

近地小行星轨道误差的统计分析*

王秀海^{1,2} 胡寿村^{1,3} 赵海斌^{1,3†}

(1 中国科学院紫金山天文台行星科学重点实验室 南京 210023)

(2 中国科学技术大学天文与空间科学学院 合肥 230026)

(3 中国科学院比较行星学卓越创新中心 合肥 230026)

摘要 精确确定近地小行星轨道是近地天体监测预警工作的重要部分之一,然而由于观测弧长、观测精度以及力模型的制约,不同目标存在不同的轨道误差.基于JPL (Jet Propulsion Laboratory)小天体数据库中3万多颗近地小行星的轨道数据,对其轨道根数误差开展了统计分析研究.发现近地小行星轨道半长径误差存在双峰分布现象,且产生的原因与观测弧段的分布有关.研究了半长径误差与观测弧长的关系,得到了拟合优度达0.90的回归方程.进一步将绝对星等参数考虑在内,采用BP (Back Propagation)神经网络训练方法对观测始末时间跨度、轨道周期、绝对星等、半长径误差搭建了参数训练网络,该方法使得拟合优度进一步提升至0.96,能够快速合理地近地小行星半长径误差进行评估.此外,对比了观测弧长对半长径误差、偏心率误差、倾角误差的影响,发现3者随观测弧长增加的改进程度存在差异.最后,还对比分析了半长径与轨道倾角误差分布随轨道倾角的变化,发现倾角误差分布特征与观测精度的选择效应有关.这些统计分析工作有助于增加对近地小行星轨道误差分布规律的认识,为进一步改进近地小行星轨道精度提供参考.

关键词 小天体; 近地小行星; 天体力学; 轨道误差; 方法: 统计

中图分类号: P135; **文献标识码**: A

1 引言

小行星是太阳系内的一类岩质小天体,其中近日距小于1.3 au的被定义为近地小行星(near-Earth asteroid, NEA).根据轨道半长径 a 、近日距 q 和远日距 Q 的大小可将近地小行星轨道分为阿莫尔型($1.017 \text{ au} < q < 1.3 \text{ au}$)、阿波罗型($a > 1.0 \text{ au}$, $q < 1.017 \text{ au}$)、阿登型($a < 1.0 \text{ au}$, $q > 0.983 \text{ au}$)以及阿蒂娜型($0.718 \text{ au} < Q < 0.983 \text{ au}$).由于近地小行星的轨道可能与地球轨道交叉,因此存在撞击地球的可能,被认为是人类长期面临的重大安全威

胁^[1].

近地小行星的尺寸变化范围很广,直径分布范围从数十公里级至米级(更小的被归类为流星体),且尺寸越小的数量越庞大,根据Granvik等^[2]的模型推测绝对星等25等(对应直径约为350 m)以内的近地小行星数量达80多万颗,但目前对此类小行星发现率尚不足4%.目前可用于近地小行星轨道的测量资料主要包括地基光学测角数据和地基雷达测距、测速数据,但由于近地小行星往往非常暗弱,因此观测存在显著的选择效应^[3],特别是大量近地

2023-06-07收到原稿, 2023-08-30收到修改稿

*国家自然科学基金项目(62227901), 中国科学院战略性先导科技专项(XDB41000000), 空间碎片与近地小行星防御科研项目(KJSP2020020204、KJSP2020020102), 中国载人航天工程巡天空间望远镜科学专项(CMS-CSST-2021-B08)和小行星基金会资助

†meteorzh@pmo.ac.cn

小行星的观测弧段短且稀疏, 从而对不同目标的轨道误差带来不同的影响. 截止到2023年5月26日, 近地小行星的发现数目已达32087颗(其中仅含光学数据的近地小行星31054颗, 1001颗包含有雷达数据), 对它们的轨道误差及其与轨道根数和绝对星等的相关性开展统计分析研究, 可以在总体上更好地理解近地小行星轨道误差的分布规律, 并为未来的近地小行星监测和轨道精度改进提供参考.

小行星轨道根数误差通常是由精密定轨过程中的协方差矩阵来确定的, 并且目前主要是针对单颗目标的研究. 胡寿村等^[4-5]利用国内外的光学与雷达数据针对嫦娥二号飞越探测目标(4179) Toutatis 开展了精密定轨工作, 获得了内符合误差达5 km的定轨结果. 田伟^[6-7]针对天问二号探测目标(469219) Kamoðalewa利用地基光学数据开展了精密定轨, 并利用线性化方法研究了轨道误差的传播. Liu等^[8]在考虑非引力效应(雅尔可夫斯基效应)后对Kamoðalewa利用更多数据开展了精密定轨, 并对其后续的长期轨道演化开展了研究. 陈媛媛等^[9-10]在观测误差的范围内, 采用虚拟粒子分布统计的方法, 对近地小行星(10302) 1989 ML和(4660) Nereus的轨道稳定性及相关动力学特征进行了分析. 由于部分近地小行星目前只有单次冲观测, 因此相应的短弧定轨方法的研究也在国内外受到广泛关注, 如李鑫冉等^[11]利用进化算法对近地小行星开展了短弧定轨研究.

国外学者在研究主带小行星的轨道误差时, 发现轨道误差与观测的时间长短有关, 例如Houten等^[12]研究认为主带小行星的轨道精度依赖于观测的首末时间跨度. Muinonen等^[13]基于Houten等^[12]的观点, 利用二体模型计算了10000颗单次冲观测主带小行星的轨道误差, 分析了观测次数、观测始末时间跨度、轨道根数及其误差之间的关系, 得到轨道质量指标与观测次数、观测始末时间跨度的幂律关系. Carpino等^[14]利用统计方法研究了小行星光学测量误差, 发现其拟合

残差可以用高斯统计量进行拟合. Desmars等^[15]分析了小行星数据库中提供的轨道误差参数, 并估计了不同测量方法对轨道误差的影响.

本文收集了美国喷气推进实验室(Jet Propulsion Laboratory, JPL)发布的小天体数据, 对其中近地小行星的轨道误差(特别是半长径误差)进行统计分析, 着重研究了不同轨道根数误差之间的相关性以及与其他物理参数(观测始末时间跨度、轨道周期、绝对星等、轨道倾角等)之间的关系. 文章首先梳理了目前主流的近地小行星数据库的特点以及相互间的区别, 按照数据特点选择合适的数据库进行分析; 然后利用多元回归拟合分析了近地小行星半长径误差的统计分布特征, 给出了半长径误差随观测弧段的统计关系; 进而利用BP (Back Propagation)网络训练方法对近地小行星的半长径误差进行了进一步分析, 搭建合适的训练网络结构, 获取了高拟合度的轨道误差预估模型; 最后, 分析观测弧长对其他轨道根数误差的影响以及轨道倾角分布对倾角误差与半长径误差的影响.

2 数据来源

2.1 常用近地小行星数据库

目前可以获取的轨道数据库来源主要包括: 国际小行星中心(Minor Planet Center, MPC)的轨道数据库(MPC Orbit Database, MPCORB¹)、Lowell天文台的小行星轨道数据库(Asteroid Orbit Database, AstorbDB²)、美国喷气推进实验室的小天体数据库(Small-Body Database Query, SBDQ³)、由欧空局和意大利比萨大学等共同维护的近地天体数据库(Near Earth Objects Dynamic Site, NEODys⁴)以及欧空局行星防御办公室的近地目标应对中心(NEO Coordination Centre, NEOCC⁵)等.

MPCORB提供了距离查询日100 d以内的轨道根数、简化儒略日(Modified Julian Day, MJD)、半长径 a 、偏心率 e 、轨道倾角 i 、升交点经度 Ω 、近

¹<http://www.projectpluto.com/mpcorb.htm/>

²<ftp://lowell.edu/puh/elgb/astorb.htm/>

³<https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb-query.html/>

⁴<http://newton.dm.unipi.it/cgi-bin/neodys/neoibo/>

⁵<https://neo.ssa.esa.int/about-neocc/>

日点角距 ω 和平近点角 M , 此外还有轨道不确定度 U 、物理参数(绝对星等 H 、斜率参数、反照率)、首/末观测时间、光学观测次数、雷达观测次数、轨道拟合残差等数据。

AstorbDB是基于PostgreSQL关系数据库搭建完成的, 以满足于日渐增多的小行星数目与数据的复杂性, 数据类型分为4大类: 小行星信息、轨道属性、星历表和物理性质。数据包含开普勒轨道根数、观测始末时间跨度、轨道拟合的残差(root mean square, rms)、始末观测日期、观测数和冲数等^[16]。

JPL-SBDQ提供的小天体轨道数据的可信度在学术界被广泛认可, 其中近地小行星数据包含轨道根数及其误差、观测始末时间、观测次数、轨道周期、行星(地球、木星)轨道最小交汇距离以及近地小行星的物理参数(尺寸、反照率、自转周期、色指数和非引力效应参数)等。

NEODys提供了近地小行星的吻切根数和本征根数, 由开源软件包OrbFit计算得到。此外, 它还提供了近地小行星的观测信息, 列出了所有可能与地球碰撞的小行星、与地球最近交汇的时间、与地球的最小轨道交汇距离(Minimum orbit intersection distance, MOID)、碰撞概率以及碰撞可能释放出的能量等^[17]。

NEOCC网站提供的数据包括近地小行星的轨道根数、轨道周期、与地球轨道最小交汇距离、不确定度 U 值、物理参数(绝对星等、尺寸、自转周期等)、是否是风险/重点目标以及观测的信息(发现时间、发现者)。该网站还提供近地小行星模拟观测工具(Near-Earth Object Population Observation Program, NEOPOP⁶), 可用于分析地球附近的小天体数量、评估巡天观测的效率、评估望远镜观测的发现率等。

2.2 轨道误差指标

MPCORB数据中采用了 U 参量表征轨道的不确定度, 表达式如下:

$$U = \text{INT} \left\{ 0.673 \ln \left[\left(\sigma_{Te} + \frac{10}{P} \sigma_P \right) \frac{k_0}{P} \right] + 0.246 \right\} +$$

⁶<http://neo.ssa.esa.int/neo-population/>

$$7, \quad (1)$$

其中 σ_T 是近日点时刻的误差, P 是轨道周期, σ_P 是轨道周期误差, k_0 是高斯常数, INT是取整算符。根据该定义, 大部分近地小行星的轨道不确定度可划分为0-9等, 不确定度值越小误差越小。对于小偏心率目标, U 值主要取决于半长径的误差。另外, 有极少部分小行星的轨道无法确定或者偏心率是猜测得到的, 这部分目标的 U 值记为“D”、“E”或者“F”, 它们不在本文的讨论之列。

AstorbDB基于Muinonen等^[13, 18]的模型使用当前星历误差(Current Ephemeris Uncertainty, CEU)、CEU的日变化率、CEU的日期, 从CEU日期开始的下一段星历不确定性峰值(Peak Ephemeris Uncertainty, PEU), 共计4个参量度量轨道误差。其中, PEU可以用于计算改善轨道的最佳天体测量观测时间。

JPL数据库中则直接给出了6个轨道根数误差以及近日距、远日距、轨道周期等其他参数误差。类似的, NEODys数据库也给出了各根数误差, 甚至还给出了相应的协方差矩阵。NEOCC网站采用了MPCORB的 U 参量表征轨道的不确定度, 同时也给出了6个轨道根数的误差。

综上所述, 可直接获取度量轨道误差的参量有3种: MPCORB的 U 值、AstorbDB的CEU值以及轨道根数的误差。前两者只用一个参数就可描述轨道不确定度, 仅是较为定性的表达。本文主要对轨道根数的误差进行分析, 这有助于考察轨道误差与轨道根数的关系, 数据来源采用的是JPL-SBDQ的轨道数据库。

3 近地小行星轨道误差与相关关系

3.1 U 参量与轨道根数误差的频率统计

为了从总体上了解轨道误差分布特征, 图1分别给出了轨道不确定度 U 值和5个轨道根数误差(即 σ_a 、 σ_e 、 σ_i 、 σ_Ω 、 σ_ω)的频率统计, 由于平近点角误差与历元相关性更大, 在此不做分析。容易发现, 图中半长径、偏心率和轨道倾角的误差分布都存在两个峰值, 而且 σ_a 和 σ_e 的分布结构较为接近。

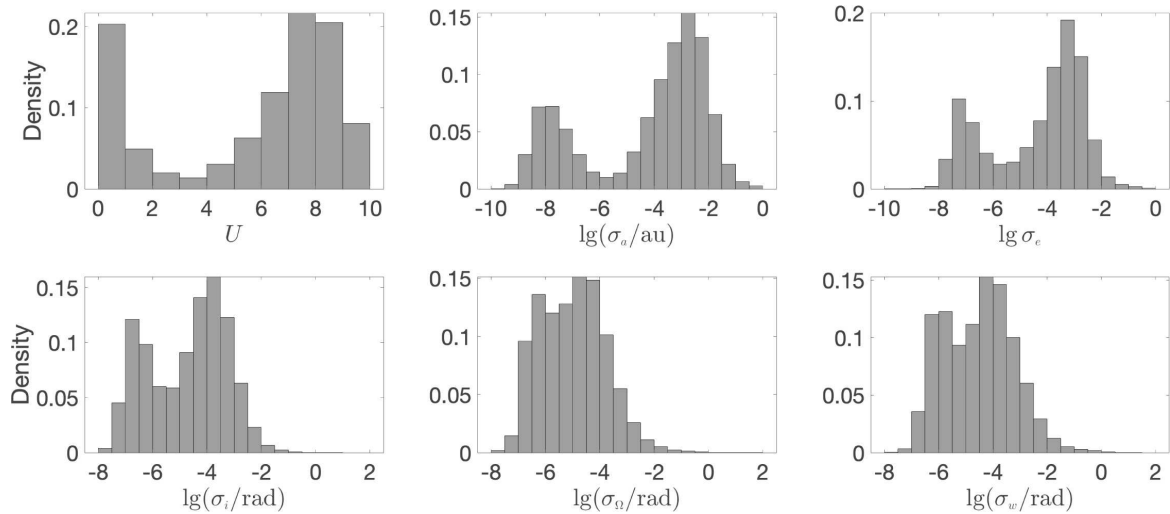


图 1 JPL近地小行星数据库中 U 值与轨道根数误差的频率统计图(半长径误差单位为au, 角根数误差的单位为弧度)

Fig. 1 Frequency statistical graph of parameters U and orbital elements error in the JPL small-body database (The unit of semi-major axis error is au, and the unit of angular root error is radian)

对于半长径来说, 误差大约在 10^{-6} au处的分布为极小. 相比之下, 双峰特征在近日点角距和升交点经度误差的分布上表现得不那么明显. 双峰结构的分布与近地小行星的观测弧段分布有关, 这一点将在下一小节继续讨论. 另外, U 的分布也存在双峰结构, 而且 U 值为3的分布为极小. 通过比较可以发现, U 值表征的轨道不确定度显然较为“粗糙”, 无法展现出更细微的分布结构. 而从半长径误差的分布结果中可以发现误差分别在 10^{-8} au和 10^{-3} au处达到极大值.

3.2 轨道半长径误差的统计分析

Houten等^[12]的研究认为小行星轨道误差与观测始末时间跨度(L)显著相关, 并且Muinonen等^[18]的工作只考虑了单次冲数的主带小行星, 本文则是对所有已发现的近地小行星(包括冲数大于1的近地小行星)的半长径误差与 L 做分布统计, 发现两者具有明显的相关性. 为了定量描述两者的关系, 采用统计学的回归检验方法, 使用拟合优度

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

(y_i 为第 i 个真实值, n 为样本总数, $\hat{y}$ 为拟合值, $\bar{y}$ 为真实均值)、均方误差(mean-square error, MSE)来

度量回归方程对真实数据拟合的好坏. 其中, R^2 的值越接近1, 说明回归值对真实值的拟合程度越好; 反之, R^2 的值越小, 说明回归值对真实值的拟合程度越差.

数据库中部分近地小行星的观测数据中包含了除光学外的雷达数据, 因为雷达测量精度较高, 而且与光学测量对位置的约束恰好互补. 同样观测时间跨度的近地小行星, 如果具有雷达数据, 其轨道精度比仅有光学观测数据的近地小行星更高^[19]. 如图2, 对轨道半长径误差与观测时间跨度(取对数)作线性回归分析(Linear Method, LM), 较少的雷达数据使得拟合曲线有明显的下移, 同时从拟合优度的角度看, 剔除雷达数据后, 从0.841改进到0.842. 这表明, 相比于雷达观测, 光学观测的近地小行星轨道误差与观测总弧长关系更大. 在后文的分析中, 将聚焦于仅含光学观测数据的近地小行星样本.

图2中近地小行星冲位置观测次数(简称冲数, opp)与观测始末时间跨度大体上同步增加, 在时间跨度为316 d左右存在数据裂隙, 对应频数统计图中双峰结构空白部分. 单次冲观测的近地小行星半长径精度上限为 10^{-6} au, 而多冲观测的精度最高能达到 10^{-10} au, 近地小行星之间的半长径精度水

平差距很大. 近地小行星一般只有在接近地球时才能被观测到, 具有很强的偶发性. 近地小行星首次观测后, 在一个地球公转周期内得到第2次观测的机会很小, 往往是在一年之后才有可能再次被观测到(尤其是小尺寸的近地小行星), 因此在 L 取对数后, 横向分布上存在裂隙. 由于半长径误差与 L 的强相关性, 因此导致半长径误差的分布存在双峰分布现象(图1). 此外, 由于数据库中的观测时间单位只能精确到1 d, 横坐标方向在较小的 L 值处存在较为明显的离散性. 而且近地小行星的半长径分布较广, 相同的时间跨度可能对应不同的观测弧段. 为此, 定义观测弧长(弧度制) $\tilde{L} = \frac{L}{T}$, 其中 L 为观测始末时间跨度, T 为小行星轨道周期.

如图3, 对(轨道半长径误差 σ_a 、相对误差 $\frac{\sigma_a}{a}$)与(观测始末时间跨度 L 、观测弧长 $\tilde{L}$)取对数后进行线性回归分析, 4幅图均是呈现出对数线性关系, 图(A)、(B)、(C)、(D)的整体拟合优度分别为0.842、0.867、0.895、0.899. 结果表明, 采用轨道半长径相对误差来作为因变量, 观测弧长作为自变量, 均可在一定程度上提高整体的拟合优度. 图3 (D)回

归方程如下

$$\lg\left(\frac{\sigma_a}{a}\right) = -6.506 - 1.759 \lg \tilde{L}, \quad (2)$$

其MSE为0.71, 可以初步定量地描述近地小行星的半长径误差与观测弧长的关系.

另外, 图3 (D)表明在同等观测弧长的条件下, $\frac{\sigma_a}{a}$ 在纵轴方向上存在一定的延展, 这是由于半长径相对误差 $\frac{\sigma_a}{a}$ 可能与绝对星等 H 、观测次数等因素相关. 图4展示了 $\frac{\sigma_a}{a}$ 、 H 、 N 3者之间的分布关系, 如图4 (A), 随着 H 的增大, 近地小行星的尺寸变小, 同时 $\frac{\sigma_a}{a}$ 精度水平也在整体上随之降低. 这是由于随着近地小行星的尺寸变小, 观测的难度增大, 对应的观测次数相对较少(图4 (B)). 考虑绝对星等对半长径误差的影响, 采用多元线性回归的方法, 增加变量 H , 获得多元回归方程 $\lg\left(\frac{\sigma_a}{a}\right) = -4.624 - 1.913 \lg \tilde{L} - 0.088H$, 其中 H 的拟合系数为负值, 这是由于 $\tilde{L}$ 与 H 相关系数为负, 整体拟合优度提升至0.9044, MSE降低为0.6915, 但改进程度有限. 同时为了避免可能存在的过拟合情况, 对于回归拟合方法建议使用更简单的(2)式.

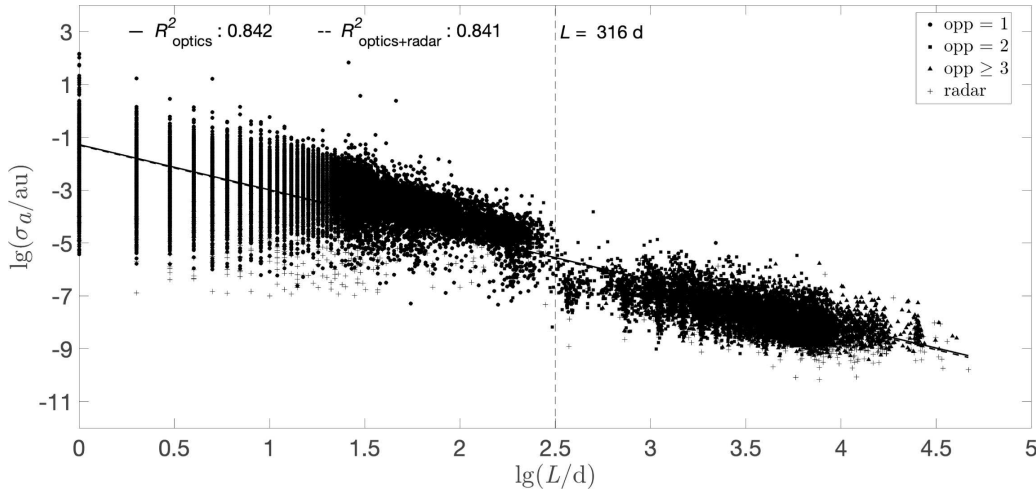


图2 轨道半长径误差 σ_a 与观测始末时间跨度 L 的分布关系. “+”表示的是有雷达数据的NEA, 其他形状点表示的是不同观测冲数的光学数据的NEA, 黑色直线表示仅有光学观测数据的拟合结果, 黑色虚线则是包含光学、雷达观测数据的拟合结果.

Fig. 2 The distribution of semi-major axis error σ_a and the time span of the observation (L). The “+” represents the NEA with radar data, and the other shape points represent the NEA with optical data with different observed impulses, the black line represents the fit with only optical observations, while the black dotted line represents the fit with both optical and radar observations.

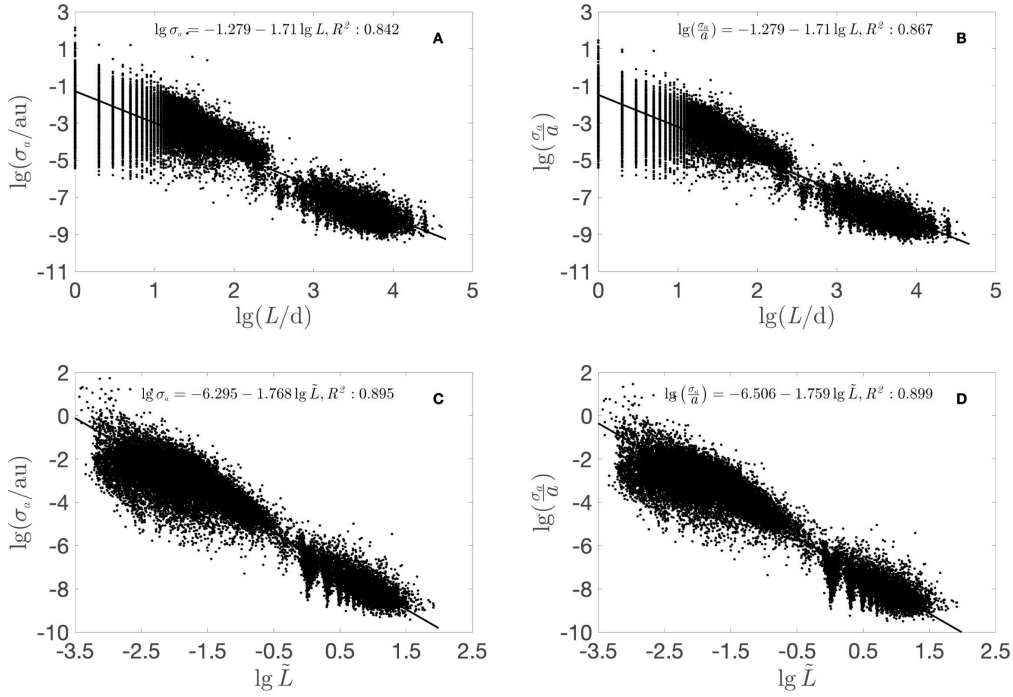


图 3 半长径误差与时间跨度的分布关系. A 为 (L, σ_a) , B 为 $(L, \frac{\sigma_a}{d})$, C 为 $(\tilde{L}, \sigma_a)$, D 为 $(\tilde{L}, \frac{\sigma_a}{d})$. 各子图中黑色直线为对应变量的线性拟合结果.
Fig. 3 The distribution of semi-major axis error and time span. A is (L, σ_a) , B is $(L, \frac{\sigma_a}{d})$, C is $(\tilde{L}, \sigma_a)$, D is $(\tilde{L}, \frac{\sigma_a}{d})$. The black line in each subfigure is the linear fitting result of the corresponding variable.

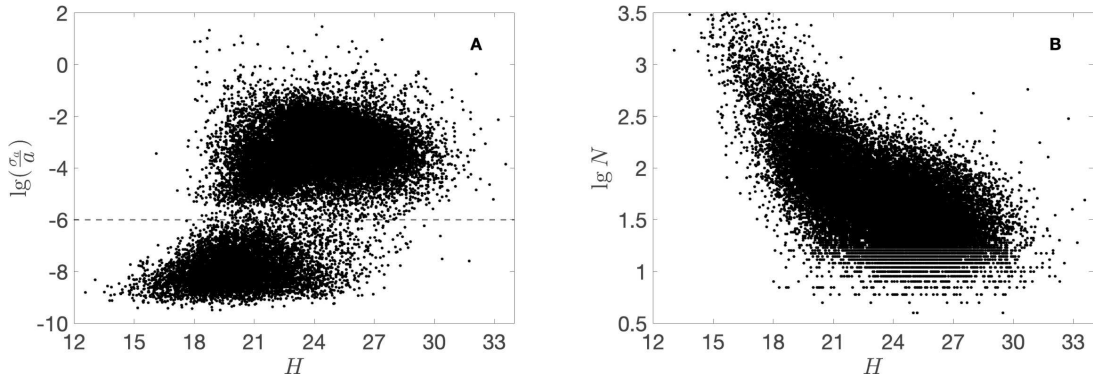


图 4 轨道误差 $\frac{\sigma_a}{d}$ 与绝对星等 H 的分布关系(子图(A), 虚线表示轨道误差分布的间隙)以及绝对星等 H 与观测次数 N 的分布关系(子图(B))
Fig. 4 Distribution of orbital error $\frac{\sigma_a}{d}$ with absolute magnitude H (subfigure (A), the dashed line indicates the gap of the orbit error distribution) and distribution of absolute magnitude H with the number of observations N (Subfigure (B))

3.3 半长径误差的神经网络训练模型

Marco 等^[20]利用机器学习的方法研究了小行星数据集, 用来估计小行星不同特性: 大小/形状、质量/密度、自旋、内部结构和物质组成等, 同时描述小行星主要特征的不确定性. Murray 等^[21]利用

BP (Back Propagation) 网络研究了主带小行星的反照率与轨道根数之间的关系. 受其启发, BP 神经网络方法可用于处理近地小行星轨道误差及相关数据集, 并且 BP 模型在处理一些非线性化指标时, 具有较高的自学习能力和泛化能力^[22], 也避免了 H

线性回归中过拟合的情况, 因此将近地小行星的参数作为输入单元, 误差作为输出单元, 能够搭建高效率的轨道半长径误差预估网络.

在BP神经网络参数训练过程中, 输入量为 (L, T, H) , 输出为 $\frac{\sigma_a}{a}$, 设置网络隐藏层数为6层. 在参数训练之前需要对训练数据进行数据清洗与划分, 按照70%:15%:15%的比例, 将原数据集以随机抽样的方法划分为训练集、验证集、测试集. 训练停止条件设置为迭代次数 < 10000 , 误差阈值 $< 10^{-5}$, 泛化水平 < 6 , 因此在迭代237次后停止迭代.

BP模型整体的相关系数为0.98, 拟合优度为

0.958, 而(2)式的相关系数为0.95, 拟合优度为0.898, 同时可知线性回归的MSE为0.71, 大于BP模型MSE的0.21. 图5分别是有关LM方法、BP方法与真实值之间的对比以及两种方法拟合后的残差分布状况, 如图5 (A)所示黑色直线为45°线, 红色点为BP模型估计值与真实值的对比, 蓝色则是为线性回归(LM)的估计值与真实值的对比, 点的位置越接近直线表明估计值越接近真实值. 对比之下BP模型的估计值更加接近真实值, 并且与真实值之间的残差分布更靠近0 (图5 (B)), 因此利用训练后的BP网络可以精确地快速估计近地小行星的轨道半长径误差.

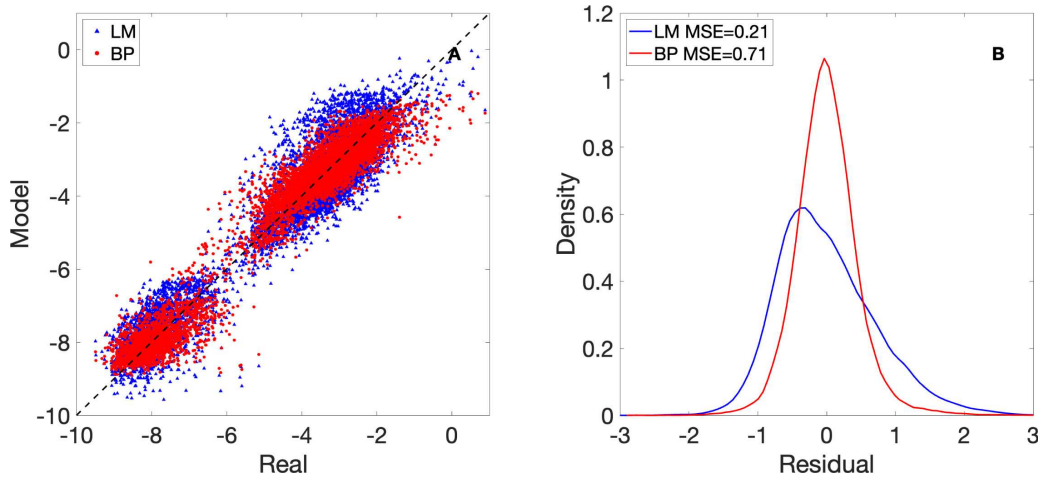


图5 BP神经网络模型与多元线性回归的结果对比以及拟合残差的对比

Fig. 5 Comparison between BP neural network model and multiple linear regression, and comparison of fitting residual

3.4 观测弧长对误差的影响

为了研究与对比观测弧长 $\tilde{L}$ 对近地小行星的 $\frac{\sigma_a}{a}$ 、 σ_e 、 σ_i 的影响, 在此采用了线性方法. 如图6所示, 轨道误差 σ_* (代指 σ_i 、 σ_e 、 $\frac{\sigma_a}{a}$)均与 $\tilde{L}$ 存在一定的相关性, 观测弧段增加的同时, σ_* 随之降低, 整体上 σ_i (图中单位为弧度)与 σ_e 对 $\tilde{L}$ 的敏感度低于 $\frac{\sigma_a}{a}$.

当 $\tilde{L} < 0.01$ 时, 即观测时间跨度小于轨道周期的1%, 近地小行星的根数误差对观测时间跨度的变化敏感度不高, 该部分主要对应观测弧段较短的NEA, 轨道根数误差主要依赖于观测精度等因素. 对于短弧观测的近地小行星, 其轨道倾角精度水平高于轨道偏心率和轨道半长径. 随着 $\tilde{L}$ 的增加,

3个根数误差水平均有不同程度上的改进, 其中轨道半长径误差改进程度尤为明显. 当 $\tilde{L} > 1$ 时, 即观测时间跨度大于其轨道周期, 轨道倾角误差与偏心率误差对 $\tilde{L}$ 敏感性较弱, 误差改进的空间不足一个数量级. 而轨道半长径误差在观测时间跨度达到一个轨道周期后, 仍可以有两个数量级以上的改进空间. 对比可见, 观测弧长对轨道半长径误差的影响更为显著.

3.5 轨道倾角对误差的影响

对已发现的近地小行星轨道倾角统计可知其中位值为 8.59° , 在此将近地小行星分为“ $i < 8.59^\circ$ ”和“ $i \geq 8.59^\circ$ ”两组. 半长径误差与倾角误差呈现出

不同的分布规律, 如图7 (A)中轨道半长径相对误差 $\frac{\sigma_a}{a}$ 的两组直方分布仍然呈现双峰结构, 并且峰值位置没有偏移, 这是由于观测弧长是决定半长径精度水平的主导因素, 不同倾角范围仅影响了各冲数的近地小行星数量占比. 而图7 (B)中轨道倾角误差 σ_i 的直方分布显示轨道倾角 $i > 8.59^\circ$ 的部分, 近地小行星的倾角误差偏大.

近地小行星倾角 $i < 8.59^\circ$ 的半长径相对误差与倾角误差分布中, 呈现出左峰(高精度)往往低于右峰(低精度), 当轨道倾角 $i \geq 8.59^\circ$ 时, 倾角误差

左峰值与右峰值的差异逐渐减小. 同样地, 在 $\frac{\sigma_a}{a}$ 的两组直方分布中也存在类似趋势. 双峰左右占比变化原因在于 $i \geq 8.59^\circ$ 的近地小行星中观测冲数大于1次的比例较大, 冲数为1的占比为65.35%, 对应的观测弧长相对较多, 而 $i < 8.59^\circ$ 部分的近地小行星以单次冲为主, 占比为82.79%. 图8分别是 $\frac{\sigma_a}{a}$ 、 σ_i 与 i 的分布, 可见不论是单冲还是多冲, 近地小行星轨道半长径误差与倾角相关性都较弱(图8 (A)), 而轨道倾角误差与倾角呈对数线性相关, 即倾角越小的近地小行星轨道倾角误差越小(图8 (B)).

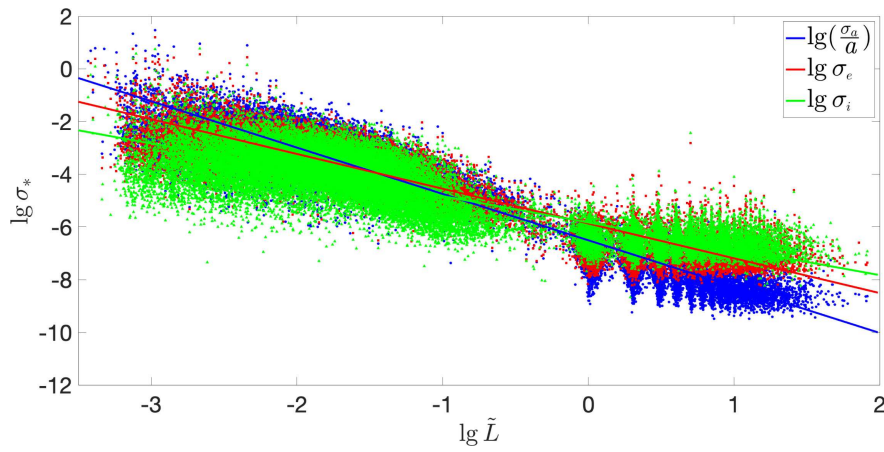


图6 不同根数误差与观测弧长 $\tilde{L}$ 的分布关系. 3条直线为线性拟合结果, 绿色: 倾角误差 σ_i , 红色: 偏心率误差 σ_e , 蓝色: 半长径相对误差 $\frac{\sigma_a}{a}$.

Fig. 6 The distribution relationship between the error of different orbital elements and the observation arc length $\tilde{L}$. The three lines are linear fits, green: inclination error σ_i , red: eccentricity error σ_e , blue: semi-major axis relative error $\frac{\sigma_a}{a}$.

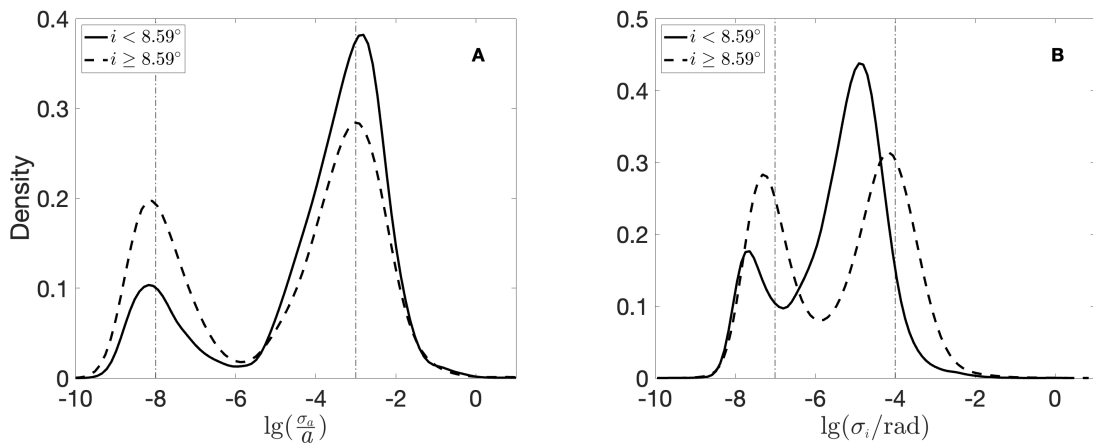


图7 半长径相对误差与轨道倾角误差在不同倾角范围内的密度分布

Fig. 7 The density distribution of semi-major axis relative error and orbital inclination error in different inclination ranges

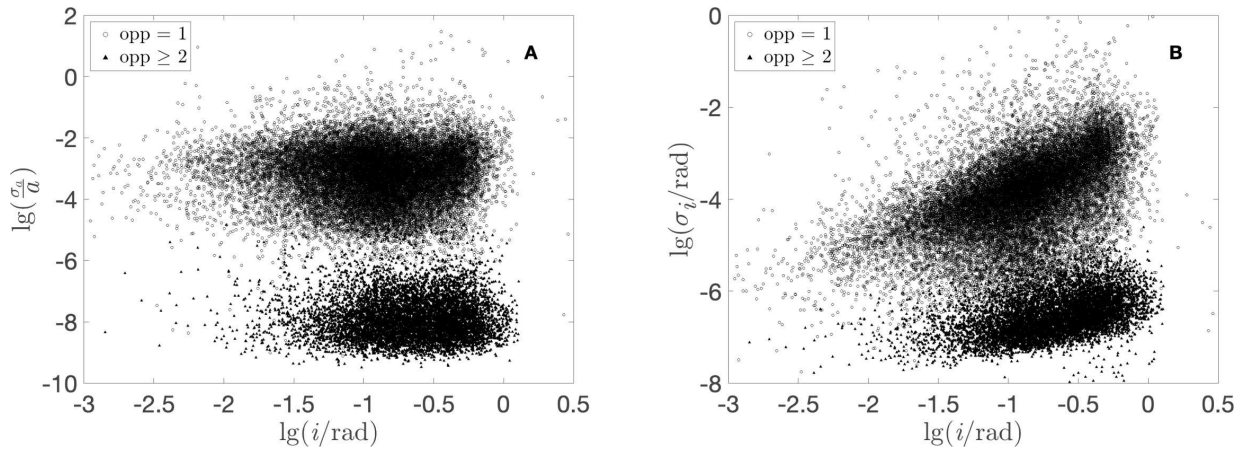


图8 不同倾角范围内各冲数近地小行星轨道半长径、倾角及其误差的分布

Fig. 8 Distribution of near-Earth asteroids' orbital semi-major axis, inclination and errors with different opposition in different inclination ranges

图9分别是 i 、MOID与 D 的分布关系. 进一步分析发现, 目前已发现的近地小行星的轨道倾角与直径存在一定程度上的相关性(图9 (A)), 较大尺寸的近地小行星具有较高的轨道倾角, 单冲观测的近地小行星相比于多冲观测的倾角较低、尺寸较小. 同时, 已发现的近地小行星与地球的最小轨道交汇距离也随着近地小行星直径 D 的增大而增大

(图9 (B)), 综合可知尺寸较大的近地小行星, 轨道倾角偏高且其与地球的MOID较远. 就观测而言, 半长径与轨道倾角的精度约束条件是不一样的, 半长径误差主要依赖于观测弧长, 而轨道倾角误差依赖于更为复杂的观测条件等因素, 受观测选择效应的影响, 目标越远的观测对轨道倾角的精度约束越小.

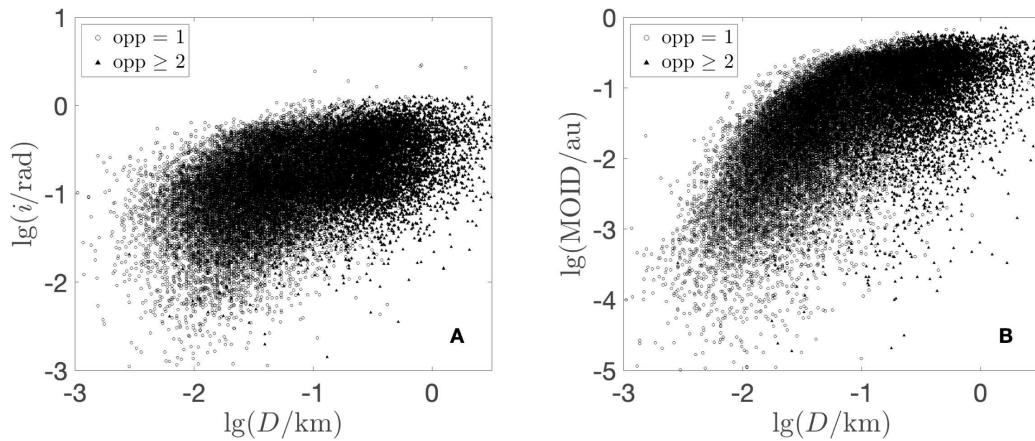


图9 不同倾角范围内, 各冲数近地小行星轨道半长径、倾角及其误差的分布. 参考绝对星等 H 与直径 D 、反照率 P_V 的关系^[23], 取 $P_V=0.14$, 计算 D 值.

Fig. 9 Distribution of near-Earth asteroids orbital semi-major axis, inclination and errors with different opposition in different inclination ranges. The relation between absolute magnitude H , diameter D and albedo P_V is considered^[23]. Take $P_V = 0.14$ for calculating D value.

4 总结

本文对JPL小天体数据库中近地小行星的轨道误差进行了统计分析,发现半长径误差、偏心率误差、倾角误差与数据库中不确定度 U 值的分布结构类似.结合Houten等^[12]的观点,发现基于纯光学观测资料定轨获取的近地小行星轨道半长径误差与观测弧长之间存在显著的对数线性关系,并给出了拟合回归方程((2)式),可用于初步估计半长径误差值.但是影响轨道误差的因素还包括绝对星等、观测次数、观测冲数等,并且绝对星等与后两者有一定的相关性.本文将绝对星等纳入拟合方程自变量,但拟合结果改进程度不佳,进而采用BP神经网络的方法将观测始末时间跨度、轨道周期和绝对星等作为输入量,半长径误差作为输出量,获得了高拟合优度、低均方误差的预测网络,能够快速、批量、准确地估计近地小行星的轨道半长径误差,且该方法理论上可以应用于其他轨道根数误差的研究中.

此外,本文采用了广义相加模型的拟合方法,对比了观测弧长对轨道半长径、偏心率与倾角误差的影响,发现3者的误差随弧长的变化趋势不一致,当观测时间跨度小于0.01倍或大于1倍轨道周期时,半长径误差随观测弧长增加的改进程度可以有2个以上的数量级,而偏心率误差与倾角误差的改进空间不足1个数量级.这表明了半长径误差随观测弧长存在更为显著的依赖关系.对于光学观测而言,提高观测弧长是提高半长径轨道精度的主要手段.

最后,按照倾角分布的中位值将数据划分为两个部分,对比分析发现较大倾角的倾角误差偏大,而半长径误差峰值不受倾角分布的影响.进一步发现倾角较大的近地小行星主要是尺寸较大、距离地球较远的目标,分析认为倾角对倾角误差与半长径误差影响不同的原因在于同样的观测角精度对于不同距离处的轨道位置约束能力不同.

本文的统计工作表明,近地小行星的轨道误差分布并非无序的随机分布,而是与其自身的轨道特性以及地基望远镜的观测能力有关.对这些规律的揭示能够有助于从总体上认识和理解近地小行星的轨道误差,并为后续进一步提高轨道精度

提供参考.需要注意的是,影响近地小行星轨道精度变化的因素除了本文主要分析的观测弧长、次数和冲数之外,还包括测站观测误差、单站测量中的观测非独立性、小尺寸近地小行星的非引力效应(如雅尔可夫斯基效应)、近距离飞越大行星引起的误差放大等,而且一些特殊轨道类型近地小行星(如地球准卫星)的轨道误差也可能存在特殊的变化规律.这些复杂因素都无法在本文的大样本统计分析工作中得到体现,因此对于少量特殊轨道类型,特别是小尺寸或者存在特殊观测策略的近地小行星的轨道误差分析需要特殊处理.

参考文献

- [1] Wu W, Gong Z, Tang Y, et al. Chinese Journal of Chemical Engineering, 2022, 24: 140
- [2] Granvik M, Alessandro M, Robert J, et al. Icarus, 2018, 312: 181
- [3] 胡寿村, 赵海斌, 季江徽. 天文学报, 2022, 63: 5
- [4] Hu S C, Zhao H B, Ji J H. ChA&A, 2023, 47: 147
- [5] 胡寿村, 季江徽, 赵玉晖, 等. 中国科学: 技术科学, 2013, 43: 506
- [6] 田伟. 天文学报, 2021, 62: 2
- [7] Tian W. ChA&A, 2021, 45: 402
- [8] Liu L, Wang Y, Yu M, et al. A&A, 2022, 667: A150
- [9] 陈媛媛, 马月华. 天文学报, 2021, 62: 5
- [10] Chen Y Y, Ma Y H. ChA&A, 2022, 42: 109
- [11] 李鑫冉, 赵海斌. 力学学报, 2021, 53: 3
- [12] Houten V, Herget P, Gehrels T, et al. A&A, 1970, 2: 339
- [13] Muinonen K, Bowell E, Wasserman L H. P&SS, 1994, 42: 307
- [14] Carpino M, Milani A, Steven R C. Icarus, 2003, 166: 248
- [15] Desmars J, Bancelin D, Hestroffer D, et al. A&A, 2012, 554: 32
- [16] Moskovitz N A, Wasserman L, Burt B, et al. AAS, 2021, 53: 4
- [17] Gelhaus J. Final Report. Program for Radar and Optical Observation Forecasting. 2011: 65
- [18] Muinonen K, Bowell E. Icarus, 1993, 104: 255
- [19] Ostro S, Hudson S, Benner L, et al. Nolan Michael. Asteroid Radar Astronomy, Asteroids III, 2002: 151
- [20] Marco A, Vannitsen J. AdSpR, 2021, 68: 8
- [21] Murray Z. PSJ, 2023, 4: 90
- [22] 周梦, 吕志刚, 邸若海, 等. 科学技术与工程, 2022, 22: 7
- [23] Michelsen R, Haack H, Andersen A C, et al. Istanbul: IEEE, 2003, 45: 247

Statistical Analysis of Orbital Uncertainty of Near-Earth Asteroids

WANG Xiu-hai^{1,2} HU Shou-cun^{1,3} ZHAO Hai-bin^{1,3}

(1 Key Laboratory of Planetary Sciences, Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210023)

(2 School of Astronomy and Space Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

(3 Center for Excellence in Comparative Planetology, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230026)

ABSTRACT Precisely determining the orbit of near-Earth asteroid (NEA) is one of the important parts of the near-Earth objects monitoring and early warning. However, due to the constraints of the observation arc length, observation accuracy and force model, different objects have different orbit errors. Based on the orbit data of more than 30000 near-Earth asteroids in JPL (Jet Propulsion Laboratory) small body database, the orbital elements error can be analyzed statistically. It is found that the semi-major axis error of the NEAs orbit has a bimodal distribution, and the reason is related to the distribution of the observation arc. The relationship between semi-major axis error and observation arc length is studied, and a regression equation with a goodness of fit of 0.90 is obtained. Furthermore, taking the absolute magnitude parameter into account, BP (Back Propagation) neural network training method is used to build a parameter training network for the beginning and end time span of observation, orbit period, absolute magnitude and semi-major axis error. The proposed method further improves the goodness of fit to 0.96, which can be used to quickly and reasonably evaluate the semi-major axis error of near-Earth asteroids. In addition, the influence of the observation arc length on the semi-major axis error, eccentricity error and inclination error is compared, and it is found that the improvement degree of the three is different with the increase of the observation arc length. Finally, the variation of the distribution of semi-major axis and orbit inclination error with orbit inclination is compared and analyzed, and it is found that the distribution characteristics of inclination error are related to the selection effect of observation accuracy. These statistical analyses contribute to a better understanding of the distribution of NEA orbit errors, and provide reference for further improvements in the orbital accuracy.

Key words small bodies: near-Earth asteroids, celestial mechanics: orbital errors, methods: statistical