

# 基于磁偶极和引力波辐射模型研究高制动指数 ( $n > 3$ )脉冲星 PSR J1640-4631 的演化<sup>\*</sup>

马 书<sup>†</sup> 王德华<sup>‡</sup> 杨智尧 周云刚

(贵州师范大学物理与电子科学学院 贵阳 550025)

**摘要** 研究脉冲星自转周期演化的过程可以理解中子星的制动机制,而脉冲星的制动指数与其辐射密切相关,它反映出脉冲星动能损失的过程.传统上,根据磁偶极辐射模型,预期的制动指数 $n = 3$ .然而,实际观测发现多数脉冲星的制动指数小于3,也有脉冲星超出磁偶极模型的预期,如PSR J1640-4631的制动指数 $n = 3.15 \pm 0.03$ ,它是目前已知的置信度较高的制动指数大于3的脉冲星,这表明中子星除磁偶极辐射之外还可能存在其他的转动能量损失机制.考虑两部分动能损失机制共同影响脉冲星制动,分别是磁偶极与引力波辐射,在此基础上,成功地解释了PSR J1640-4631的高制动指数,同时进一步探究这颗脉冲星的制动指数的演化介于一定的范围( $3 < n < 5$ ),假定脉冲星初始自转周期为20 ms,计算了其自转周期的长期演化过程,说明了这是一颗特殊类型的脉冲星.

**关键词** 脉冲星: 普通, 脉冲星: 个别: PSR J1640-4631, 恒星: 中子星, 电磁辐射, 引力波

**中图分类号**: P144; **文献标识码**: A

## 1 引言

脉冲星是一类具有万亿高斯磁场强度和快速旋转的中子星,它由大质量恒星( $8 - 25 M_{\odot}$ ,  $M_{\odot}$ 为太阳质量)演化到晚期经过超新星爆发所形成.脉冲星自转周期的演化过程与其辐射机制和制动过程密切相关.制动指数是一个描述脉冲星自转减慢速率的重要参数,在假设脉冲星的自旋演化服从幂律减速的条件下<sup>[1-3]</sup>

$$\dot{\Omega} = -K\Omega^n, \quad (1)$$

其中 $\Omega$ 、 $\dot{\Omega}$ 分别为脉冲星的角速度及其一阶导数, $K$ 为比例常数<sup>[3-4]</sup>, $n$ 为制动指数, $n$ 可以由下式定义:

$$n = \frac{\Omega\ddot{\Omega}}{\dot{\Omega}^2}, \quad (2)$$

其中 $\ddot{\Omega}$ 为脉冲星的角速度的二阶导数.对于真空磁偶极模型,制动指数 $n = 3$ <sup>[3-5]</sup>.

通过观测确定制动指数,天文学家可以探索脉冲星的辐射机制、磁层结构以及它们与转动能量损失之间的联系<sup>[6-7]</sup>.自1967年首次发现脉冲星以来,目前天文学家观测到的脉冲星总数已经突破4000颗.然而,仅有9颗脉冲星已经测量到了相对可靠的制动指数<sup>[8]</sup>,其中8颗源的制动指数明显低于3,其范围从 $0.9 \pm 0.2$ 到 $2.839 \pm 0.001$ <sup>[9-10]</sup>,另一颗源PSR J1640-4631的制动指数 $n = 3.15 \pm 0.03$ <sup>[11]</sup>,是当前唯一的制动指数大于标准值3的脉

2024-08-14收到原稿, 2024-12-30收到修改稿

<sup>\*</sup>国家自然科学基金项目(12163001、12463007), 贵州师范大学学术新苗基金项目(黔师新苗[2022]05号)资助

<sup>†</sup> 232100070277@gznu.edu.cn

<sup>‡</sup> wangdh@gznu.edu.cn

冲星, 这个较高的制动指数观测结果引起了天文学家的关注, 引发了人们对脉冲星转动动能损失机制的思考. 这些射电脉冲星的计时观测表明  $n \neq 3$ , 可能存在磁偶极制动以外的机制, 这将影响脉冲星的自旋演化过程. 作为参考, 表1列出了9颗脉冲星的基本参数. 其中本文关注的这颗源 (PSR J1640-4631)最早是由 Gotthelf等<sup>[12]</sup>在2014

年探测到的, 它的观测参数如下: 自转周期  $P = 206 \text{ ms}$ , 自转周期导数  $\dot{P} = 9.758 \times 10^{-13} \text{ s} \cdot \text{s}^{-1}$ , 自转周期的二阶导数为  $\ddot{P} = -5.27 \times 10^{-24} \text{ s} \cdot \text{s}^{-2}$ , 自转能损率  $\dot{E} = 4.4 \times 10^{36} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$ , 在磁偶极模型 ( $n = 3$ )的条件下, 得到的脉冲星表面偶极磁场强度  $B = 1.4 \times 10^{13} \text{ Gs}$ , 特征年龄  $\tau_c = P/2\dot{P} = 3350 \text{ yr}$ .

表 1 具有相对可靠制动指数的脉冲星的各种物理参数  
Table 1 Various physical parameters of pulsars with relatively reliable braking indices

| PSR        | Supernova remnant | $P^a/\text{s}$ | $\dot{P}^b/(10^{-13} \text{ s} \cdot \text{s}^{-1})$ | $\tau_c^c/\text{yr}$ | $n^d$ | Refs.   |
|------------|-------------------|----------------|------------------------------------------------------|----------------------|-------|---------|
| B0531+21   | Crab              | 0.0331         | 4.23                                                 | 1240                 | 2.51  | [2]     |
| J1640-4631 | G338.3-0.0        | 0.206          | 9.758                                                | 3350                 | 3.15  | [11–12] |
| B0833-45   | Vela              | 0.0893         | 1.25                                                 | 11300                | 1.4   | [13]    |
| B0540-69   | 0540-69.3         | 0.0505         | 4.79                                                 | 1670                 | 2.14  | [14]    |
| B1509-58   | G320.4-1.2        | 0.151          | 15.4                                                 | 1550                 | 2.839 | [14]    |
| J1846-0258 | Kesteven 75       | 0.325          | 70.8                                                 | 729                  | 2.65  | [14]    |
| J1119-6127 | G292.2-0.5        | 0.408          | 40.2                                                 | 1610                 | 2.684 | [15]    |
| J1734-3333 | G354.8-0.8        | 1.17           | 22.8                                                 | 8120                 | 0.9   | [16]    |
| J1833-1034 | G21.50-0.89       | 0.0619         | 2.0                                                  | 9700                 | 1.86  | [17]    |

<sup>a</sup> $P$ : the spin period.

<sup>b</sup> $\dot{P}$ : the first derivative of the spin period.

<sup>c</sup> $\tau_c$ : the characteristic age.

<sup>d</sup> $n$ : the braking index.

原则上, 脉冲星的真实年龄可以通过与其相关的超新星遗迹的年龄 ( $t_{\text{SNR}}$ ) 来估计, 但很遗憾的是研究人员并没有从PSR J1640-4631的超新星遗迹G338.3-0.0的壳层中探测到X射线发射, 所以无法给出它的真实年龄估计. 可以通过公式(1)推断脉冲星的真实年龄<sup>[1, 3, 18]</sup>, 如下:

$$t = \frac{P}{(n-1)\dot{P}} \left[ 1 - \left( \frac{P_i}{P} \right)^{n-1} \right], \quad (3)$$

其中  $P_i$  是脉冲星的初始自转周期. 在这里, 假定PSR J1640-4631的初始周期  $P_i = 20 \text{ ms}$ , 将  $P$  和  $\dot{P}$  的值代入上式中, 我们估计PSR J1640-4631的真实年龄约为  $t \sim 3093 \text{ yr}$ .

近几年来, 人们相继提出了一些模型来解释

PSR J1640-4631的高制动指数. 例如, 研究人员认为磁场的变化可能导致制动指数偏离磁偶极模型给出的标准值3, 比如偶极磁场减小或偶极制动力矩衰减可得到  $n > 3$ <sup>[18–23]</sup>, 如果偶极磁场增加则  $n < 3$ <sup>[24–25]</sup>; Alpar等<sup>[26]</sup>认为制动指数大于3可能是由于小的自旋跃变导致  $\dot{\Omega}$  的异常; 此外, 研究人员还引入充满等离子体的磁层和非真空磁球模型, 分析了脉冲星制动的影响, 及磁倾角  $\alpha$  (旋转轴与磁轴之间的夹角) 的减小、多极磁场等因素<sup>[27–30]</sup>; 文献[31–33]指出粒子流的制动扭矩也被认为是制动指数偏离3的原因; 文献[9, 19, 34]还对磁偶极星风模型做了详细研究; 前人已经考虑到非均匀星体的引力波辐射可以产生  $n = 5$  的制动指数, 结合磁偶极 ( $n = 3$ ) 和引力波辐射产生的制动力矩可以

导致制动指数在3-5之间, 基于上述模型研究者对PSR J1640-4631( $n = 3.15$ )进行了详细分析, 并计算了其引力波振幅<sup>[6]</sup>, 还有的研究者对相关参数(例如椭率等)进行了估计<sup>[35-36]</sup>, 然而这些工作都没有提及制动指数随着时间演化以及对周期演化的影响, 也没有探讨磁偶极辐射与引力波辐射作用相等时脉冲星的临界状态. 因此, 本工作的目的是结合磁偶极辐射和引力波辐射两种机制, 解释PSR J1640-4631的高制动指数, 同时探究脉冲星的制动指数和自转周期的演化过程.

文章结构如下: 第2节详细介绍磁偶极与引力波辐射对脉冲星自转周期的影响; 第3节讨论了电磁与引力波两种辐射机制共存的情况, 给出了制动指数和自转周期演化的一般公式, 并对脉冲星PSR J1640-4631做了相应的分析; 第4节给出脉冲星制动指数和自转周期的演化, 并作了相应讨论.

## 2 脉冲星自转周期演化模型

在研究脉冲星高制动指数( $n > 3$ )的原因之前, 我们首先回顾脉冲星自转制动的两个经典模型, 分别是磁偶极辐射模型( $n = 3$ )和引力波辐射模型( $n = 5$ ). 然后再进一步研究同时考虑磁偶极与引力波两种辐射制动机制的情况, 即考察脉冲星的制动指数与自转周期是如何演化的.

### 2.1 磁偶极辐射模型

磁偶极辐射模型成功地解释了脉冲星的许多观测性质, 例如中子星磁场和年龄等参数的估计<sup>[3-4]</sup>. 假设脉冲星表面磁极处磁场大小为 $B$ , 它与磁矩 $m$ 的关系为

$$|m| = BR^3, \quad (4)$$

其中 $R$ 为脉冲星半径. 由中子星磁矩的时间变化率与 $\Omega$ 的关系, 可以得到磁偶极辐射功率为<sup>[3-4]</sup>

$$\dot{E}_d = -\frac{2B^2 R^6}{3c^3} \Omega^4 \sin^2 \alpha, \quad (5)$$

其中 $c$ 为光速, 为了简化处理假设 $\alpha = \pi/2$ . 由上式可知磁偶极辐射带走的能量将消耗脉冲星的转动动能( $E_d = \frac{1}{2} I \Omega^2$ ), 于是有

$$-I\Omega\dot{\Omega} = K_1 \Omega^4, \quad (6)$$

其中转动惯量 $I \sim 10^{45} \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ ,  $K_1 = 2B^2 R^6 / 3c^3$ . 由于自转周期 $P = 2\pi / \Omega$ , 由公式(6)可知 $P\dot{P} = (2\pi)^2 K_1 / I$ 为常数, 我们取它等于现在的测量值 $[P\dot{P}]_o$ , 可以得到自转周期的演化公式如下

$$P(t) = P_i \left[ 1 + \left( \frac{P_o}{P_i} \right)^2 \frac{t}{\tau_o} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

其中 $P_o$ 、 $\dot{P}_o$ 、 $\tau_o = P_o / (2\dot{P}_o)$ 分别为现在的自转周期、周期导数和特征年龄.

公式(7)是幂律形式的一个特例, 我们将其推广到一般形式( $\Omega \propto \Omega^n$ ), 可以得到如下公式

$$P(t) = P_i \left[ 1 + \left( \frac{P_o}{P_i} \right)^{n-1} \frac{t}{\tau_o} \right]^{\frac{1}{n-1}}, \quad (8)$$

其中 $\tau_o = P_o / [(n-1)\dot{P}_o]$ . 由公式(8)可以推导出Lorimer和Kramer《脉冲星天文学手册》中的公式(3.11)<sup>[3]</sup>. 假定脉冲星PSR J1640-4631的初始周期 $P_i = 20 \text{ ms}$ , 绘制其周期 $P$ 随时间 $t$ 的演化关系如图1所示. 由公式(8), 我们可以得到脉冲星的初始周期 $P_i$ 和现在的真实年龄 $\tau_o$ 之间的关系

$$P_i^{n-1} = P_o^{n-1} \left( 1 - \frac{t_o}{\tau_o} \right). \quad (9)$$

对于任意脉冲星, 当其寿命较长且 $P_i \ll P$ 时, 脉冲星的真实年龄 $t \sim \tau_o$ .

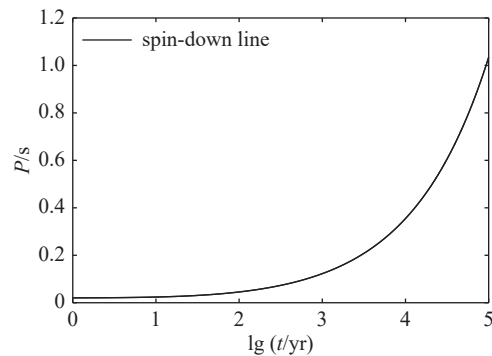


图1 脉冲星PSR J1640-4631在幂律减速情况下的自转周期 $P$ 随时间 $t$ 的变化关系图

Fig. 1 The diagram of the spin period  $P$  of Pulsar PSR J1640-4631 with time  $t$  in the case of power-law spin-down

## 2.2 引力波辐射模型

引力波是时空的涟漪,它以波的形式从辐射源向外传播带走能量,从而消耗脉冲星的动能并导致脉冲星减速<sup>[37]</sup>. 引力波源包括致密双星系统(白矮星、中子星或黑洞)的绕转、旋进和并合,其中双星系统轨道收缩在脉冲星双星系统中已经观测到了(PSR J1913+16)<sup>[3]</sup>,而并合的现象已经在美国的激光干涉引力波观测台(Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory, LIGO)、欧洲的室女(座)引力波探测器(Virgo gravitational wave detector, Virgo)和日本的神冈引力波探测器(Kamioka Gravitational wave detector, KAGRA)中测量到了<sup>[38-40]</sup>. 引力波是由质量四极矩的变化导致的辐射. 一般来说,对于一颗转动中子星而言,要求其质量分布必须存在不对称性. 非对称的来源机制包括两类:一是相对于星体固定转轴的非对称性(可能的机制包括:星体本身的形状、强磁场方向),二是非对称的部分相对于星体而言是加速运动的<sup>[5, 41]</sup>.

假设脉冲星存在椭圆 $\varepsilon$ 的轻微形变,它是偏离球形半径 $R$ 的理想化均匀椭圆,表示为 $\varepsilon \approx \delta R/R$ ,其中 $\delta R$ 是中子星的长半轴和短半轴之差(其中 $\delta R \ll R$ ). 由引力波辐射导致的动能损失率为<sup>[5]</sup>

$$\dot{E}_{\text{gw}} = -\frac{32}{5} \frac{G}{c^5} I^2 \varepsilon^2 \Omega^6, \quad (10)$$

其中引力常数 $G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ dyn} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-2}$ . 假定脉冲星的自转能以引力波辐射的形式耗散,那么

$$-I\Omega\dot{\Omega} = K_3\Omega^6, \quad (11)$$

其中 $K_3 = 32GI^2\varepsilon^2/(5c^5)$ . 由此我们得到

$$P(t) = P_i \left[ 1 + \left( \frac{P_o}{P_i} \right)^4 \frac{t}{T_o} \right]^{\frac{1}{4}}, \quad (12)$$

其中 $T_o = P_o/(4\dot{P}_o)$ 为引力波辐射下的特征年龄.

对于脉冲星PSR J1640-4631,  $T_o \sim 560 \text{ yr}$ ,但是由于其遗迹年龄不知道,制动指数小于5,所以我们可以判断引力波辐射不能单独作为PSR J1640-4631的转动能耗耗机制.

## 3 电磁与引力波两种辐射机制共存

如果单独考虑磁偶极或引力波辐射,脉冲星的制动指数分别为3和5. 然而PSR J1640-4631的制动指数 $n = 3.15$ 介于3-5之间,所以我们研究两种辐射共存的情况,这也许是其真实的制动机制.

### 3.1 制动指数的演化

假定脉冲星同时辐射电磁波与引力波导致脉冲星减速,其自转能损率为

$$\dot{E} = -I\Omega\dot{\Omega} = \dot{E}_d + \dot{E}_{\text{gw}} = K_1\Omega^4 + K_3\Omega^6, \quad (13)$$

可以写为

$$-\dot{\Omega} = \frac{K_1}{I}\Omega^3 + \frac{K_3}{I}\Omega^5, \quad (14)$$

结合制动指数的定义公式(2)可得

$$n = \frac{3 + 5\eta}{1 + \eta}, \quad (15)$$

其中 $\eta = K_3\Omega^2/K_1$ ,表示引力波与电磁辐射的功率比. 我们发现如此得到的制动指数 $n$ 不是常数,而是随着演化在变小. 为了研究 $n$ 的变化规律,我们绘制出 $n$ 随 $\eta$ 的变化关系图如图2所示. 当 $\eta \gg 1$ 时,引力波辐射起主导作用,  $n \sim 5$ ; 当 $\eta = 1$ 时,电磁与引力波辐射作用相同,  $n = 4$ ; 当 $\eta \ll 1$ 时,磁偶极辐射起主导作用,  $n \sim 3$ . 进一步,我们注意到随着中子星自转减速,制动指数从5变化到3,而PSR J1640-4631的制动指数接近3,表明目前磁偶极辐射占主导.

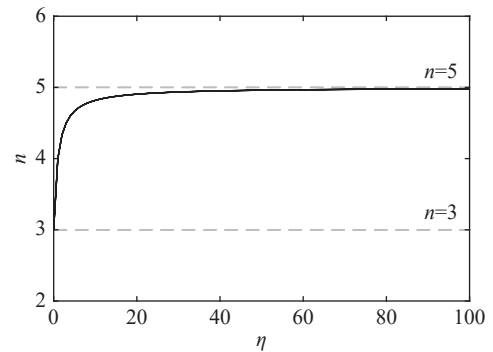


图 2 脉冲星的制动指数( $n$ )随辐射功率比( $\eta = \dot{E}_{\text{gw}}/\dot{E}_d$ )的变化关系图

Fig. 2 The diagram of the Pulsar's braking index ( $n$ ) with the radiation power ratio ( $\eta = \dot{E}_{\text{gw}}/\dot{E}_d$ )

公式(13)还可以表示为

$$-\frac{\dot{\Omega}}{\Omega} = \frac{K_1}{I} \Omega^2 (1 + \eta). \quad (16)$$

由公式(15)得  $\eta = (3 - n)/(n - 5)$ , 那么

$$K_1 = -\frac{I}{1 + \eta} \frac{\dot{\Omega}}{\Omega^3}, \quad (17)$$

$$K_3 = \frac{\eta K_1}{\Omega^2} = -\frac{\eta I}{1 + \eta} \frac{\dot{\Omega}}{\Omega^5}, \quad (18)$$

这说明  $K_1$  与  $K_3$  这两个参数可以通过现在的观测量计算出来. 对于脉冲星PSR J1640-4631, 其制动指数  $n = 3.15$ , 则  $\eta \sim 0.1$ , 即引力波辐射带走的能量与磁偶极辐射能量占比约为10%, 求得  $K_1 \sim 4.7 \times 10^{30} \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}$ , 则  $K_3 \sim 4.1 \times 10^{26} \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^3$ . 因此脉冲星PSR J1640-4631制动指数  $n$  随角速度  $\Omega$  的演化关系如下

$$n = \frac{3 + 5k\Omega^2}{1 + k\Omega^2}, \quad (19)$$

其中  $k = K_3/K_1 = 8.7 \times 10^{-5}$ , 绘制出  $n$  随  $\Omega$  的变化关系如图3所示.

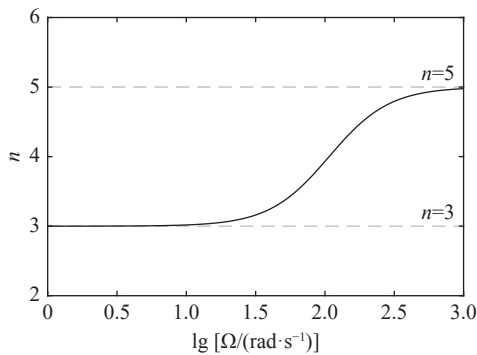


图 3 脉冲星PSR J1640-4631的制动指数  $n$  随角速度  $\Omega$  的变化关系图

Fig. 3 The diagram of the relation between the braking index  $n$  of pulsar PSR J1649-4631 and the angular velocity  $\Omega$

将以上两种减速机制进行对比, 当磁偶极辐射与引力波辐射相同时, 我们求得脉冲星的临界角速度值

$$\Omega_{\text{cr}} = \sqrt{\frac{K_1}{K_3}} = \sqrt{\frac{1}{k}}. \quad (20)$$

也就是说, 对于PSR J1640-4631, 临界角速度  $\Omega_{\text{cr}} \sim$

$107.2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , 即脉冲星临界自转周期约为58.6 ms 时, 电磁辐射与引力波辐射对脉冲星减速的影响是相同的, 此时对应的制动指数  $n \sim 4$ .

### 3.2 自转周期的演化进程

如果脉冲星同时存在电磁与引力波两种辐射机制, 我们可以研究其自转周期  $P$  随时间  $t$  的演化规律. 对于公式(13), 假设  $y = \Omega^{-2}$ , 两边同时积分, 得

$$k + y - k \ln(k + y) = 2at + C_i, \quad (21)$$

其中  $a = K_1/I$ , 对于PSR J1640-4631,  $k \sim 8.7 \times 10^{-5}$ ,  $a \sim 4.7 \times 10^{-15}$ . 假设  $t=0$  时, 初始周期  $P_i = 20 \text{ ms}$ , 那么  $y_i = \Omega_i^{-2} = P_i^2/(2\pi)^2 \sim 1.6 \times 10^{-4}$ , 求得  $C_i = k + y_i - k \ln(k + y_i) \sim 9.7 \times 10^{-4}$ , 代入上式, 得到

$$t = \frac{k + y - k \ln(k + y) - 9.7 \times 10^{-4}}{2a}. \quad (22)$$

然而进一步考虑初始周期可能处在一个较为可靠的范围(比如10 – 100 ms), 我们列出了PSR J1640-4631在不同初始周期下演化到当前周期需要的时间如表2所示, 同时  $P$  随  $t$  的演化关系如图4所示.

表 2 不同初始周期下PSR J1640-4631的周期演化参数  
Table 2 Parameters of the period evolution of PSR J1640-4631 under different initial periods

| $P_i/\text{ms}$ | $y_i/\text{ms}$        | $C_i$                  | $t/\text{yr}$       |
|-----------------|------------------------|------------------------|---------------------|
| 10              | $4.053 \times 10^{-5}$ | $9.077 \times 10^{-4}$ | $5.644 \times 10^4$ |
| 20              | $1.621 \times 10^{-4}$ | $9.710 \times 10^{-4}$ | $5.623 \times 10^4$ |
| 50              | 0.001                  | 0.002                  | $5.379 \times 10^4$ |
| 100             | 0.004                  | 0.005                  | $4.393 \times 10^4$ |

## 4 总结与讨论

本文首先从电磁辐射的角度讨论脉冲星的自转周期演化, 我们以脉冲星PSR J1640-4631为研究对象, 这是一颗偏离磁偶极模型并具有高制动指数( $n = 3.15$ )的源. 我们假设此脉冲星的初始自转周期  $P_i \sim 20 \text{ ms}$  进行研究, 理由如下: 由于前人针对脉冲星初始周期的分布做了很多研究, 例如, 对于作为标准源之一的蟹状星云脉冲星, 因其  $n$  的

测量比较可靠, 且真实年龄已知, 故它有一个可靠的初始自旋测定,  $P_i = 19 \text{ ms}$ <sup>[2, 42]</sup>; Migliazzo等<sup>[43]</sup>估算了7颗射电脉冲星的初始自转周期都小于60 ms; 当制动指数不同时PSR B1951+32的初始自转周期在 $(27 \pm 6) \text{ ms}$ 的范围内; Kramer等<sup>[44]</sup>估计PSR J0538+2817的初始自转周期为139.6 ms; Lorimer等<sup>[45]</sup>表明所有诞生时光度高于 $10 \text{ mJy} \cdot \text{kpc}^2$ 的脉冲星都具有较短的初始自转周期( $\leq 100 \text{ ms}$ ). Xu等<sup>[46]</sup>对脉冲星初始周期的统计分布进行研究, 发现脉冲星的初始自转周期很可能在20 ms到30 ms之间, 而大多数脉冲星的初始自转周期都小于60 ms; 还有研究者通过研究与超新星遗迹(SNR)相关的年轻脉冲星群体, 推导了中子星的初始自转周期分布, 峰值大约在50 ms左右<sup>[47]</sup>. 从图1中我们看到, 随着时间的推移, 其周期变长. 其次, 进一步从引力波辐射的角度讨论脉冲星的减速, 我们认为这种辐射机制不能单独作为PSR J1640-4631的减速机制; 然而, 如果引力波辐射主导脉冲星制动, 其制动指数 $n = 5$ , 因此 $n = 3.15$ 就意味着这颗脉冲星不是纯粹的磁偶极辐射制动, 可能存在引力波辐射的贡献.

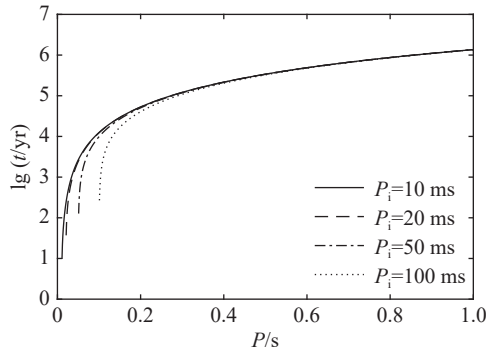


图 4 不同初始周期下PSR J1640-4631的自转周期 $P$ 随时间 $t$ 的演化关系图

Fig. 4 The evolution of the spin period  $P$  of the pulsar PSR J1640-4631 as a function of time  $t$  under different initial periods

接着, 我们讨论了电磁辐射与引力波辐射一起影响脉冲星自旋演化的情况, 脉冲星制动指数随时间演化而变小. 我们注意到由于两种制动机制的共同影响, 脉冲星的制动指数在3-5之间演化,

这可以解释PSR J1640-4631的高制动指数的可能原因. 对于脉冲星PSR J1640-4631, 其制动指数 $n = 3.15$ , 此时对应的角速度 $\Omega = 30.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , 由电磁辐射主导它的减速, 引力波与磁偶极辐射功率比为 $\eta = 0.1$ , 即引力波辐射带走的动能大约占比磁偶极辐射的10%. 进一步, 我们估算出这颗脉冲星的椭率 $\varepsilon = \sqrt{K_3/(32GI^2)} \sim 4.8 \times 10^{-3}$ , 可能是由于其内部存在超强磁场导致的高椭率<sup>[48]</sup>. 我们估计椭率要达到 $10^{-3}$ , 至少需要内部磁场强度为 $10^{16} \text{ Gs}$ , 目前在观测上还没有看到如此高的磁场. 相关研究表明, 由于中子星的超高密度和快速旋转, 中子星的磁场强度可以达到极其惊人的数值, 通常在 $10^{12} - 10^{15} \text{ Gs}$ 之间, 磁星的表面磁场强度可以达到 $10^{14} - 10^{15} \text{ Gs}$ , 甚至在某些情况下可能更高<sup>[49-54]</sup>. Ruderman<sup>[55]</sup>从均分定理(或称为标量维里定理)出发, 任何恒星内部的平均磁场的最大值是 $(GM^2)/R \sim (B^2 R^3)/6$ , 这就给出了一个半径为10 km、质量为 $1.4 M_\odot$ 的中子星磁场上限 $\sim 2 \times 10^{18} \text{ Gs}$ . 在观测上, 目前磁星测到的最大磁场约为 $10^{15.5} \text{ Gs}$ <sup>[51]</sup>, 但这个值只是表面磁场强度, 因此我们怀疑内部磁场有可能达到 $10^{16} \text{ Gs}$ . 对于我们研究的PSR J1640-4631, 它的内部强磁场在中子星内部可能被屏蔽. 研究表明LIGO/Virgo设定椭率的上限约为 $2 \times 10^{-5}$ <sup>[56-58]</sup>, 一些学者认为椭率的可靠上限应该在 $10^{-6}$ 左右<sup>[59]</sup>, 本文给出的椭率 $4.8 \times 10^{-3}$ 与LIGO/Virgo对银河系里中子星的椭率的限制相比确实过大, 但是LIGO/Virgo对引力波的探测依赖于现在的自旋而不是初始时刻的状态. 对于PSR J1640-4631, 它在快速旋转的初生阶段LIGO没有探测到引力波, 而它现在的周期 $P = 206 \text{ ms}$ , 自转已经变得很慢, 功率约为 $4.4 \times 10^{36} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$ <sup>[12]</sup>, 这个值低于LIGO可以探测到的流量. 对于制动指数在3-5的脉冲星, 目前无论是何种机制造成脉冲星自旋的减速都不能排除引力波辐射的贡献.

最后我们给出了PSR J1640-4631在不同初始周期下演化到现在周期经历的时间(见表2), 并绘制了自转周期随时间的演化曲线. 由于PSR J1640-4631演化到后期由磁偶极辐射占据主导地位, 引力波辐射几乎不起作用, 因此, 即便PSR J1640-

4631 由不同的初始周期演化而来, 从表 2 中仍然可以直观地看到它演化到现在的年龄几乎是不变的. 当电磁辐射与引力辐射相当时, PSR J1640-4631 的临界自转周期为 58.6 ms. 也就是说, 当自转周期小于 58.6 ms 时, 引力波辐射对这颗源的减速起主导作用, 当自转周期大于 58.6 ms 时, 电磁辐射主导它的减速过程.

磁偶极辐射与引力波辐射组合的模型可以解释脉冲星的制动指数  $n$  在 3–5 之间,  $n$  不是一个常数, 而是随着时间演化. 磁偶极模型推导出  $n = 3$ , 引力波辐射模型推导出  $n = 5$ , 且其中的参数  $B$ 、 $R$  都是中子星的参数. 然而, 目前没有物理方程可以推导出  $n = 3.15$  的情况, 因此一般的幂律模型只是简单的数学表达式, 没有明确的物理意义. 在脉冲星物理磁层模型中, 制动指数预计总是在 1.8–3 之间<sup>[11, 27]</sup>, 磁偶极星风模型也只能解释制动指数小于 3 的情况<sup>[60]</sup>. 目前测到的具有相对可靠制动指数的脉冲星仅有 9 颗(见表 1), 仅有 PSR J1640-4631 这颗源的制动指数大于 3. 目前该模型只能针对个别案例进行研究, 因此它没有普适性, 从另一方面说明了这个脉冲星是一种特殊类型的脉冲星. 未来通过观察和分析更多的脉冲星的制动指数, 我们不仅可以进一步验证和改进这个制动机制模型, 还可以推测中子星内部形成物理过程以及它们与其他天体物理现象的潜在联系, 也可以探索其他可能造成高制动指数的物理机制.

## 参考文献

- [1] Manchester R N, Taylor J H. Pulsars. San Francisco: ASP, 1977: 109-113
- [2] Lyne A G, Pritchard R S, Graham Smith F. *MNRAS*, 1993, 265: 1003
- [3] Lorimer D R, Kramer M. Handbook of Pulsar Astronomy. 2th Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2012: 59-63
- [4] Lyne A, Graham-Smith F. Pulsar Astronomy. 4th Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2012: 71-73
- [5] Shapiro S L, Teukolsky S A. Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars. New York: John Wiley and Sons, 1983: 277-283
- [6] de Araujo J C N, Coelho J G, Costa C A. *JCAP*, 2016, 2016: 23
- [7] Dupays A, Rizzo C, Bakalov D, et al. *EL*, 2008, 82: 69002
- [8] de Araujo J C N, Coelho J G, Costa C A. *ApJ*, 2016, 831: 35
- [9] Lyne A G, Jordan C A, Graham S F, et al. *MNRAS*, 2015, 446: 857
- [10] Ho W C G, Andersson N. *NatPh*, 2012, 8: 787
- [11] Archibald R F, Gotthelf E V, Ferdman R D, et al. *ApJ*, 2016, 819: L16
- [12] Gotthelf E V, Tomsick J A, Halpern J P, et al. *ApJ*, 2014, 788: 155
- [13] Lyne A G, Pritchard R S, Graham-Smith F, et al. *Nature*, 1996, 381: 497
- [14] Livingstone M A, Kaspi V M, Gavril F P, et al. *ApSS*, 2007, 308: 317
- [15] Weltevrede P, Johnston S, Espinoza C M. American Institute of Physics Conference Series. San Francisco: ASP, 2011, 1357: 109
- [16] Espinoza C M, Lyne A G, Kramer M, et al. *ApJ*, 2011, 741: L13
- [17] Roy J, Gupta Y, Lewandowski W. *MNRAS*, 2012, 424: 2213
- [18] Gao Z F, Wang N, Shan H, et al. *ApJ*, 2017, 849: 19
- [19] Blandford R D, Romani R W. *MNRAS*, 1988, 234: 57
- [20] Rea N, Esposito P. Astrophysics and Space Science Proceedings. Berlin Heidelberg: Springer, 2011, 21: 247
- [21] Kaminker A D, Kaurov A A, Potekhin A Y, et al. *MNRAS*, 2014, 442: 3484
- [22] Gourgouliatos K N, Cumming A. *MNRAS*, 2015, 446: 1121
- [23] Potekhin A Y, De Luca A, Pons J A. *SSRv*, 2015, 191: 171
- [24] Mereghetti S. *A&ARv*, 2008, 15: 225
- [25] Gao Z F, Li X D, Wang N, et al. *MNRAS*, 2016, 456: 55
- [26] Alpar M A, Baykal A. *MNRAS*, 2006, 372: 489
- [27] Melatos A. *MNRAS*, 1997, 288: 1049
- [28] Pétri J. *MNRAS*, 2015, 450: 714
- [29] Ekşi K Y, Andaç I C, Çikintoğlu S, et al. *ApJ*, 2016, 823: 34
- [30] Pétri J. *MNRAS*, 2019, 485: 4573
- [31] Chen W C, Li X D. *A&A*, 2006, 450: L1
- [32] Kou F F, Tong H. *MNRAS*, 2015, 450: 1990
- [33] 余竞, 王德华, 孙益洪, 等. *天文学报*, 2024, 65: 20
- [34] Yue Y L, Xu R X. *AdSpR*, 2007, 40: 1491
- [35] Chen W C. *A&A*, 2016, 593: L3
- [36] Cheng Q, Zhang S N, Zheng X P, et al. *PhRvD*, 2019, 99: 083011
- [37] Chau W Y. *ApJ*, 1967, 147: 664
- [38] Miller S D, Straka W C, Yue J, et al. *PNAS*, 2015, 112: 49-7

- E6728
- [39] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. *PhRvL*, 2017, 119: 161101
- [40] Abbott R, Abe H, Acernese F, et al. *ApJ*, 2024, 966: 137
- [41] Fan Y Z, Han M Z, Jiang J L, et al. *PhRvD*, 2024, 109: 043052
- [42] Kaspi V M, Helfand D J. *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*. San Francisco: ASP, 2002, 271: 3
- [43] Migliazzo J M, Gaensler B M, Backer D C, et al. *ApJ*, 2002, 567: L141
- [44] Kramer M, Lyne A G, Hobbs G, et al. *ApJ*, 2003, 593: L31
- [45] Lorimer D R, Bailes M, Dewey R J, et al. *MNRAS*, 1993, 263: 403
- [46] Xu R X, Wang H G, Qiao G J. *ChJAA*, 2002, 2: 533
- [47] Du S S, Liu X J, Chen Z C, et al. *ApJ*, 2024, 968: 105
- [48] Bonazzola S, Gourgoulhon E. *A&A*, 1996, 312: 675
- [49] Duncan R C, Thompson C. *ApJ*, 1992, 392: L9
- [50] Thompson C, Duncan R C. *MNRAS*, 1995, 275: 255
- [51] Kouveliotou C, Dieters S, Strohmayer T, et al. *Nature*, 1998, 393: 235
- [52] Olausen S A, Kaspi V M. *ApJS*, 2014, 212: 6
- [53] Turolla R, Zane S, Watts A L. *RPPh*, 2015, 78: 116901
- [54] Kaspi V M, Beloborodov A M. *ARA&A*, 2017, 55: 261
- [55] Ruderman R. *ApJ*, 1991, 382: 576
- [56] Aasi J, Abbott B P, Abbott R, et al. *PhRvD*, 2016, 93: 042007
- [57] Aasi J, Abbott B P, Abbott R, et al. *ApJ*, 2015, 813: 39
- [58] Aasi J, Abbott B P, Abbott R, et al. *PhRvD*, 2014, 90: 062010
- [59] Krastev P G, Li B A, Worley A. *PhLB*, 2008, 668: 1
- [60] Zhang C M, Cui X H, Li D, et al. *Univ*, 2022, 8: 628

## The Evolution of Pulsar PSR J1640-4631 with High Braking Index ( $n > 3$ ) in the Magnetic Dipole and Gravitational Wave Radiation Models

MA Shu    WANG De-hua    YANG Zhi-yao    ZHOU Yun-gang

(School of Physics and Electronic Science, Guizhou Normal University, Guiyang 550025)

**ABSTRACT** The study of pulsar spin period evolution provides insights into the braking mechanisms of neutron stars. The braking index of pulsars, which is closely related to their radiation, reflects the process of kinetic energy loss in pulsars. Traditionally, based on the magnetic dipole radiation model, the expected braking index is  $n = 3$ . However, actual observations have found that the braking indices of most pulsars are less than 3. There are also pulsars whose braking indices exceed the predictions of the magnetic dipole model, such as PSR J1640-4631, which has a braking index of  $n = 3.15 \pm 0.03$ . It is currently known to be a pulsar with a relatively high confidence level and a braking index greater than 3, indicating that in addition to magnetic dipole radiation, there may be other mechanisms for rotational energy loss in neutron stars. The combined influence of two kinetic energy loss mechanisms is considered on pulsar braking: magnetic dipole radiation and gravitational wave radiation. On this basis, we have successfully reproduced the high braking index of PSR J1640-4631. Furthermore, we have delved into the evolution of this pulsar's braking index, which falls within a specific range of  $3 < n < 5$ . Assuming an initial spin period of 20 ms for the pulsar, we have computed its long-term evolution of the spin period, illustrating that it is a pulsar of a unique type.

**Key words** pulsars: general, pulsars: individual: PSR J1640-4631, stars: neutron, electromagnetic radiation, gravitational waves