观测数据拟合来确定最佳值, 所以给定相位角 α 时, 地球可观测到的辐射通量为^[10]:

$$F_{\text{th}}(\lambda) = \frac{\epsilon D^2 \pi h c^2}{2 \Delta^2 \lambda^5} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\phi \int_{\alpha-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{\lambda k T(\theta)}\right] - 1}$$

$$\cos^2 \phi \cos(\alpha - \theta) d\theta, \quad (4)$$

其中, h 、 k 、 D 分别为普朗克常数、玻尔兹曼常数和行星直径. 最后NEATM计算得到的理论辐射流量 F_{NEATM} 可以写为:

$$F_{\text{NEATM}} = F(\eta, \alpha, D, \lambda, \Delta, d, H_v), \quad (5)$$

其中, H_v 为绝对星等, η 的取值范围^[14]为 $(0, \pi)$, 它综合表示了行星表面材料的热惯量^[15], 即储存和释放热能的能力. 行星的热惯量越大, 说明行星表面材料对热能的储存和释放能力越强, 表面温度的变化也越缓慢. 行星表面的结构、凹凸性、粗糙度、自转速度等都可能影响这个参数. 另外, 通过行星的绝对星等以及反照率也可以初步估计行星的直径, 这两者之间有着密切的联系, 使用经验公式来描述^[16]:

$$D_{\text{eff}} = \frac{1329 \times 10^{-H_v/5}}{\sqrt{p_v}} \text{ (km)}, \quad (6)$$

其中, D_{eff} 为有效直径. $p_v = \frac{A_B}{q}$ 为几何反照率, q 为相积分, 其中相积分 q 可以写为 $q = 0.290 + 0.684G$, G 根据 $H - G$ 星等系统^[17]一般取值0.15, MPC上给出的行星列表直径基本上就是根据此方法估计, 其假设了行星的反照率为0.2. 后文也会根据计算得到的直径使用该公式推断其反照率.

2.2 反射光模型

NEATM在计算行星表面热辐射的过程中, 会考虑到来自太阳的辐射和来自周围环境的热辐射. 如: 图2为NEATM和反射光模型在不同波段的理论值. 由于NEATM是将行星表面辐射视为Lambert辐射, 对某些波段是比较合适的, 如图2(a)所示, 在大部分红外波段下, 来自太阳的反射光占比几乎可以忽略不计. 然而, 某些情况下, 太阳反射光对行星表面热辐射的贡献可能会占据较大的比例, 从而对模型的精度产生一定的影响, 如图2(b), 显然, W1、W2波段的反射光远远大于W3、W4波段. 如: 图3为不同波段反射光比值以及 w_f 的

影响, 图3(a)展示了不同波段反射光占总辐射流量的比值, 在W3、W4波段可以忽略不计, W1、W2波段则必须考虑.

为了解决太阳反射光对计算结果的影响, NEATM的一些改进版本引入太阳反射光修正系数, 考虑太阳反射光对行星或彗星表面热辐射的影响. 修正系数可根据光学特性和几何形状计算, 可通过遥感观测或模拟得出.

本文数据使用WISE全波段数据(W1-W4), 而观测到的红外辐射是包括自身的热发射和反射的太阳光, 特别是对于波长 $< 5 \mu\text{m}$ 的辐射(W1-W2), 包含相当一部分的太阳反射光. 因此, 在热物理模型结合观测数据拟合中, 如果使用了 $< 5 \mu\text{m}$ 的波段, 应同时考虑热发射和太阳光反射 $F_{\text{rf}}(\lambda)$. 在使用反射光模型进行修正时, 为了提高修正系数的精度, 还需要对行星或彗星的光学性质和表面结构进行更加精细的研究和观测. 考虑到本文使用的NEATM结合反射光模型, 本身已经对行星的形状模型有一定简化, 为了提高计算效率, 将Lambert反射模型^[18]和Lommel-Seeliger^[19]模型结合起来, 进行简化^[20], 得到最终的反射光模型, 详见下节.

2.2.1 Lambert反射模型

Lambert反射模型是最简单的反射光模型, 其假设行星或彗星表面是完全漫反射的, 即反射光在各个方向上的强度相同. 该模型的反射光强度与入射光强度和表面法线的夹角有关, 适用于表面粗糙度较高的天体. 其可以表示为^[18]:

$$I = a \cos \theta, \quad (7)$$

其中, I 是反射光强度, a 是比例系数, θ 是入射光和表面法线的夹角. 在实际应用中, 通常将比例系数 a 设为1, 将反射光强度表示为入射光强度的余弦值, 即:

$$I = I_0 \cos \theta, \quad (8)$$

其中, I_0 是入射光强度.

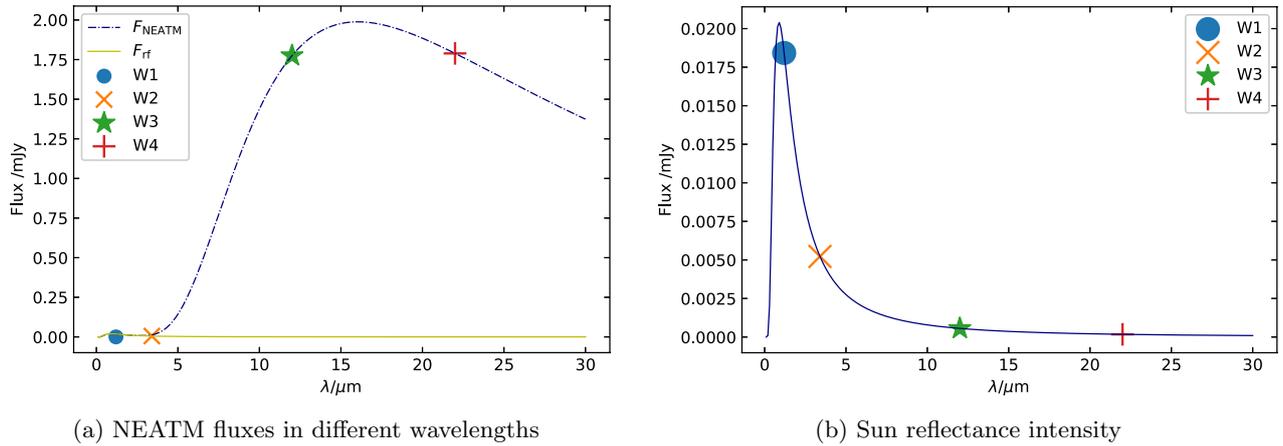


图2 NEATM和反射光模型在不同波段的理论值, 其中, F_{ref} 为反射光的流量

Fig. 2 Theoretical values of NEATM and reflectance models in different wavelengths, F_{ref} is the flux of reflected light

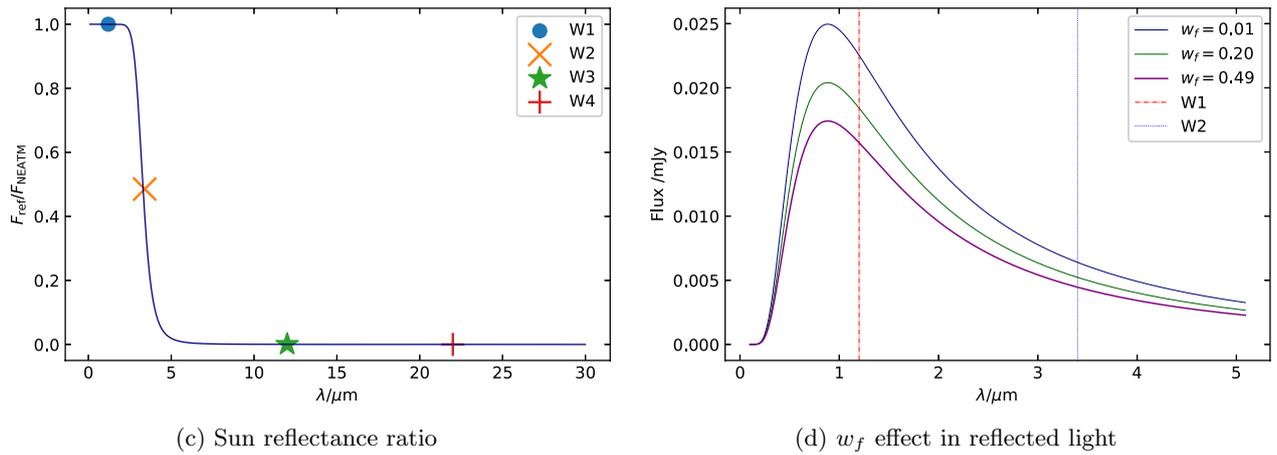


图3 反射光比值以及 w_f 的影响

Fig. 3 Reflectance ratio and the influence of w_f

2.2.2 Lommel-Seeliger反射模型

Lommel-Seeliger反射模型是假设小行星或彗星表面完全光滑的反射模型, 即反射光在法线方向上强度最大, 而在其他方向上逐渐衰减. 该模型的反射光强度与入射光强度、表面法线的方向与入射光及反射光的入射角度有关, 适用于反射比较强的时候, 可以表示为^[19]:

$$I = \frac{\cos \theta_i + \cos \theta_r}{1 + \cos \alpha}, \quad (9)$$

其中, θ_i 是入射光和表面法线的夹角, θ_r 是反射光和表面法线的夹角.

2.3 NEATM与反射光模型结合

考虑反射光后, 热物理模型应改写如下:

$$F(\lambda) = F_{\text{th}}(\lambda) + F_{\text{ref}}(\lambda), \quad (10)$$

其中, F 、 F_{ref} 分别为理论辐射流量、反射光流量.

不规则形状的尘埃粒子的不对称散射引起的光束效应, 会使得太阳光反射远远偏离理想的Lambert反射, 考虑到使用到W1、W2波段的数据, 则使用组合的Lommel-Seeliger定律, 引入一个修正系数^[20] C_L :

$$C_L(\Phi_i, \Phi_{o,i}, \alpha, w_f) = f(\alpha) \left(w_f + \frac{1}{\Phi_i + \Phi_{o,i}} \right), \quad (11)$$

其中, i 表示第 i 个面元, Φ_i 、 $\Phi_{o,i}$ 、 $f(\alpha) \approx 0.5e^{(-\alpha/0.1)} - 0.5\alpha + 1$ 分别为小行星面元上的入射角、出射角的余弦值、相位修正函数^[21]. 参数 w_f 表示 Lambertian 反射项的权值, 为了保证 $0 \leq C_L \leq 1$, w_f 的取值范围为 $[0, 0.5]$, 在拟合中生成. 所以, 对于一颗已经给定观测历元的小行星, 其坐标已经确定, α , d , Δ 也确定, 则某个面元的反射光可以表示为^[20]:

$$F_{\text{rf},i}(\lambda) = \pi B(\lambda, 5778) \frac{R_\odot^2}{r_{\text{helio}}^2} A_B(\lambda) \phi_i f_i C_L, \quad (12)$$

其中, R_\odot 、 r_{helio} 、 ϕ_i 、 f_i 分别为太阳半径、日心距、面元经度和相位修正函数. 因此总反射光可以表示为:

$$F_{\text{rf}}(\lambda) = \sum_{i=1}^N F_{\text{rf},i}, \quad (13)$$

其中, N 为总面元数. 实际最终模型写成积分的形式为^[20]:

$$F_{\text{lamb}} = C_{\text{rf}} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\phi \int_{\alpha-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{\exp[\frac{hc}{\lambda k T(\theta)}] - 1} \cos^2 \phi \cos(\alpha - \theta) d\theta, \quad (14)$$

$$F_{\text{lomm}} = C_{\text{rf}} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{1}{\cos \phi + \cos(\alpha + \phi)} d\phi \int_{\alpha-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{\exp[\frac{hc}{\lambda k T(\theta)}] - 1} \cos^2 \phi \cos(\alpha - \theta) d\theta, \quad (15)$$

$$C_{\text{rf}} = \frac{p_v D^2 \pi h c}{2 \lambda^3 \Delta^2} \left(\frac{R_\odot}{d} \right)^2. \quad (16)$$

最后反射光模型表示为:

$$F_{\text{rf}} = w_f F_{\text{lamb}} + F_{\text{lomm}}, \quad (17)$$

其中, F_{lamb} 、 F_{lomm} 分别为 Lambertian 反射项、Lommel-Seeliger 反射项, w_f 为待解参数. 图 3(b) 绘制了反射光中 w_f 的影响.

3 红外数据处理方法

根据上一节关于 NEATM 和反射光模型的讨论, 本论文使用的 NEATM 结合反射光模型来处理红外数据, 模型可以写成:

$$F_j = F_{\text{th},j} + F_{\text{rf},j} = F_j(\lambda, \Theta, \mathbf{X}_{\text{ast}}, \mathbf{X}_{\text{ear}}), \quad (18)$$

其中, j 代表第 j 个观测点, $\Theta = (D, \eta, w_f)$ 是输入 MCMC 的拟合参数, \mathbf{X}_{ast} 、 \mathbf{X}_{ear} 分别是小行星和地球的轨道坐标(相对于日心). 结合目标小行星的观测数据, 就可以得到小行星的直径、反照率等物理参数. 其中待拟合的小行星列表来源于 MPC¹, 红外数据来源于 WISE 的红外数据库². 本文主要关注小尺寸的近地小行星, 对 MPC 上的近地小行星列表做了筛选, 筛选出直径 < 160 m 的列表, 一共 1236 颗, 其中包含 135 个 PHA. 按照轨道分类有 717 个 Apollo, 385 个 Amor, 131 个 Aten, 3 个 Atira. 在 WISE 数据库中对列表中的小行星进行筛选, 包含 4 组观测历元以上的数据有 135 个, 只有一组观测历元数据的有 373 个, 其余小行星只有 W1、W2 波段数据或者没有数据. 本文选取了 WISE 观测的含有 4 个波段数据并且观测历元在 4 组以上(共 16 个数据)的小行星, 一共 67 颗, 见第 4.1 节.

3.1 数据来源

本文利用小天体的红外数据和对应历元的轨道数据来拟合小行星的物理参数. 其中红外数据在 WISE 的数据库² 下载得到, 需对其进行单位转换, 在第 3.1.1 节详细介绍; 小天体的轨道数据与动力学模型, 在第 3.1.2 节介绍.

3.1.1 红外观测数据

红外数据从 NASA 的 WISE 红外数据库² 中下载得到, 以小行星 1996 GQ、2010 CO1、2010 D-F1 为例, 得到的小行星数据分别为表 1-3, 其中, $m_{\text{W1-W4}}$ 、 $\sigma_{\text{W1-W4}}$ 分别为不同波段的红外星等和误差, MJD 为简化儒略日(Modified Julian Day). 每颗小行星分别有 55、32 和 6 组包含 4 个波段观测数据的历元. 拟合时需要将红外星等换算^[22]为

¹MPC: <https://minorplanetcenter.net/https://minorplanetcenter.net>

²WISE: https://www.nasa.gov/mission_pages/WISE/spacecraft/index.html

辐射流量单位央斯基(Jansky, 符号Jy), 单位定义: $1\text{Jy} = 10^{-26} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{Hz}}$ (SI) = $10^{-23} \frac{\text{erg}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{Hz}}$ (cgs). 原始数据为 m_{vega} , 转换为辐射流量 F_{ν} [Jy],

$$F_{\nu} [\text{Jy}] = F_{\nu 0} \times 10^{-m_{\text{vega}}/2.5}, \quad (19)$$

其中, $F_{\nu 0} = (F_{\nu 0}^* / f_c)$, 为0星等辐射流量, 等同于织女星(α Lyrae)同等响应时的常数. $F_{\nu 0}^*$ 的值取决于

波段, W1–W4分别等于306.682、170.663、29.045、8.284. 根据文献[23], f_c 为修正因子, 取决于波段和小行星种类. 表4给出了不同的光谱在WISE不同波段中的流量修正因子. 本文研究对象均为近地小行星, 热辐射使用 $B_{\nu}(283)$ 类型的值修正, 反射光来源于太阳, 故所有波段反射光使用表4中的G2V类型修正.

表 1 1996 GQ的红外数据
Table 1 Infrared data of 1996 GQ

m_{W1}	σ_{W1}	m_{W2}	σ_{W2}	m_{W3}	σ_{W3}	m_{W4}	σ_{W4}	MJD
16.766	0.444	13.986	0.131	9.065	0.069	7.408	0.367	55232.96379
16.905	-	14.457	0.203	8.912	0.065	6.98	0.246	55233.09609
17.008	-	14.187	0.16	9.249	0.098	7.509	0.462	55233.22840
16.763	-	14.395	0.195	9.002	0.069	6.764	0.207	55233.22852
16.693	-	14.686	0.235	9.088	0.073	7.197	0.299	55233.36083
16.336	-	14.117	0.172	8.903	0.066	7.409	0.378	55233.49313
16.783	-	14.566	0.225	9.199	0.082	7.158	0.298	55233.62544
16.246	-	14.051	0.179	8.92	0.067	7.192	-	55233.75787
16.842	-	14.454	0.193	9.124	0.076	7.307	0.334	55233.82396
16.761	-	14.848	0.291	9.072	0.074	7.136	0.287	55233.89017
16.674	0.44	14.476	0.222	9.277	0.099	7.098	-	55233.95626
16.584	-	14.581	0.23	9.197	0.078	6.863	0.225	55234.02248
16.452	0.393	14.57	0.228	9.053	0.072	7.298	0.336	55234.08869
16.985	-	14.443	0.22	9.039	0.074	7.418	0.404	55234.15478
16.84	0.477	14.449	0.228	9.059	0.074	6.797	0.206	55234.22100
16.546	-	14.27	0.168	9.033	0.069	6.745	0.203	55234.28721
16.548	-	14.315	0.181	9.138	0.083	7.596	0.499	55234.35330
16.714	-	14.222	0.162	9.19	0.076	7.188	-	55234.48560
16.515	-	14.255	0.162	9.032	0.066	6.945	0.234	55234.48573
16.373	-	14.324	0.194	9.059	0.071	6.888	0.232	55234.61804
16.796	-	14.375	0.2	9.291	0.088	7.219	-	55234.75034
16.108	0.246	13.961	0.135	9.24	0.085	7.085	-	55234.88264
16.787	-	14.05	0.156	8.836	0.058	6.845	0.224	55235.01508
16.901	-	14.713	0.284	9.031	0.069	7.677	0.49	55235.14738
16.259	-	13.496	0.131	8.458	0.052	6.935	0.368	55250.89538
16.605	0.429	14.984	-	8.408	0.047	7.288	0.387	55251.02769

表1 续

Table 1 Continued

m_{W1}	σ_{W1}	m_{W2}	σ_{W2}	m_{W3}	σ_{W3}	m_{W4}	σ_{W4}	MJD
16.638	-	13.552	0.125	8.362	0.042	6.353	0.142	55251.15999
16.508	0.369	14.231	0.23	8.414	0.048	6.483	0.205	55251.16012
16.2	0.287	13.56	0.155	8.432	0.052	6.296	0.143	55251.29242
16.386	-	13.166	0.089	8.265	0.039	6.331	0.139	55251.42473
16.261	0.295	13.57	0.124	8.252	0.039	6.311	0.154	55251.55703
16.741	0.433	13.678	0.124	8.328	0.042	6.292	0.127	55251.68933
16.797	-	13.442	0.106	8.322	0.039	6.532	0.172	55251.68946
15.406	0.168	13.389	0.118	8.199	0.039	6.666	0.224	55251.82177
16.11	-	13.425	0.141	8.321	0.053	6.36	0.176	55251.95407
16.186	-	13.278	0.11	8.218	0.04	6.503	0.187	55252.08637
16.377	0.373	13.103	0.084	8.32	0.055	6.249	0.177	55252.15259
16.318	-	13.75	0.144	8.161	0.042	5.948	0.099	55252.21868
16.359	-	13.554	0.111	8.203	0.044	6.857	0.238	55252.21881
16.602	-	12.902	0.064	8.116	0.037	6.889	0.253	55252.28489
17.027	-	13.475	0.093	8.229	0.039	6.42	0.179	55252.35111
16.699	0.534	13.202	0.08	8.025	0.035	6.218	0.123	55252.41720
16.607	-	13.626	0.12	8.17	0.038	6.521	0.165	55252.48341
16.175	-	13.019	0.068	8.1	0.04	6.317	0.158	55252.54963
16.107	-	13.491	0.098	8.169	0.038	6.378	0.142	55252.61572
16.453	-	13.26	0.088	8.139	0.037	6.101	0.128	55252.68193
16.663	0.425	13.374	0.086	8.181	0.042	6.301	0.131	55252.74802
16.433	-	13.712	0.128	8.169	0.034	5.35	0.085	55252.74815
16.452	0.362	13.114	0.076	8.03	0.034	6.197	0.141	55252.81424
16.676	-	13.015	0.07	8.095	0.036	6.021	0.114	55252.94654
16.399	-	13.107	0.072	8.103	0.036	6.636	0.198	55253.07897
16.475	0.406	13.147	0.084	8.029	0.034	6.171	0.125	55253.21127
16.119	0.245	13.179	0.087	8.093	0.035	6.168	0.117	55253.34358
16.295	0.315	13.189	0.078	8.017	0.032	6.181	0.118	55253.47588
15.389	0.142	12.971	0.072	7.971	0.032	6.398	0.16	55253.60831

表 2 2010 CO1的红外数据
Table 2 Infrared data of 2010 CO1

m_{W1}	σ_{W1}	m_{W2}	σ_{W2}	m_{W3}	σ_{W3}	m_{W4}	σ_{W4}	MJD
16.163	-	14.093	0.134	9.273	0.077	6.678	0.262	55203.27631
16.878	0.488	13.037	0.06	8.345	0.044	6.471	0.138	55227.56059
16.601	0.345	13.222	0.074	8.358	0.033	6.578	0.171	55227.56072
16.658	0.384	13.376	0.082	8.353	0.037	6.363	0.131	55227.69302
16.15	0.226	13.163	0.065	8.269	0.035	6.39	0.13	55227.82532
16.573	0.358	13.013	0.064	8.312	0.037	6.556	0.151	55227.95763
16.301	0.285	13.131	0.065	8.276	0.036	6.519	0.149	55228.22236
16.227	0.266	13.367	0.083	8.361	0.037	6.544	0.165	55228.28858
16.33	-	13.247	0.074	8.259	0.035	6.389	0.138	55228.35467
15.68	0.166	13.127	0.072	8.195	0.035	6.382	0.129	55228.42088
16.141	0.228	13.195	0.068	8.265	0.037	6.507	0.135	55228.48697
16.664	0.386	13.162	0.073	8.217	0.036	6.192	0.122	55228.48710
16.305	0.263	13.233	0.07	8.175	0.034	6.364	0.129	55228.55319
16.701	0.375	13.118	0.07	8.301	0.034	6.391	0.135	55228.61940
16.415	0.333	13.049	0.062	8.232	0.035	6.415	0.133	55228.68549
16.611	0.362	13.139	0.067	8.255	0.034	6.453	0.152	55228.68562
15.604	0.156	13.042	0.062	8.171	0.033	6.23	0.117	55228.75171
16.019	0.223	13.127	0.069	8.182	0.033	6.601	0.17	55228.81792
16.805	0.411	13.065	0.062	8.239	0.033	6.123	0.1	55228.88401
16.201	0.246	13.381	0.087	8.259	0.037	6.48	0.145	55228.88414
16.345	0.288	13.165	0.069	8.304	0.035	6.429	0.138	55228.95023
16.864	0.461	13.216	0.073	8.312	0.037	6.691	0.171	55229.01644
16.338	0.268	13.099	0.061	8.225	0.036	6.119	0.104	55229.08253
16.24	0.247	13.264	0.076	8.211	0.038	6.173	0.121	55229.08266
16.157	0.244	13.091	0.065	8.218	0.033	6.165	0.122	55229.14875
15.862	0.187	12.916	0.056	8.223	0.033	6.27	0.119	55229.28105
16.082	0.232	13.088	0.064	8.147	0.033	6.238	0.123	55229.34727
17.024	0.518	13.181	0.069	8.379	0.038	6.153	0.105	55229.61210
15.323	0.121	12.978	0.061	8.207	0.033	6.276	0.14	55229.74431
16.231	0.274	12.976	0.065	8.199	0.035	6.278	0.114	55229.87661
16.024	0.213	13.104	0.066	8.137	0.029	6.126	0.111	55230.00904
15.75	0.162	12.912	0.057	8.084	0.033	6.258	0.143	55232.92062

表 3 2010 DF1 的红外数据
Table 3 Infrared data of 2010 DF1

m_{W1}	σ_{W1}	m_{W2}	σ_{W2}	m_{W3}	σ_{W3}	m_{W4}	σ_{W4}	MJD
17.163	-	15.668	-	10.142	0.161	7.32	-	55287.22576
16.83	-	15.321	-	10.44	0.196	7.725	0.496	55287.29198
17.214	-	15.697	0.538	10.666	0.256	7.897	0.514	55287.35806
17.017	-	14.891	0.29	10.49	0.221	7.873	0.505	55287.42428
16.888	-	15.135	-	10.214	0.162	7.728	0.476	55287.49050
17.143	-	15.007	-	10.832	0.293	7.326	-	55287.55658

表 4 色修正指数^[23]
Table 4 Color correction index^[23]

F_ν	$f_c(W1)$	$f_c(W2)$	$f_c(W3)$	$f_c(W4)$	[W1-W2]	[W2-W3]	[W3-W4]
ν^3	1.0283	1.0206	1.1344	1.0142	-0.4040	-0.9624	-0.8684
ν^2	1.0084	1.0066	1.0088	1.0013	-0.0538	-0.0748	-0.0519
ν^1	0.9961	0.9976	0.9393	0.9934	0.2939	0.8575	0.7200
ν^0	0.9907	0.9935	0.9169	0.9905	0.6393	1.8357	1.4458
ν^{-1}	0.9921	0.9943	0.9373	0.9926	0.9828	2.8586	2.1272
ν^{-2}	1	1	1	1	1.3246	3.9225	2.7680
ν^{-3}	1.0142	1.0107	1.1081	1.013	1.6649	5.0223	3.3734
ν^{-4}	1.0347	1.0265	1.2687	1.0319	2.0041	6.1524	3.9495
B ν (100)	17.2062	3.9096	2.6588	1.0032	10.6511	18.9307	4.6367
B ν (141)	4.0882	1.9739	1.4002	0.9852	7.7894	13.0371	3.4496
B ν (200)	2.0577	1.3448	1.0006	0.9833	5.4702	8.8172	2.4949
B ν (283)	1.3917	1.1124	0.8791	0.9865	3.8329	5.8986	1.7552
B ν (400)	1.1316	1.0229	0.8622	0.9903	2.6588	3.8930	1.2014
B ν (566)	1.0263	0.9919	0.8833	0.9935	1.8069	2.5293	0.8041
B ν (800)	0.9884	0.9853	0.9125	0.9958	1.1996	1.6282	0.5311
B ν (1131)	0.9801	0.9877	0.9386	0.9975	0.7774	1.0421	0.3463
K2V	1.0038	1.0512	1.003	1.0013	-0.0963	0.1225	-0.0201
G2V	1.0049	1.0193	1.0024	1.0012	-0.0268	0.0397	-0.0217

3.1.2 动力学模型

每个小行星会有一组从WISE数据库里的观测历元列表(见表2中的MJD列), 记录了该点的观测时间(MJD). 为了计算小行星在该观测点的理论通量值,

$$F_{\text{th}} = F_{\text{th}}(\lambda, \alpha, \Delta, d, \dots). \quad (20)$$

需要知道该点小行星的相位角 α , 距观测点(近似为地球)距离 Δ , 距日心距离 d , 所以只需要知道某历元的小行星和地球相对于日心的坐标 $\mathbf{X}_{\text{ast}}(x, y, z)$, $\mathbf{X}_{\text{ear}}(x, y, z)$ 即可. 由图1可知其中的几何关系:

$$\begin{aligned} d &= |\mathbf{X}_{\text{ast}}|, \quad \Delta = |\mathbf{X}_{\text{ast}} - \mathbf{X}_{\text{ear}}|, \\ \alpha &= \arccos\left(\frac{d^2 + \Delta^2 - \mathbf{X}_{\text{ear}}^2}{2d\Delta}\right). \end{aligned} \quad (21)$$

从NASA的JPL Horizons³上获得每一颗小行星和地球在2000年1月1日, 儒略日(Julian Day, JD) = 2451544.5的初轨数据 $\mathbf{X}(x, y, z)$, $\mathbf{V}(v_x, v_y, v_z)$, 使用文献[24]中的动力学模型计算方法, 下文介绍该动力学模型.

在计算小行星的轨道时, 采用连续计时的质心动力学时(Barycentric Dynamical Time, TDB)作为求解动力学方程的时间变量, 而WISE观测数据使用协调世界时(Universal Time Coordinated, UTC), 需要转换后使用, 参考文献[25–26]. 以J2000日心平黄道系作为小行星的运动参考系, 单位如下:

$$[\text{T}] = \sqrt{\frac{\text{au}^3}{\text{GM}_{\text{Sun}}}}, \quad [\text{L}] = \text{au}, \quad (22)$$

其中, [T]为时间单位, [L]为长度单位. GM_{Sun} 为日心引力常数, 取值 $132712440017.987 \text{ km}^3/\text{s}^2$. 天文单位au取值 149597870.691 km , 计算得时间单位为 $[\text{T}] = 58.132 \text{ d}$.

确定好坐标系以及时间变量后, 就可以将小行星看做一个质点, 位置 \mathbf{r} 和速度矢量 $\dot{\mathbf{r}}$ 为状态量, 则小行星在给定坐标系下的运动方程为^[26]:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{A}_{\text{Sun}} + \mathbf{A}_{\text{plt}} + \mathbf{A}_{\text{pn}} + \mathbf{A}_{\text{ast}}, \quad (23)$$

其中 \mathbf{A}_{Sun} 、 \mathbf{A}_{plt} 、 \mathbf{A}_{pn} 、 \mathbf{A}_{ast} 分别为太阳质点引力加速度、八大行星与月球的质点引力摄动、太阳质心的后牛顿效应、主带343颗大质量小行星的质点引力摄动.

最后计算得到WISE观测数据中的每个历元的坐标, 即可以计算理论通量值 F_{th} . 计算了几个结果并和NASA的JPL Horizons上计算的结果比较, 每个坐标的误差小于 10^{-7} au , 满足精度要求. 由于WISE卫星是一颗空间望远镜, 所以通过地球计算的相位角和使用WISE所在轨道计算的相位角有微小的不同, 分别计算了使用WISE轨道和使用地球轨道计算的小行星每个历元对应的相位角, 得到的结果显示两者相差 10^{-3} 度, 在要求精度以内, 所以只需计算地球轨道即可满足精度需求. 故对于每一颗小行星, 只需要在NASA的JPL Horizons得到小行星和地球的初轨信息, 就可以使用本文的动力学模型计算其在WISE数据中的每个历元坐标.

3.2 数据拟合方法

本文使用拟合方法为MCMC, 输入模型为上节的NEATM结合反射光模型, 使用WISE红外观测数据对小行星的直径进行拟合. MCMC参数拟合方法是一种基于概率分布的贝叶斯统计方法, 其通过构建一个概率模型来估计参数值, 并提供参数的不确定性估计. 主要包括两个步骤: 构建概率模型和实施MCMC采样. 构建概率模型是指通过先验概率分布和似然函数来描述数据, 得到给定数据下参数的概率分布. 本文计算时似然函数 p 如下:

$$\begin{aligned} \ln p(F_{\text{obs}}|F, \Theta) &= \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{F_{\text{obs},i} - F_i}{\sigma_i} \right)^2 + \ln(2\pi\sigma_i^2) \right], \end{aligned} \quad (24)$$

其中, $F_{\text{obs},i}$ 是红外数据, σ_i 是数据误差.

实施MCMC采样是指从后验概率分布中通过迭代构建马尔科夫链随机采样, 用来估计参数值及其不确定性. MCMC方法相对于传统的最小二乘拟合方法, 适用于模型复杂、数据量大的情况, 能够较好地处理非线性模型和多参数问题, 可以给出参数的后验分布. 并且可以适当将参数范围设置得更大以适用于不同的小行星. 如果使用最小二乘法,

³JPL Horizons: <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html>

对于批量计算很不方便,一旦参数范围设置过大,计算时间就会呈指数型增加.本文使用的MCMC程序包来自于麻省理工学院(Massachusetts Institute of Technology, MIT)公开发布的emcee^[27],特点在于其“并行渐进缩放算法”(parallel-tempering affine-invariant ensemble sampler),可以有效地探索高维参数空间中的概率分布,并获得更准确的参数估计和不确定性估计.

4 结果与讨论

第4.1节给出了本文所有计算结果,包含每颗计算的小行星物理参数如直径、反照率和 η 等,第4.2–4.4节详细介绍3颗近地小行星的结果(1996 GQ、

2010 CO1、2010 DF1),并在第4.5节与WISE、MPC给出的小行星直径作比较,进一步开展了统计分析.

4.1 计算结果

本文得到了67组近地小行星的拟合结果,将其与WISE、MPC的结果汇总至表5.其中 p_v 按照(6)式计算给出,Class为按照 p_v 给出的分类参考,反照率范围在(0.03–0.10]为C型,在(0.10–0.22]为S型,大于0.22为E型. D_{cal} 、 D_{WISE} 、 D_{MPC} 、Num分别表示本文计算的直径、WISE计算的直径^[14, 28–31]、MPC上记录的直径、WISE观测历元数,PHA表示该小行星是否是PHA.

表 5 本文计算结果和WISE结果
Table 5 Calculation result and WISE result

Name	H_v	η	w_f	D_{cal} /m	D_{WISE} /m	D_{MPC} /m	p_v	Class	Num	PHA Y/N
1994 CB	21.4	3.137	0.01	$132.3^{+0.463}_{-0.492}$	193.0 ± 10.0	156.0	0.2781	E	21	N
1996 GQ	23.1	2.151	0.015	$127.6^{+0.959}_{-0.972}$	208.0 ± 3.0	71.0	0.0624	C	55	N
1999 MN	21.4	3.14	0.01	$141.5^{+0.738}_{-0.74}$	156.0	156.0	0.2429	E	7	Y
2001 JV1	21.48	0.469	0.469	$134.7^{+2.424}_{-2.518}$	150.0	150.0	0.2491	E	7	Y
2002 LT24	22.05	2.906	0.017	$121.5^{+4.598}_{-3.947}$	143.0 ± 24.0	116.0	0.181	S	45	N
2002 NV16	21.4	0.33	0.263	$143.9^{+15.584}_{-14.393}$	156.0	156.0	0.235	E	5	Y
2003 MA3*	21.7	3.141	0.01	$60.8^{+0.005}_{-0.012}$	86.0 ± 2.0	136.0	0.9997*	E	8	Y
2004 KH17	21.9	3.127	0.011	$127.9^{+1.023}_{-1.0}$	197.0 ± 11.0	124.0	0.1875	S	8	Y
2005 EE	21.39	0.466	0.279	$144.7^{+14.368}_{-14.94}$	-	157.0	0.2345	E	4	Y
2008 NP3	22.83	2.59	0.018	$127.3^{+2.738}_{-3.135}$	193.0 ± 3.0	81.0	0.0804	S	8	N
2009 UX17	21.5	1.701	0.496	$162.7^{+1.903}_{-1.89}$	390.0 ± 130.0	149.0	0.1676	S	130	N
2010 AF30	21.7	0.594	0.486	$70.6^{+1.596}_{-1.586}$	-	136.0	0.7413	E	4	Y
2010 AJ30	22.74	2.238	0.223	$87.5^{+4.392}_{-5.148}$	111.0 ± 18.0	84.0	0.1848	S	10	N
2010 CA55	22.2	1.64	0.499	$221.3^{+1.226}_{-1.177}$	352.0 ± 14.0	108.0	0.0475	C	57	N
2010 CB55	22.7	3.127	0.012	$141.3^{+0.991}_{-1.03}$	198.0 ± 4.0	86.0	0.0736	C	10	N
2010 CC55	22.5	1.344	0.104	$140.6^{+3.507}_{-3.761}$	242.0 ± 7.0	94.0	0.0893	S	10	N
2010 CF19*	21.7	3.141	0.01	$60.8^{+0.007}_{-0.015}$	83.0 ± 6.0	136.0	0.9996*	E	4	Y
2010 CN141	22.4	1.156	0.447	$164.5^{+4.592}_{-4.27}$	254.0 ± 10.0	98.0	0.0716	C	23	N
2010 CO1	21.9	1.555	0.02	$221.4^{+1.437}_{-1.404}$	382.0 ± 132.0	124.0	0.0626	C	32	Y
2010 DF1	21.98	1.838	0.132	$98.6^{+7.655}_{-8.086}$	159.0 ± 20.0	119.0	0.2934	E	6	Y

表5 续

Table 5 Continued

Name	H_v	η	w_f	D_{cal} /m	D_{WISE} /m	D_{MPC} /m	p_v	Class	Num	PHA Y/N
2010 DG77	21.4	3.136	0.01	$164.6^{+1.008}_{-0.976}$	315.0 ± 6.0	156.0	0.1795	S	16	Y
2010 DH77	21.4	0.993	0.318	$273.7^{+4.088}_{-3.866}$	628.0 ± 17.0	156.0	0.0649	C	23	N
2010 DX1	21.6	3.139	0.01	$87.5^{+1.176}_{-1.108}$	167.0 ± 4.0	142.0	0.5285	E	5	N
2010 EX11	24.1	3.14	0.01	$25.4^{+0.238}_{-0.218}$	40.0 ± 6.0	45.0	0.6296	E	15	N
2010 FA81	22.4	3.137	0.01	$92.2^{+0.587}_{-0.614}$	97.0 ± 16.0	98.0	0.2278	E	148	N
2010 FB81	21.4	1.202	0.053	$167.8^{+2.592}_{-2.5}$	319.0 ± 8.0	156.0	0.1728	S	41	N
2010 FC81	21.8	3.13	0.011	$280.8^{+1.102}_{-1.113}$	402.0 ± 6.0	130.0	0.0427	C	17	Y
2010 FG81	23.3	3.011	0.011	$81.5^{+1.229}_{-1.113}$	120.0 ± 3.0	65.0	0.1274	S	62	N
2010 FH81	21.6	2.433	0.012	$140.1^{+3.56}_{-4.03}$	200.0 ± 5.0	142.0	0.2061	S	41	Y
2010 GP67	22.5	3.124	0.012	$125.0^{+1.122}_{-1.145}$	180.0 ± 70.0	94.0	0.1131	S	32	N
2010 GS7	21.5	2.007	0.011	$158.6^{+2.183}_{-2.105}$	203.0 ± 14.0	149.0	0.1764	S	14	Y
2010 HW81	21.4	1.182	0.424	$183.2^{+9.955}_{-10.011}$	352.0 ± 54.0	156.0	0.145	S	7	N
2010 HX107	23.6	3.095	0.013	$57.3^{+0.942}_{-0.821}$	64.0 ± 10.0	57.0	0.1951	S	20	N
2010 HZ104	22.5	1.062	0.45	$88.1^{+3.893}_{-4.285}$	140.0 ± 25.0	94.0	0.2274	E	16	N
2010 JN71	21.4	3.137	0.01	$164.5^{+0.668}_{-0.598}$	214.0 ± 3.0	156.0	0.1799	S	19	Y
2010 KA8*	21.4	0.58	0.493	$72.2^{+1.225}_{-1.297}$	183.0 ± 19.0	156.0	0.9344	E	6	N
2010 KP10	23.4	3.069	0.016	$55.1^{+2.809}_{-2.382}$	87.0 ± 10.0	62.0	0.2537	E	4	N
2010 KU7	22.2	3.138	0.01	$85.0^{+0.254}_{-0.249}$	102.0 ± 13.0	108.0	0.3224	E	32	N
2010 KX7	21.9	0.289	0.274	$868.8^{+15.403}_{-15.374}$	212.0 ± 19.0	124.0	0.0041	C	30	Y
2010 LH14	22.11	3.138	0.01	$91.2^{+0.657}_{-0.676}$	101.0 ± 17.0	113.0	0.3039	E	5	N
2010 LJ68	22.7	1.362	0.462	$125.1^{+3.854}_{-4.048}$	193.0 ± 37.0	86.0	0.0939	S	20	N
2010 LK34	21.9	3.997	0.01	$80.9^{+1.283}_{-1.22}$	108.0 ± 2.0	124.0	0.4685	E	6	Y
2010 LK68	22.5	1.561	0.397	$119.1^{+6.178}_{-5.965}$	236.0 ± 22.0	94.0	0.1244	S	8	N
2010 LL68	22.9	1.913	0.463	$117.6^{+3.94}_{-4.264}$	153.0 ± 24.0	78.0	0.0884	S	14	N
2010 LV108	22.6	3.136	0.011	$185.0^{+0.707}_{-0.695}$	234.0 ± 11.0	90.0	0.0471	C	17	N
2010 NY65	21.37	2.937	0.018	$161.9^{+5.982}_{-4.586}$	228.0 ± 12.0	158.0	0.1907	S	11	Y
2010 OH126	21.4	3.141	0.01	$97.2^{+0.647}_{-0.636}$	218.0 ± 12.0	156.0	0.5151	E	11	N
2010 PK9	21.8	3.139	0.01	$76.5^{+0.891}_{-0.846}$	143.0 ± 8.0	130.0	0.5743	E	4	Y
2010 PP58	22.1	3.106	0.012	$103.8^{+2.096}_{-2.001}$	128.0 ± 19.0	113.0	0.237	E	13	N
2010 PU66	22.3	3.133	0.01	$123.5^{+0.715}_{-0.658}$	180.0 ± 11.0	103.0	0.1392	S	10	N
2010 PW58	21.7	3.125	0.012	$128.5^{+1.427}_{-1.403}$	213.0 ± 6.0	136.0	0.2236	E	26	Y

表5 续

Table 5 Continued

Name	H_v	η	w_f	D_{cal} /m	D_{WISE} /m	D_{MPC} /m	p_v	Class	Num	PHA Y/N
2010 XP69	21.4	0.142	0.279	$158.6^{+4.253}_{-4.395}$	273.0 ± 105.0	156.0	0.1934	S	4	Y
2011 BT15	21.7	0.024	0.266	$99.8^{+3.089}_{-2.656}$	97.0 ± 24.0	136.0	0.3704	E	5	Y
2012 KU12	21.6	0.429	0.263	$188.6^{+10.966}_{-11.642}$	-	142.0	0.1137	S	5	Y
2013 QR1	21.6	0.113	0.25	$351.7^{+8.488}_{-8.706}$	-	142.0	0.0327	C	4	Y
2014 FD7	21.5	1.019	0.461	$173.6^{+8.691}_{-8.209}$	360.0 ± 150.0	149.0	0.1472	S	18	N
2014 KQ76	21.7	0.365	0.463	$88.2^{+1.838}_{-1.713}$	-	136.0	0.4748	E	5	Y
2014 OA2	21.5	0.361	0.428	$140.6^{+2.36}_{-2.653}$	163.0	149.0	0.2244	E	7	N
2014 VL6	21.39	3.138	0.01	$108.3^{+0.665}_{-0.656}$	242.0 ± 81.0	157.0	0.4183	E	8	Y
2015 TF	22.2	2.709	0.012	$201.6^{+2.623}_{-2.558}$	-	108.0	0.0573	C	6	N
2015 YX7	22.0	0.054	0.269	$406.3^{+8.509}_{-8.645}$	110.0 ± 17.0	118.0	0.017	C	5	N
2016 AZ8	21.44	0.883	0.397	$152.6^{+11.003}_{-11.307}$	215.0 ± 52.0	153.0	0.2013	S	9	Y
2016 EV1	23.9	0.0	0.222	$53.2^{+6.792}_{-9.771}$	106.0 ± 23.0	49.0	0.1721	S	5	N
2016 KD	22.3	0.411	0.477	$91.7^{+1.154}_{-1.098}$	160.0 ± 46.0	103.0	0.2525	E	17	N
2016 UH101	22.7	3.056	0.018	$102.5^{+2.788}_{-2.375}$	67.0 ± 28.0	86.0	0.1398	S	13	N
2017 JF3	21.8	3.136	0.01	$108.1^{+1.203}_{-1.19}$	-	130.0	0.2878	E	9	Y
2017 KR27	23.5	0.267	0.256	$123.5^{+2.553}_{-2.461}$	51.0 ± 10.0	59.0	0.0461	C	6	N
2019 DD2	21.6	0.513	0.38	$241.8^{+10.894}_{-10.764}$	450.0 ± 160.0	142.0	0.0692	C	23	Y

表5中右上角标注*的小行星, 2003 MA3计算得到的直径为60 m, 通过(6)式得到的反照率 p_v 等于0.9997, 很明显是不合理的结果, WISE直径为86 m, 和本文计算的差距不大, 推断也是不合理的结果. 小行星2010 CF19也得到了异常结果, 推测观测数据过少(4个)原因导致. 第4.2–4.4节给出小行星1996 GQ、2010 CO1和2010 DF1的详细结果, 其中2010 CO1和2010 DF1均为PHA. 所有结果中, 有29个PHA, 直径小于100 m的有22个; 直径在100 m到140 m之间的有19个; 大于140 m的有26个. 计算出来直径小于140 m的PHA有12个, 根据PHA的定义, 这部分小行星是否为PHA有待商榷. w_f 小于0.25的有40个, 大于0.25的有27个, w_f 可以粗略估计小行星表面的粗糙程度, 其值越大表示太阳反射光中Lambertian反射项占比越大, Lommel-Seeliger反射

项占比越小, 也就是表面越粗糙.

4.2 1996 GQ

1996 GQ是一颗Amor型近地小行星, 绝对星等为23.1、轨道半长径1.98 au, 公转周期为2.81 yr. WISE数据库中有55组观测历元的4个波段数据, 见表1, 其计算结果为 (208 ± 3) m, 本文计算结果为 $(127.6^{+0.9}_{-0.9})$ m. 图4为计算结果和观测结果的图像, 左上到右下分别为W1、W2、W3、W4波段的图像, 红色十字为观测值, 蓝色圆点为拟合出来的模型计算理论值, 单位均为mJy. 横坐标为MJD, 未使用等间距时间作为横轴, 可以看出进行了两次不同的连续观测. W1波段部分拟合结果相较于W2–W4稍有偏差, 推测是因为小行星尺寸比较小, 测光过程中可能存在误差, 故最佳拟合结果所对应的

辐射流量在部分波段与真实值存在一些偏差. 本文结果已经是考虑所有波段之后的最优解. 通常可使用 χ^2 评估拟合结果, 其表达式如下:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{F_{\text{obs},i} - F_{\text{cal},i}}{\sigma_i} \right]^2, \quad (25)$$

其中 $F_{\text{obs},i}$ 、 $F_{\text{cal},i}$ 、 σ_i 分别为观测值、理论计算值、观测误差. 计算得到该小行星的 $\chi^2 = 5.73$.

图5是该小行星的MCMC概率密度分布图, MCMC拟合时, 通过15条独立的马尔科夫链并发计算, 每条计算了3000步, 均在500步后收敛. 可以看出该小行星的反射光模型中的参数 w_f 偏小, 也就是Lambertian反射项占比较小, 可以反映出小行星表面的粗糙度比较小(相比 w_f 大的小行星).

4.3 2010 CO1

2010 CO1是一颗PHA, 轨道类型为Apollo型, 绝对星等为21.48, 轨道半长径1.01 au, 公转周期为1.02 yr. WISE数据库中有32组观测历元的4个波段数据, 见表2, 最新计算结果为 (380 ± 132) m. 图6为计算结果和观测结果的图像, 拟合图像中W1波段相比W2-W3稍有偏差, 考虑本文为对全波段观

测数据的拟合, 已经是最优解. 本文计算结果为 $(221.4^{+1.4}_{-1.4})$ m, 对应 $\chi^2 = 4.83$.

图7是该小行星的MCMC概率密度分布图, MCMC拟合时, 通过15条独立的马尔科夫链并发计算, 每条计算了3000步, 均在500步后收敛. 同样可以看出该小行星的反射光模型中的参数 w_f 偏小, 也就是Lambertian反射项占比较小, 可以反映出小行星表面的粗糙度比较小.

4.4 2010 DF1

2010 DF1是一颗PHA, 轨道类型为Apollo型, 绝对星等为21.91, 轨道半长径1.59 au, 近日点离日心距为0.79 au, 公转周期为2.02 yr. WISE数据库中有6组观测历元的4个波段数据, 见表3, 最新计算结果为 (159 ± 20) m. 图8为计算结果和观测结果的图像, 本文计算结果为 $(98.6^{+8.1}_{-7.7})$ m, 对应 $\chi^2 = 3.53$, PHA定义包含直径大于140 m, 所以根据本文计算结果, 2010 DF1是否是PHA还有待商榷.

图9是该小行星的MCMC概率密度分布图, MCMC拟合时, 通过15条独立的马尔科夫链并发计算, 每条计算了3000步, 均在500步后收敛.

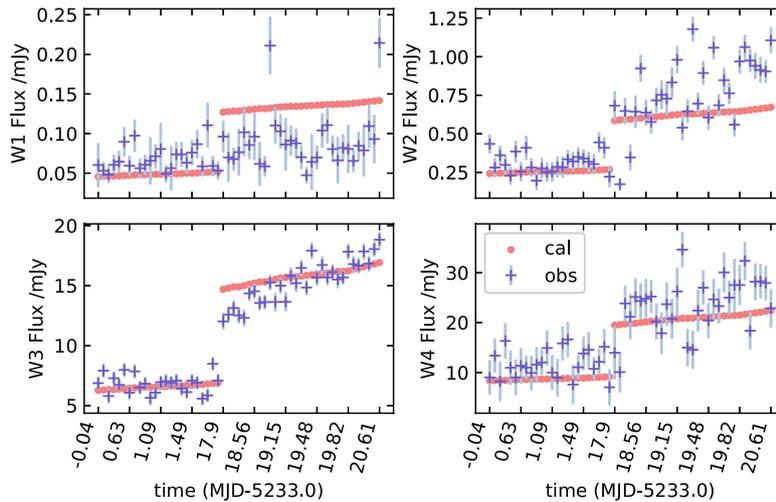


图4 1996 GQ的红外观测和拟合计算的结果

Fig. 4 The infrared observation and fitting calculation results of 1996 GQ

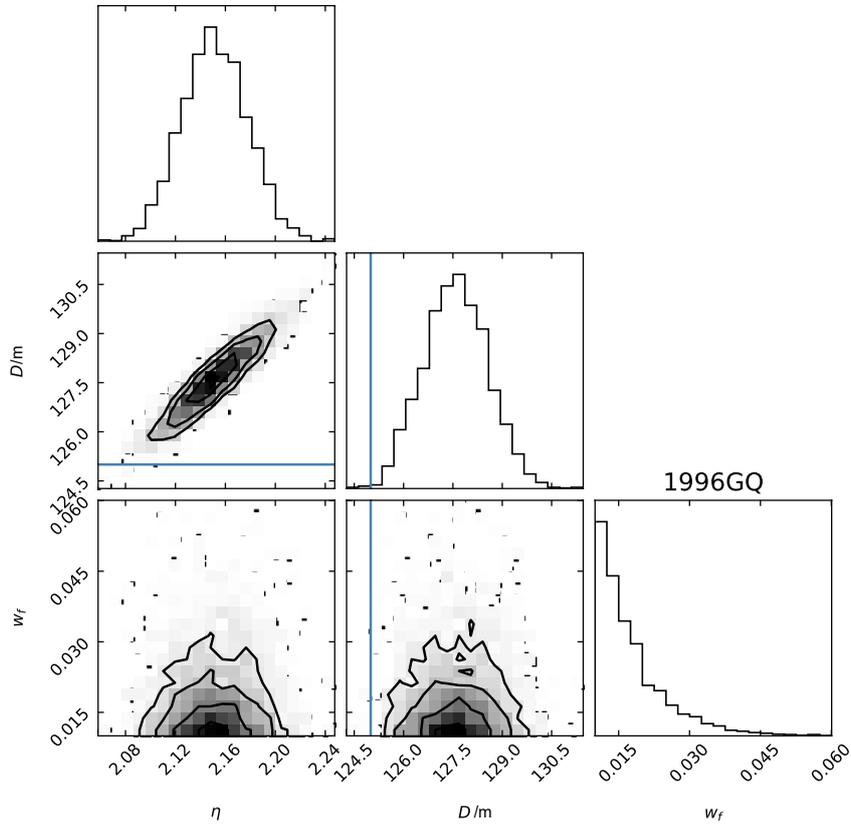


图 5 1996 GQ MCMC拟合概率密度分布图

Fig. 5 The probability density distribution plot of 1996 GQ MCMC fitting

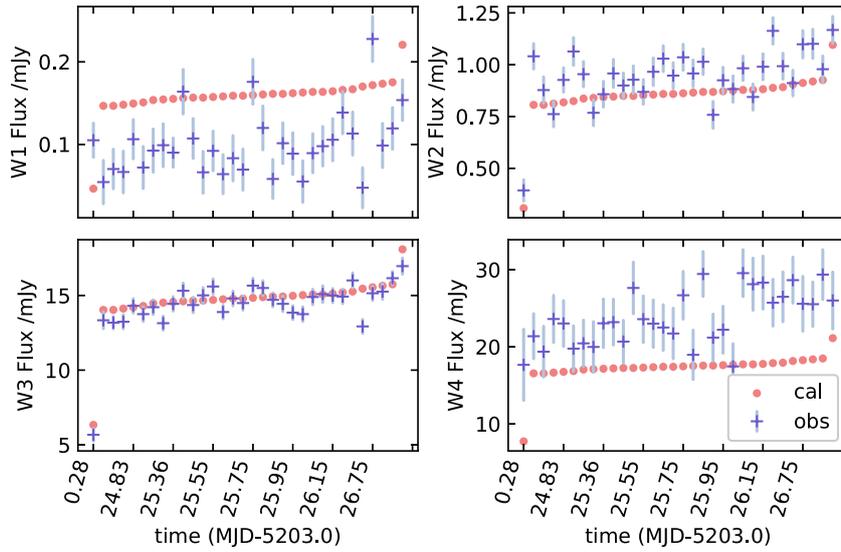


图 6 2010 CO1的红外观测和拟合计算的结果

Fig. 6 The infrared observation and fitting calculation results of 2010 CO1

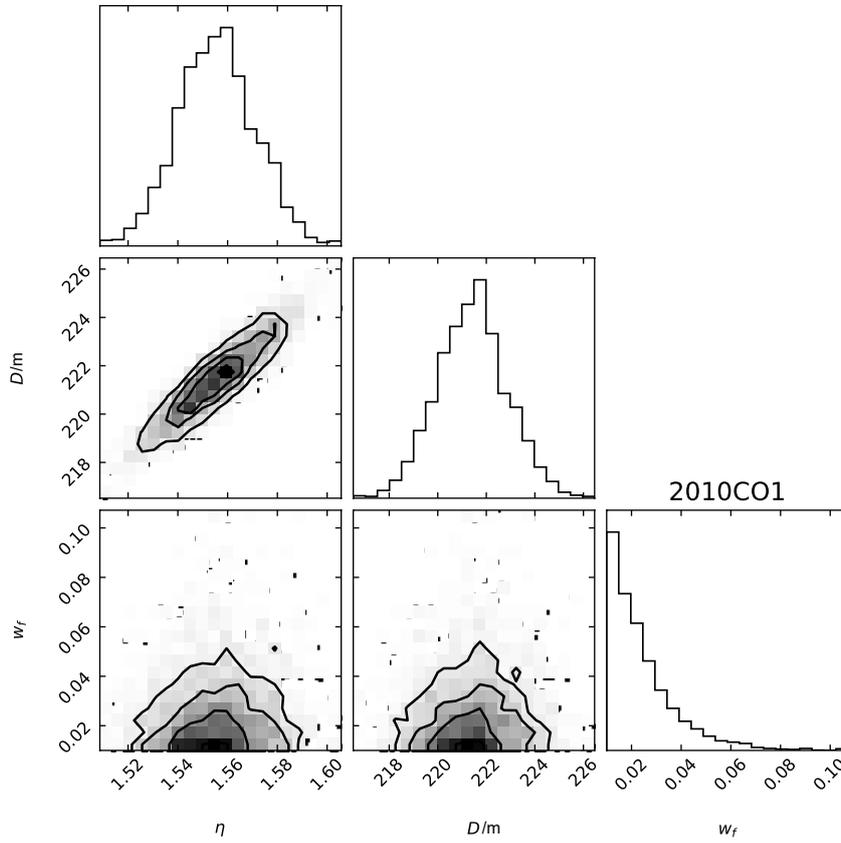


图 7 2010 CO1 MCMC拟合概率密度分布图

Fig. 7 The probability density distribution plot of 2010 CO1 MCMC fitting

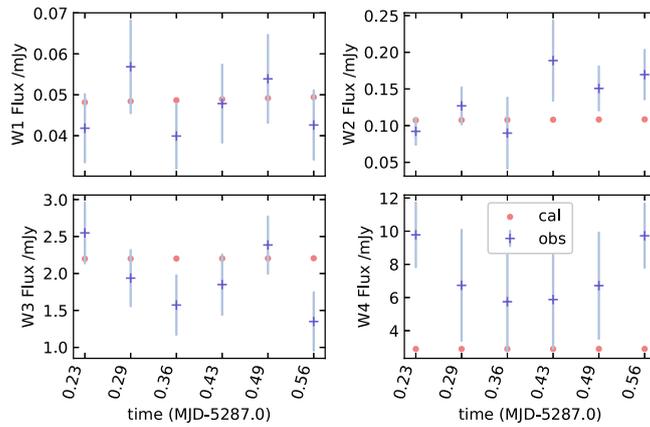


图 8 2010 DF1的红外观测和拟合计算的结果

Fig. 8 The infrared observation and fitting calculation results of 2010 DF1

4.5 本文结果与WISE和MPC比较

Mainzer等^[28](后文使用WISE代替)利用WISE的观测数据估算了小行星的物理参数,但并未使用特定的反射光模型对W1、W2波段的数据进行修正,其使用了与NEATM中相同的亮温度关系(黑体辐射公式).假设小行星在这两个波段中的反射光与其在近红外波段中的反射光类似,将小行星在 $3.4\ \mu\text{m}$ 和 $4.6\ \mu\text{m}$ 波段的亮度比(W1/W2)与绝对星等之间的关系用作反射光修正的指标.这种方法的

缺点是不能考虑小行星表面的反射光特征,因此对于某些小行星,可能会导致反射光的修正不准确.另外对于小尺寸的小行星(本文所计算的小行星),WISE计算的结果并没有使用到所有波段的数据,误差会比较大.假设本文得到的 D_{cal} 和WISE得到的 D_{WISE} 存在如下关系:

$$D_{\text{WISE}} = mD_{\text{cal}} + b, \quad (26)$$

其中, m 、 b 的值通过MCMC拟合得到.

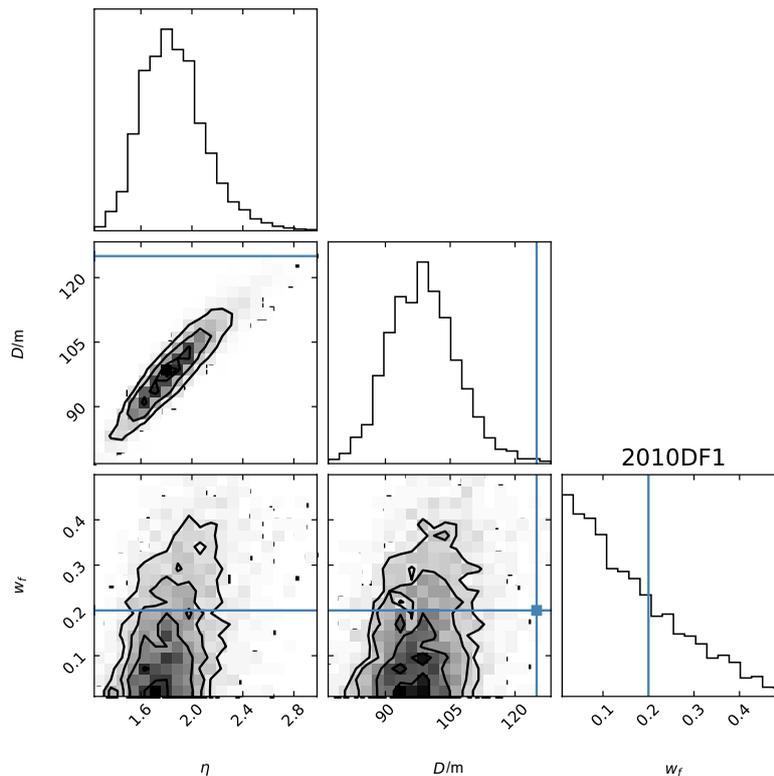


图9 2010 DF1 MCMC拟合概率密度分布图

Fig. 9 The probability density distribution plot of 2010 DF1 MCMC fitting

图10为本文结果与WISE结果的比较图.纵轴表示WISE计算的直径 D_{WISE} ,横轴表示本文拟合得到的直径 D_{cal} ,通过MCMC拟合得到图中阴影部分,代表不同的 m 、 b 值绘制出的直线,越深的代表该区域内的参数值在样本中出现的频率越高.直线拟合((26)式)为最佳拟合值: $m = 1.427^{+0.091}_{-0.096}$ 、 $b = 11.941^{+8.877}_{-8.309}$,可以看出,WISE的结果比本文

的小行星的直径结果大42.7%.为了更好地看出结果的分布,图11绘制了WISE计算结果得到的和本文计算结果得到的反照率分布直方图,可以看出WISE的计算中小行星反照率大部分都偏小,而本文拟合出来的反照率的分布更符合正态分布,更加合理.

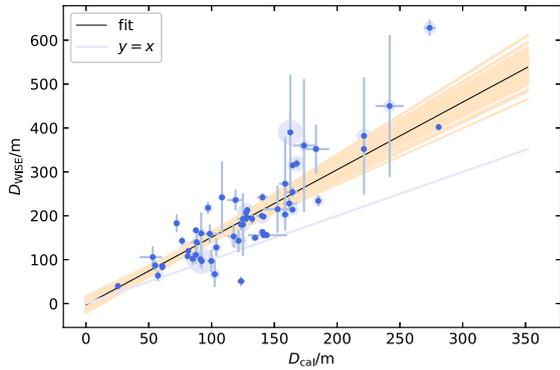


图 10 本文计算结果与WISE的比较

Fig. 10 Comparison of calculated results with WISE

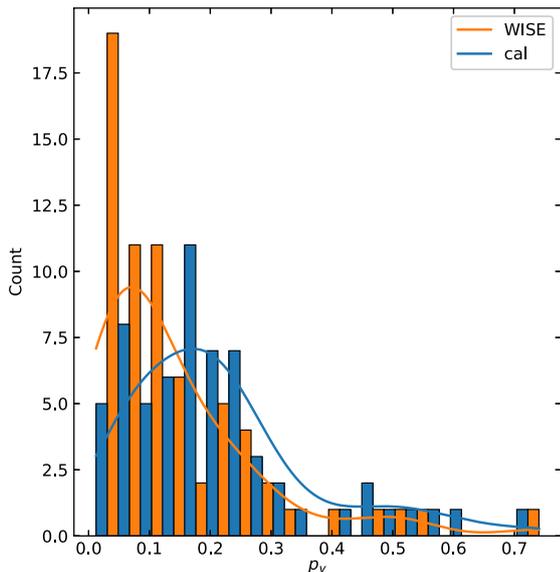


图 11 反照率分布直方图

Fig. 11 Reflectance distribution histogram

MPC给出的小行星列表中的直径只是简单的按照绝对星等及假定反照率等于0.2来计算, 但小行星的反照率需要结合观测数据给出, 故其给出的直径估算结果比较粗糙, 不适用于未来的小行星探测目标筛选以及PHA的判定和小行星的分类. 如图12给出了MPC上小行星的直径和本文计算的小行星直径以及WISE计算的结果比较, 纵轴表示MPC计算的 D_{MPC} , 横轴表示WISE和本文计算的结果, 使用不同的点来表示. 可以看出MPC上给出的小行星直径不合理, 和本文计算以及WISE计

算的结果都未看到很强的相关性. 本文也基于反照率对小行星进行了分类, C型共12个、S型共38个、E型共17个, 详见表5的Class列.

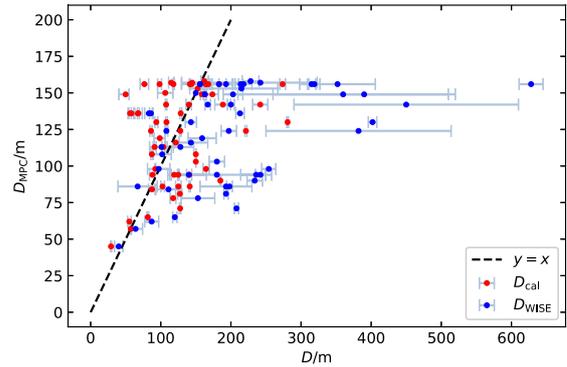


图 12 本文计算结果与WISE和MPC给出的小行星直径比较

Fig. 12 MPC-provided asteroid diameter compared with this article and WISE

4.6 总结

本文借助于NEATM和反射光模型, 使用MCMC方法对WISE观测到的一批小尺寸近地小行星的所有波段红外数据进行了拟合, 得到了67颗小尺寸近地小行星的直径. WISE在计算这一批小行星时并未使用到所有波段的数据, 没有在W1、W2波段使用反射光模型对其进行修正. 本文使用了所有波段的数据, 并提出了一种计算W1、W2波段的反射光模型, 能够得到更准确误差更小的直径. 且本文所提出的对小尺寸近地小行星的直径拟合方法很容易批量计算. 对于反射光模型, 未来可以在此基础上进一步优化, 比如在W1和W2波段使用不同的 w_f 范围, 加入更多的参数可能会有更好的效果. 本研究对于未来可能发生的小行星撞地球事件, 能更加有效评估以及控制这种威胁, 并且可以对未来的小尺寸小行星空间探测提供更准确的物理特性参考.

参考文献

- [1] Huang J C, Ji J H, Ye P J, et al. NatSR, 2013, 3: 3411
- [2] Thomas. Nature, 2023, 616: 448
- [3] 姜浩轩. 基于红外观测的小行星族群热物理参数与分布特征研究. 合肥: 中国科学技术大学, 2020: 52
- [4] 姜浩轩, 季江徽. 天文学进展, 2018, 36: 19
- [5] 余亮亮, 季江徽. 天文学进展, 2013, 31: 17

- [6] Lebofsky L A, Sykes M V, Tedesco E F, et al. *Icarus*, 1986, 68: 239
- [7] Delbó M, Harris A W. *M&PS*, 2002, 37: 1929
- [8] Lagerros J S V. *A&A*, 1996, 310: 1011
- [9] Weissman P R, Lowry S C, Rozek A, et al. *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, 2013, 45: 112
- [10] Harris A W. *Icarus*, 1998, 131: 291
- [11] Mommert M, Jedicke R, Trilling D E. *AJ*, 2018, 155: 74
- [12] 陈衡. *红外物理学*. 北京: 国防工业出版社, 1985: 12
- [13] Pater I D, Lissauer J J. *Planetary Sciences*, 2010, 3: 57
- [14] Mainzer A, Bauer J, Grav T, et al. *ApJ*, 2013, 784: 110
- [15] Delbó M, Dell’Oro A, Harris A W, et al. *Icarus*, 2007, 190: 236
- [16] Tedesco E F, Veeder G J, Fowler J W, et al. *The IRAS Minor Planet Survey*, 1992, 12: 17
- [17] Bowell E, Hapke B, Lumme K, et al. *Application of Photometric Models to Asteroids // Binzel R P, Gehrels T, Matthews M S. Asteroids II*. Tucson: University of Arizona Press, 1989: 524
- [18] Basri R, Jacobs D W. *ITPAM*, 2003, 25: 218
- [19] Fairbairn M B. *MNRAS*, 2005, 99: 9
- [20] Yu L L, Ip W H. *ApJ*, 2021, 913: 96
- [21] Kaasalainen M, Torppa J. *Icarus*, 2001, 153: 24
- [22] Jarrett T H, Cohen M, Masci F, et al. *ApJ*, 2011, 735: 112
- [23] Wright E L, Eisenhardt P, Mainzer A, et al. *AJ*, 2010, 140: 1868
- [24] 胡寿村, 季江徽, 赵玉晖, 等. *中国科学: 技术科学*, 2013, 43: 506
- [25] 李广宇, 田兰兰. *紫金山天文台台刊*, 2003, 22: 12
- [26] 刘林. *航天动力学引论*. 南京: 南京大学出版社, 2006: 149
- [27] Foreman-Mackey D, Hogg D W, Lang D, et al. *PASP*, 2012, 125: 306
- [28] Mainzer A, Grav T, et al. *ApJ*, 2011, 741: 90
- [29] Masiero J R, Nugent C, Mainzer A, et al. *AJ*, 2017, 154: 168
- [30] Masiero J R, Mainzer A, Bauer J M, et al. *PSJ*, 2021, 2: 162
- [31] Nugent C, Mainzer A, Masiero J R, et al. *ApJ*, 2015, 814: 117

Physical Characterization of Small Near-Earth Asteroids Based on NEATM and WISE Data

HE Hao-qing^{1,2,3} JI Jiang-hui^{1,2,3} KONG Xu⁴ JIANG Hao-xuan^{1,2,3} HU Shou-cun^{1,2,3}

(1 Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210023)

(2 School of Astronomy and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

(3 Key Laboratory for the Planet Science, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210023)

(4 Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094)

ABSTRACT Asteroids are metallic or rocky celestial bodies widely distributed in the solar system, ranging in diameter from meters to hundreds of kilometers. They contain information from the early stages of the solar system and may intersect with Earth’s orbit and potentially collide with the planet. Therefore, studying the physical parameters, material composition, and surface properties of asteroids is important for understanding the formation and evolution of planets and small celestial bodies in the solar system, as well as for near-earth object defense. Using data obtained from Minor Planet Center (MPC), small near-earth asteroids with a diameter of less than 160 meters including some potentially hazardous asteroids (PHA), were selected as research objects. Based on Near-Earth Asteroid Thermal Model (NEATM), observation data of the Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE) was used to calculate the orbital data of 67 small-sized near-Earth asteroids during WISE observation epoch using a dynamic model. Reflection light from the Sun was corrected using a reflection model, diameters and albedos of these asteroids were then computed. Fitting process used Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method, and results were compared and analyzed with the research results from WISE team and data from MPC to give the classification characteristics. This research provides powerful support for the observation and theory of asteroids and can better understand the characteristics and evolution of near-earth asteroids.

Key words minor planets: Near-Earth Asteroid (NEA); radiation mechanisms: thermal, Near-Earth Asteroid Thermal Model (NEATM); methods: data analysis, Markov Chain Monte Carlo (MCMC)