

# 非合作巨型星座的在线机动检测<sup>\*</sup>

张籍丹<sup>1,2</sup> 朱听雷<sup>1†</sup> 赵长印<sup>1</sup> 刘媛荣<sup>1,2</sup>

(1 中国科学院紫金山天文台 南京 210023)

(2 中国科学技术大学天文与空间科学学院 合肥 230026)

**摘要** 随着巨型星座目标数量的增加, 卫星的在线机动检测成为了空间态势感知(Space Situational Awareness, SSA)领域的重要问题。无奇点推力傅立叶系数(Nonsingular Thrust-Fourier Coefficients, NSTFC)模型可以有效拟合巨型星座的机动, 但基于该模型的在线机动检测方法是否可行还需验证。该检测方法以估计轨道变化作为分类特征, 以朴素贝叶斯(naive Bayes)作为分类器。仿真结果显示, 该方法能够准确识别出无机动、升轨和降轨这3类空间事件。分类的Macro  $F_1$  分数可达97.1%。验证表明, 该方法有望提升编目流程中机动检测的效率与精度。

**关键词** 天体力学: 推力傅立叶系数模型, 编目: 机动检测, 编目: 非合作卫星, 方法: 数据分析

中图分类号: P135; 文献标识码: A

## 1 引言

近年来, 随着宇航技术的发展, 越来越多的国家开始在近地空间部署以机动卫星为主要成员的巨型星座。以星链为例, 截止2024年12月, SpaceX公司已向近地空间发射了7000多颗卫星。这些卫星大多携带有新型的电推进器, 能够持续、频繁地进行机动。其中, 绝大多数机动事件的目的是维持其星座构型, 另有一部分是为了规避碰撞, 还有极少数的机动属于异常事件。对于非合作巨型星座, 创建并维持一个包含机动信息的编目数据库, 基于数据库中的常规机动模式, 快速地识别出异常机动事件, 是保障太空安全的重要途径。而完成上述工作的前提是每次获得观测数据后, 在利用观测更新编目轨道的同时, 能够解算出卫星的机动信息, 即在线机动检测能力。

过去二十年间, 国内外研究者提出了许多机

动检测方法。这些方法依其应用场景, 大致可以划分为两个类别。第1类是离线检测方法。该类别旨在从历史轨道数据中发掘机动信息, 如双行轨道根数(Two-Line Element, TLE)或精密星历。第2类则是在线检测方法, 旨在利用观测数据来解算机动, 通常应用于编目场景。

离线检测方法需要事先获取机动后的轨道数据, 再将历史轨道数据转化为时间序列, 通过检测时间序列中的异常值来识别机动事件<sup>[1]</sup>。其结果通常会与公开发布的机动信息对比, 以此来验证方法的有效性。Kelecy等<sup>[2]</sup>率先提出了利用TLE进行离线机动检测的思路: 以多项式函数对相邻轨道根数进行平滑, 当前后轨道之差超过某一阈值时, 则假定目标发生了机动。上述流程至今仍是离线检测的基本框架之一。各种离线方法的区别在于其所用的平滑与异常值检测方式不一。例如, Patera等<sup>[3]</sup>利用移动窗口曲线拟合方法分析轨道能

2024-11-27收到原稿, 2024-12-30收到修改稿

\*国家自然科学基金项目(12173095)资助

†[zhutinglei@pmo.ac.cn](mailto:zhutinglei@pmo.ac.cn)

量, 据此识别轨道突变. Liu等<sup>[4]</sup>将星链精密星历的平均轨道根数通过一阶多项式函数平滑, 并据此分析了星链的机动策略. Zollo等<sup>[1]</sup>以线性卡尔曼滤波(Linear Kalman Filter, LKF)预报目标轨道, 并假定预报残差偏离0时目标发生机动. Li等<sup>[5]</sup>以30颗地球同步卫星的TLE训练二维卷积神经网络(Two-Dimensional Convolutional Neural Network, 2DCNN), 从中提取机动事件的特征. 离线检测可以揭示机动的先验信息, 从而为在线机动检测提供支撑.

与离线检测不同, 在线机动检测通常属于空间目标编目环节之一.“在线”的具体含义是指每次获得观测数据后, 在更新编目库中目标轨道的同时, 该检测方法能够识别出两次观测间卫星发生的机动事件. 在线机动检测的目的主要有两个: 第1个目的是协助编目工作正常进行. 编目的前提是轨道与观测数据间的正确关联. 传统的关联方法是将编目轨道预报至观测时刻, 通过对比预报残差来进行关联. 而由于机动频繁, 巨型星座的预报轨道与其实际轨道间的差距往往较大, 此时若加入在线机动检测的结果, 可以为目标关联增加一定信息量. 正确的目标关联是维持编目库运行的必要条件, 而完备的编目才能为空间态势感知提供支撑. 第2个目的是协助异动识别. 通过将在线机动检测的结果与数据库中常规机动模式对比, 可以快速识别出异常机动行为, 为空间态势感知筛选出重点关注事件. 在线检测的一般方法是计算能够刻画观测数据与编目轨道间距离的度量. 而从所用度量的角度, 该方法大致可以划分为两个类别, 分别是马氏距离方法和最优控制距离方法.

卡尔曼滤波是编目定轨的常用方法之一. 在以滤波来更新目标轨道时, 归一化后的预报残差正是马氏距离<sup>[6]</sup>. 若该距离超过了某一阈值, 则通常认为目标发生了机动<sup>[7]</sup>. Porcelli等<sup>[8]</sup>最近提出了以观测噪声归一化的轨道加权均方根作为度量的检测方法. Kaderali等<sup>[9]</sup>则基于Goff等<sup>[7]</sup>的研究, 提出了新的 $k$ 参数度量, 可以有效降低误检率.

在线检测方法中的另一种常见度量来自于最优控制理论领域<sup>[10]</sup>. 这一类方法将关联视为测量

残差边值问题(Measurement Residual Boundary-Value Problem, MRBVP), 从连接目标与观测的所有可能轨道中, 寻找能量消耗最小的轨道, 并以该最小能量作为目标与观测的距离<sup>[11]</sup>. 该方法通常还会与可行域(Admissible Region, AR)方法<sup>[12]</sup>或凸优化(Convex Optimization)理论<sup>[13]</sup>结合, 以减少计算量并确保收敛性, 使之更适用于在线检测.

本文主要关注非合作巨型星座的在线机动检测问题. 与上述两种度量不同, 本文以机动引起的轨道变化作为度量, 该度量将通过基于推力傅立叶系数(Thrust-Fourier Coefficients, TFC)模型的滤波方法来估计. 对于任意的小推力机动, TFC模型都能以有限的傅立叶系数来生成等效机动, 该等效机动与实际机动对轨道产生的长期影响相同<sup>[14]</sup>. 关于该方法的详细讨论可以在作者之前的工作中找到<sup>[15]</sup>. 由于在物理意义上, TFC模型生成的等效机动与实际机动并不完全一致, 加之滤波估计存在误差, 因此以该模型估计的轨道变化是否能够反映实际机动的类别特征尚有待研究. 本文的主要目标就是验证基于TFC模型的在线机动检测方法的可行性.

本文的研究对象是一般的非合作巨型星座. 考虑到星链有公开发布的精密星历且数据量大, 我们将以星链作为具体的研究案例. 同时, 由于星链缺乏公开发布的机动信息, 我们将首先以离线检测方法分析并标记精密星历中每一空间事件的类别. 通过分析1000多颗星链卫星从2024年4月30日到2024年5月15日的精密星历, 我们总共提取出了3万多个空间事件的样本, 这些样本被划分为了无机动、面内升轨、面内降轨和面外机动4个类别. 同时, 这些星历将通过3个位于太阳同步轨道上的仿真天基光学平台, 转换为稀疏观测条件下的仿真观测, 以模拟编目的输入. 由于编目库与实测数据的精度往往是固定的, 而本文的目标之一是评估检测方法在不同噪声下的可行性, 因此本文将利用仿真数据来评估该方法在不同编目精度与不同测量精度下的检测效果. 仿真模型将在随后介绍.

为了完成对机动的在线检测, 以上估计的轨道变化将作为分类特征来训练一个朴素贝叶斯

(naive Bayes)分类器。这是一种基于贝叶斯规则的监督学习算法, 其关键假设在于分类器中每个特征之间是相互独立的。除朴素贝叶斯外, 还有许多其他种类的分类方法, 如以最优超平面划分数据集的支持向量机(Support Vector Machines, SVM)算法; 或基于分层决策结构, 由决策节点和类标签构成的决策树(Decision Trees, DT)算法; 或基于多层卷积结构, 从训练集中自动学习分类特征的卷积神经网络(Convolutional Neural Networks, CNN)算法。朴素贝叶斯的优点在于理论简单且计算速度快, 因此适用于在线场景。最终的分类性能将通过Macro  $F_1$ 分数评估, 该分数是对分类精确率与召回率的综合考虑, 能够全面地评估整体的分类性能。

本文的研究目标是验证在编目中通过TFC模型来进行在线机动检测的可行性。文章结构如下: 第2节介绍估计算法与分类方法, 第3节介绍仿真结果, 最后一节为总结和展望。

## 2 方法

本节包含以下5个部分的内容: 第1部分介绍所用数据集的来源; 第2部分介绍对数据集中空间事件进行类别标记的方法; 第3部分简要介绍无奇点推力傅立叶系数(Nonsingular Thrust-Fourier Coefficients, NSTFC)模型; 第4部分介绍朴素贝叶斯分类器; 最后一部分为可行性验证的思路与总体流程。

### 2.1 数据集来源

星链的精密星历源文件可以从space-track.org网站下载。该网站涵盖了星链所有在轨卫星。对于每颗卫星, 网站每8 h更新一次星历文件。每一文件中包含了该卫星未来3 d的预测位置和速度。历元步长为1 min。截止2024年5月, 星链已完成约170次发射。本文所用数据集包含每一发射批次中的5到6颗卫星。总目标数量为1005颗。时间跨度从2024年4月30日到2024年5月14日。

Liu等<sup>[4]</sup>揭示, 星链的精密星历实际使用了混合引力场模型。每一文件中, 前两天轨道预报所用的引力模型阶数高达20阶, 最后一天则仅考虑了

地球扁率摄动( $J_2$ )。为保证模型的一致性, 同时考虑到星历每8 h更新一次, 本文所用数据集将只截取每一文件前9.5 h的数据。

### 2.2 数据集标记

下载完成后, 本文将首先标记数据集中每一空间事件的类别。由于任何空间事件, 例如机动或大气异常都会直接反映在轨道变化上, 因此类别标记的第1步就是将精密星历转换为轨道变化的时间序列。作为低轨卫星, 星链通常会执行两种机动<sup>[2]</sup>。第1种是面内机动, 表现为半长轴 $a$ 的变化; 第2种是面外机动, 表现为倾角 $i$ 的变化。因此, 本文将以半长轴与倾角从历元 $t_{k-1}$ 到 $t_k$ 的预报误差 $\Delta\sigma_k = [\Delta a_k, \Delta i_k]^T$ 作为类别标记的特征, 该特征计算过程如下:

1. 从星历中提取 $t_{k-1}$ 历元的卫星状态  $\mathbf{X}_{k-1} = [\mathbf{r}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}]^T$ , 其中  $\mathbf{r}_{k-1}$  为位置矢量,  $\mathbf{v}_{k-1}$  为速度矢量。
2. 利用动力学模型, 将  $\mathbf{X}_{k-1}$  从  $t_{k-1}$  历元预报至下一历元  $t_k$ , 获得预报状态  $\mathbf{X}'_k$ 。历元时间跨度为1 min。模型参数如表1所示, 其中JGM3为地球引力场模型, COESA76为大气模型, 具体细节请参考文献[16–17]。
3. 将预报状态  $\mathbf{X}'_k$  与星历状态  $\mathbf{X}_k$  分别转换为对应的轨道根数  $\sigma'_k(\mathbf{X}'_k)$  与  $\sigma_k(\mathbf{X}_k)$ 。
4. 将  $\sigma'_k$  与  $\sigma_k$  相减, 获得两历元间的预报误差  $\Delta\sigma_k$ 。

表 1 轨道预报的动力学模型

Table 1 A dynamic model for orbit prediction

Parameter	Value
Gravity	JGM3 (20 × 20)
Atmospheric	COESA76

预报误差  $\Delta\sigma_k$  可以被视为历元  $t_{k-1}$  到  $t_k$  之间由机动引起的实际轨道变化。原因在于, 预报误差是由轨道预报的动力学模型与星链卫星实际动力学模型之间的差异造成的。而造成这种差异的可能因素有许多, 第1个原因是模型1中并未包含太阳辐射压与月球引力。然而, 考虑到星链卫星是低

轨卫星, 受这两种摄动的影响较小, 因此这种省略不会对预报误差产生显著影响。第2个原因是大气模型间的差异。但大气阻力对轨道的影响是缓慢的, 只有经过长时间累积后, 模型的差异才会体现, 而精密星历中前后时刻间的步长仅有1 min。大气模型的差异不会对短时间的预报误差产生显著影响。第3个原因是引力的差异, 其中又包括了引力场模型自身的差异以及受到诸如机动等因素影响, 卫星位置变化所导致的非球形引力位变化。Liu等<sup>[4]</sup>证实了 $20 \times 20$ 阶的引力场模型足以刻画星链卫星的精密轨道。而由于预报步长较短, 卫星的位置变化较小, 相应的非球形引力位变化也较小。因

此引力带来的影响也可忽略不计。最后的影响因素只剩下了机动。因此 $\Delta\sigma_k$ 可以被视为由机动引起的实际轨道变化。 $\Delta\sigma_k$ 时间序列中的异常值就代表了可能的机动事件。

$\Delta\sigma_k$ 中的异常值可以通过 $3\sigma$ 原则标记, 标记流程如图1所示。图中,  $\bar{\Delta}a$ 代表每一历元半长轴预报误差的平均值, Thres( $a$ )为其对应的3倍标准差。当 $\Delta a_k$ 超过图示阈值时, 标记流程判定该卫星在 $t_{k-1}$ 到 $t_k$ 之间执行了机动<sup>1</sup>。随后, 如果 $\Delta i_k$ 也超过了对应的 $3\sigma$ 阈值<sup>2</sup>, 流程将判定该卫星执行了面外机动, 否则为面内机动。根据 $\Delta a_k$ 的正负, 面内机动将进一步被划分为面内升轨与面内降轨。

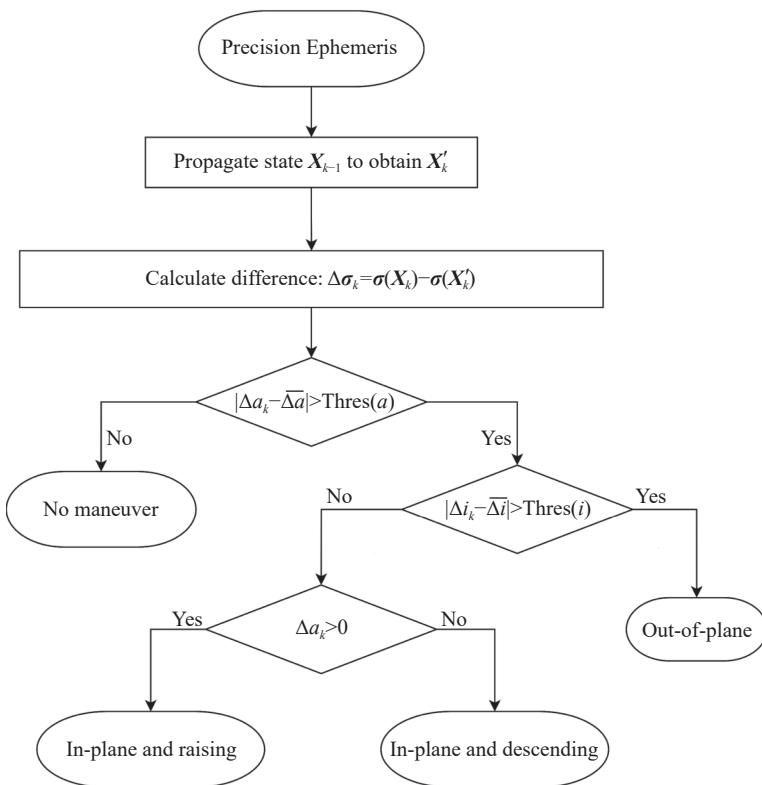


图 1 星链卫星精密星历中机动事件的类别标记流程

Fig. 1 The process for class labeling of maneuver events in Starlink's precise ephemeris

根据以上流程, 本文在数据集中标记了如下4个类别的空间事件:

1. 无机动(no maneuver)
2. 面内升轨(in-plane raising)

<sup>1</sup>本文所关注的所有机动事件的样本都伴随着明显的半长轴变化。但对于其他类别的卫星而言, 面外机动并不一定伴随着半长轴变化。

<sup>2</sup> $\bar{\Delta}a$ 和Thres( $a$ )是对所有样本进行统计后得到的分布量, 而 $\bar{\Delta}i$ 和Thres( $i$ )是对所有被标记为机动的样本进行统计后得到的分布量。

### 3. 面内降轨(in-plane descending)

### 4. 面外机动(out-of-plane)

图2显示了数据集中每一空间事件类别所占时长. 更详细的标记结果将在第3节中展示. 根据精密星历标记的类别将作为监督学习的标签来训练朴素贝叶斯分类器.

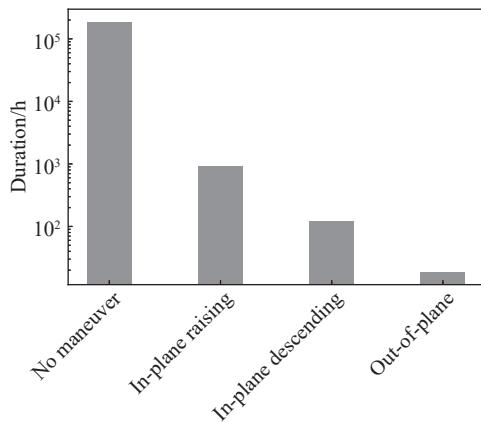


图 2 数据集中每一类别空间事件所占时长

Fig. 2 The duration occupied by each class of space events in the dataset

### 2.3 稀疏观测下轨道变化的后验估计

为模拟编目流程中的输入, 精密星历中某些时刻的位置和速度将通过仿真模型转换为目标状态与观测资料. 在实际编目工作中, 由于目标数量太大, 且观测资源有限, 针对每个目标的观测数据往往较为稀疏, 状态所在时刻 $t_0$  (通常是上一次观测所在时刻)与观测所在时刻 $t_f$ 相隔较远. 由于本文将估计轨道变化作为机动检测的度量, 因此需要在给定的稀疏观测条件下, 在获得初始时刻 $t_0$ 的目标状态 $\tilde{\mathbf{X}}_0$ 与观测时刻 $t_f$ 的测量 $\tilde{\mathbf{Y}}_f$ 后, 计算 $t_0$ 到 $t_f$ 间因机动引起的轨道变化. 我们将以基于NSTFC模型的滤波方法来完成这部分研究内容. 该方法的具体推导过程已在文献[15]中详细阐述, 本文出于完整性考虑, 将主要内容简要表述如下.

针对巨型星座轨道偏心率 $e$ 较小的特点, 本文以去 $e=0$ 奇点的NSTFC模型作为滤波算法中的推力加速度模型. 设推力加速度为 $\mathbf{U}$ , 其自变量为时间 $t$ .  $\mathbf{U}$ 可以在空间极坐标系中分解为<sup>[18]</sup>

$$\mathbf{U}(t) = U_s(t)\hat{\mathbf{r}} + U_t(t)\hat{\boldsymbol{\theta}} + U_w(t)\hat{\boldsymbol{\omega}}, \quad (1)$$

其中 $U_s$ 、 $U_t$ 和 $U_w$ 分别是 $\mathbf{U}$ 在径向 $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$ 、法向 $\hat{\boldsymbol{\omega}} = (\mathbf{r} \times \mathbf{v})/|\mathbf{r} \times \mathbf{v}|$ 和沿迹方向 $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\omega}} \times \hat{\mathbf{r}}$ 上的分量. 假定三分量均为分段光滑函数, 则根据傅立叶理论<sup>[19]</sup>,  $U_s$ 、 $U_t$ 和 $U_w$ 均可以展开为无穷级数

$$\begin{aligned} U_s(\tilde{u}) &= \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \alpha_k^s \cos\left(\frac{2k\tilde{u}}{m}\right) + \beta_k^s \sin\left(\frac{2k\tilde{u}}{m}\right) \right], \\ U_t(\tilde{u}) &= \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \alpha_k^t \cos\left(\frac{2k\tilde{u}}{m}\right) + \beta_k^t \sin\left(\frac{2k\tilde{u}}{m}\right) \right], \\ U_w(\tilde{u}) &= \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \alpha_k^w \cos\left(\frac{2k\tilde{u}}{m}\right) + \beta_k^w \sin\left(\frac{2k\tilde{u}}{m}\right) \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

上式中,  $\alpha_k^s$ 、 $\alpha_k^t$ 和 $\alpha_k^w$ 分别代表推力加速度 $\mathbf{U}$ 在径向、沿迹方向和法方向上的 $k$ 阶傅立叶系数 ( $\beta_k^s$ 、 $\beta_k^t$ 和 $\beta_k^w$ 同理). 为了方便模型简化, 上式中时间变量 $t$ 被替换为了角变量 $\tilde{u}$ , 而

$$\tilde{u} = E + \omega. \quad (3)$$

其中,  $E$ 为偏近点角,  $\omega$ 为升交点经度.  $m/2$ 代表傅立叶级数周期(初始状态时刻与观测时刻间隔)相比于二体轨道周期(初始状态时刻与观测时刻间隔)的倍数. 方程(2)显然不能直接用于滤波, 因为它包含了无穷多个待估参数(即傅立叶系数). 因此, 接下来我们将通过NSTFC模型来化简系数的个数.

根据平均根数法<sup>[20]</sup>, 当卫星所受摄动(本文中即推力加速度)的量级远小于二体运动加速度的量级时, 其轨道变化可以分解为3种不同性质的项, 分别是线性累积的长期项、与轨道面进动相关的长周期项以及与平运动相关的短周期项. NSTFC模型的基本思路是只保留傅立叶展开中那些与长期项相关的系数. 以保留系数计算等效机动 $\tilde{\mathbf{U}}$ , 再以该等效机动作用于卫星, 将使卫星产生与受到实际机动 $\mathbf{U}$ 时相同的长期轨道行为. 对运行于近圆轨道上的卫星, 通过对拉格朗日运动方程进行积分平均, 可以发现仅有8个傅立叶系数与长期特征相关. 它们分别是

$$\mathbf{C} = \left[ \alpha_0^s, \alpha_{\frac{m}{2}}^s, \beta_{\frac{m}{2}}^s, \alpha_0^t, \alpha_{\frac{m}{2}}^t, \beta_{\frac{m}{2}}^t, \alpha_{\frac{m}{2}}^w, \beta_{\frac{m}{2}}^w \right]^T. \quad (4)$$

以这些系数计算的等效推力加速度为

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{U}} = & (\alpha_0^S + \alpha_{\frac{m}{2}}^S \cos \tilde{u} + \beta_{\frac{m}{2}}^S \sin \tilde{u}) \hat{\mathbf{r}} + \\ & (\alpha_0^T + \alpha_{\frac{m}{2}}^T \cos \tilde{u} + \beta_{\frac{m}{2}}^T \sin \tilde{u}) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \\ & (\alpha_{\frac{m}{2}}^W \cos \tilde{u} + \beta_{\frac{m}{2}}^W \sin \tilde{u}) \hat{\boldsymbol{\omega}}.\end{aligned}\quad (5)$$

公式(5)即为本文所用的推力加速度模型, 式中机动参数 $\mathbf{C}$ 的后验估计 $\hat{\mathbf{C}}$ 将通过文献[15]中介绍的滤波方法求解, 而由该等效机动引起的长期轨道变化则可通过 $\hat{\mathbf{C}}$ 计算, 其值为

$$\begin{cases} \Delta\hat{a} = \frac{2}{n} \hat{\alpha}_0^T (t_f - t_0) \\ \Delta\hat{i} = \frac{1}{2na} \hat{\alpha}_{\frac{m}{2}}^W (t_f - t_0) \end{cases}.\quad (6)$$

上式中,  $a$ 为半长轴,  $n$ 为平运动速度.  $\hat{\alpha}_0^T$ 和 $\hat{\alpha}_{\frac{m}{2}}^W$ 为机动参数的后验估计值.  $\Delta\hat{a}$ 和 $\Delta\hat{i}$ 分别为机动引起的半长轴变化与倾角变化中长期项的估计值, 该估计轨道变化 $\Delta\hat{\sigma} = [\Delta\hat{a}, \Delta\hat{i}]$ 即本文所用的机动检测度量. 需要注意的是, 在物理含义上,  $\Delta\hat{\sigma}$ 与机动实际引起的轨道变化 $\Delta\sigma$ 并不完全一致<sup>3</sup>, 后者还包含了长周期与短周期项, 二者间的差异随着推力加速度的增加而增加. 然而, 由于卫星进行机动的目的大多是使轨道产生长期累积变化, 且巨型星座多为小推力机动卫星, 因此 $\Delta\hat{\sigma}$ 仍是机动检测中有意义的度量. 本文的主要研究目标就是通过仿真, 评估 $\Delta\hat{\sigma}$ 是否能够反映实际机动的类别特征.

## 2.4 朴素贝叶斯分类器

假定编目的输入为 $(\tilde{\mathbf{X}}_0, \tilde{\mathbf{Y}}_f, \tilde{\mathbf{P}}_x, \tilde{\mathbf{P}}_y)$ , 其中 $\tilde{\mathbf{P}}_x$ ,  $\tilde{\mathbf{P}}_y$ 分别为初始状态矢量 $\tilde{\mathbf{X}}_0$ 与观测矢量 $\tilde{\mathbf{Y}}_f$ 的协方差矩阵. 将该输入视为一空间事件样本, 通过上述基于NSTFC模型的滤波方法, 可获得 $t_0$ 到 $t_f$ 间的估计轨道变化 $\Delta\hat{\sigma}$ . 这一轨道变化将作为分类特征来训练一个朴素贝叶斯分类器, 以识别该样本所属事件类别. 分类器的结构如图3所示, 其中 $P(C=k)$ 为类别 $k$ 的先验概率,  $P(\Delta\hat{a}|C=k)$ 和 $P(\Delta\hat{i}|C=k)$ 为似然函数(给定类别 $k$ 下, 特征

$\Delta\hat{a}$ 和 $\Delta\hat{i}$ 的条件概率). 符号“...”代表除 $\Delta\hat{a}$ 和 $\Delta\hat{i}$ 以外的其他分类特征. 分类器将首先从训练集中学习先验概率及似然函数, 随后, 对测试集中每个样本, 分类器将计算该样本在特征 $A = [\Delta\hat{a}, \Delta\hat{i}, \dots]$ 被观测到时属于类别 $C$ 的后验概率 $P(C|A)$ :

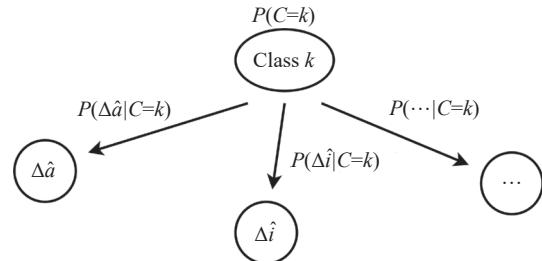


图3 朴素贝叶斯的结构

Fig. 3 The structure of naive Bayes

$$\begin{aligned}P(C|A) &= \frac{P(C)P(\Delta\hat{a}|C)P(\Delta\hat{i}|C)P(\dots|C)}{P(A)} \\ &\propto P(C)P(\Delta\hat{a}|C)P(\Delta\hat{i}|C)P(\dots|C).\end{aligned}\quad (7)$$

其中 $P(A)$ 为特征 $A$ 被观测到的概率, 其值不依赖于事件类别 $C$ , 因此通常被视为常数. 分类器将以后验概率最高的类别作为样本的预测类别.

### 2.4.1 类别朴素贝叶斯分类器

根据似然函数所依据分布不同, 朴素贝叶斯可分为不同类型. 本文以离散分布中的类别分布作为似然函数的分布, 其样本空间包含 $J$ 个类别. 其分布列为

$$\begin{aligned}P(A_i = j) &= \theta_j, \\ j &= 1, 2, \dots, J, \quad \sum_{j=1}^J \theta_j = 1.\end{aligned}\quad (8)$$

其中 $\theta_j$ 为特征 $A_i$ 属于某一类别 $j$ 的概率. 本文所用分类特征 $A_i$  (即 $\Delta\hat{a}$ 和 $\Delta\hat{i}$ )均为连续变量, 为了将其离散化为类别分布,  $A_i$ 的取值范围将被划分为 $J$ 个等间隔区间, 每一区间对应一个类别(并非空间事件的类别). 之所以要进行离散化, 是因为这些特征的分布不能以常见的连续分布来描述, 这

<sup>3</sup>在数据集标记一节中, 我们已经获得了机动引起的每分钟轨道变化 $\Delta\sigma_k$ ,  $\Delta\sigma$ 可以通过对 $\Delta\sigma_k$ 从 $t_0$ 到 $t_f$ 进行求和获得.

一点将在第3.3节中详细讨论.

#### 2.4.2 分类评估指标

本文以 $F_1$ 分数作为分类评估指标, 它由精确率Precision和召回率Recall共同计算. Precision代表预测为正的样本中, 实际为正的样本所占比例, 而Recall则代表实际为正的样本被预测为正的比例:

$$\begin{aligned} (\text{Precision})_k &= \frac{(\text{TP})_k}{(\text{TP})_k + (\text{FP})_k}, \\ (\text{Recall})_k &= \frac{(\text{TP})_k}{(\text{TP})_k + (\text{FN})_k}. \end{aligned} \quad (9)$$

对于某一事件类别 $k$ , 上式中 $(\text{TP})_k$ 代表真阳性(实际类别 $k$ , 预测类别 $k$ )的样本数, 而 $(\text{FP})_k$ 代表假阳性(实际类别非 $k$ , 预测类别 $k$ )的样本数,  $(\text{FN})_k$ 代表假阴性(实际类别 $k$ , 预测类别非 $k$ )的样本数.  $F_1$ 分数为Precision和Recall的调和平均值:

$$(F_1)_k = \frac{2 \times (\text{Precision})_k \times (\text{Recall})_k}{(\text{Precision})_k + (\text{Recall})_k}. \quad (10)$$

在多类别分类问题中, 如果不同类别间样本数差距较大, 则通常使用Macro  $F_1$ 分数来评估整体的分类性能. Macro  $F_1$ 将每一类别的权重视为相同, 先计算不同类别各自的 $(F_1)_k$ , 再求其算术平均:

$$\text{Macro } F_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (F_1)_k. \quad (11)$$

其中 $K$ 为空间事件的类别数. Macro Precision与Recall的计算方式与之相同:

$$\begin{aligned} \text{Macro Precision} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\text{Precision})_k, \\ \text{Macro Recall} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\text{Recall})_k. \end{aligned} \quad (12)$$

#### 2.5 可行性验证思路

本文的研究目标是验证基于NSTFC模型的在线机动检测方法的可行性. 诚然, 从理论上讲, 机动实际引起的轨道变化 $\Delta\sigma$ 完全可以反映机动事件的类别特征. 然而, 在实际编目流程中,  $\Delta\sigma$ 是未知的, 因此本文只能以滤波估计的轨道变化 $\hat{\Delta}\sigma$ 代替 $\Delta\sigma$ 来进行机动检测. 由于无论从滤波方法的误差还是从符号本身的物理含义考虑,  $\hat{\Delta}\sigma$ 与 $\Delta\sigma$ 都并不完全一致, 因此本文的首要目标就是判断 $\hat{\Delta}\sigma$ 是否能够反映实际机动的类别特征. 评估的指标为分类的Macro  $F_1$ 分数. 若仿真结果显示Macro  $F_1$ 较高, 则说明 $\hat{\Delta}\sigma$ 足以区分不同类别的机动事件, 方法即为可行; 反之则不可行. 据此, 验证的基本流程设计如下:

1. 下载星链精密星历, 从星历计算机动实际引起的每分钟轨道变化 $\Delta\sigma_k$ .
2. 根据 $\Delta\sigma_k$ , 标记星历每一历元所属空间事件类别.
3. 将星历中某些历元数据转换为编目的输入状态与观测 $(\tilde{\mathbf{X}}_0, \tilde{\mathbf{Y}}_f, \tilde{\mathbf{P}}_x, \tilde{\mathbf{P}}_y)$ .
4. 将样本 $(\tilde{\mathbf{X}}_0, \tilde{\mathbf{Y}}_f, \tilde{\mathbf{P}}_x, \tilde{\mathbf{P}}_y)$ 输入滤波, 计算其估计轨道变化 $\hat{\Delta}\sigma$ . 同时对 $t_0$ 到 $t_f$ 间该样本的 $\Delta\sigma_k$ 求和, 计算其实际轨道变化 $\Delta\sigma$ .
5. 对比全部样本的 $\hat{\Delta}\sigma$ 和 $\Delta\sigma$ 的分布. 评估 $\hat{\Delta}\sigma$ 在不同事件类别间的分布是否具有显著差异.
6. 将数据集划分为训练集和测试集, 以 $\hat{\Delta}\sigma$ 为特征训练朴素贝叶斯分类器.
7. 计算不同噪声环境下分类器在测试集上的Macro  $F_1$ 分数, 以此评估该在线检测方法在不同编目精度和观测精度下的可行性.

### 3 仿真

#### 3.1 空间事件类别标记

本节以两颗星链卫星的机动事件作为案例, 验证第2.2节中介绍的类别标记方法的可行性.

第1颗卫星的北美防空司令部(North American Aerospace Defense Command, NORAD)编号为52092 (STARLINK-3716), 星历文件创建于2024-05-12UTC03:57:23. 图4 (a)展示了从该卫星星历转换而来的单位时间轨道变化的时间序列. 图中纵轴代表机动引起的半长轴与倾角变化. 黑色虚线为对应的 $3\sigma$ 阈值.  $\Delta a_k$ 的变化趋势显示出两次明显的机动事件: 一次是发生在5点左右的升轨, 另一次是12点左右的降轨. 而从 $\Delta i_k$ 的情况看, 这两次事件均属于面内机动.

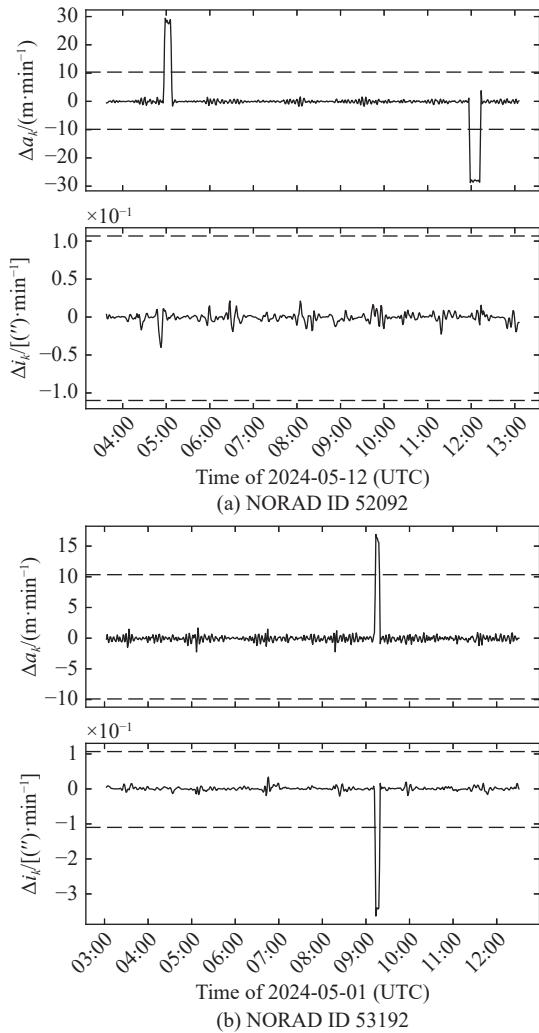


图 4 类别标记的两个案例. 横轴代表日期, 纵轴代表每分钟轨道变化. 黑色虚线代表阈值.

Fig. 4 Two examples of classes labeling. The horizontal axis represents the date, and the vertical axis represents the orbital variations per minute. The black dashed lines represent the thresholds.

第2颗卫星的NORAD编号为53192(STARLINK-4375), 星历文件创建于2024-05-01UTC03:20:44. 图4 (b)中,  $\Delta a_k$ 与 $\Delta i_k$ 的变化趋势显示, 该卫星在9点左右发生了一次机动. 由于 $\Delta a_k$ 与 $\Delta i_k$ 均超过了对应阈值, 根据类别标记流程, 这次事件将被标记为面外机动.

以上3次机动事件的具体信息见表2. 表中,  $\Delta a$ 和 $\Delta i$ 分别代表机动发生时间内, 半长轴与倾角的总变化. 从表中可以看出, 星链在3次机动事件

中的轨道变化都较小, 特别是在执行面外机动时, 倾角总变化只有约 $2''$ . 接下来的统计结果将显示, 星链通常执行的基本都是这种小推力机动.

### 3.2 对单次机动事件轨道变化的后验估计

本节评估基于NSTFC模型的滤波方法对机动事件中的轨道变化的估计效果. 相关算法请见第2.3节.

#### 3.2.1 算法的输入

输入数据中, 先验状态 $\tilde{\mathbf{X}}_0$ 从星历文件中直接提取, 并添加了高斯白噪声 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_x$ ,  $\tilde{\mathbf{P}}_x$ 为状态噪声的协方差矩阵. 观测 $\tilde{\mathbf{Y}}_f$ 来自于太阳同步轨道上的3个仿真天基光学望远镜. 一旦星历中的目标轨道被太阳照射并在几何上可见, 其位置矢量就将被转换为相应的光学观测数据(赤经 $\alpha$ 和赤纬 $\delta$ ), 并添加高斯白噪声 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_y$ ,  $\tilde{\mathbf{P}}_y$ 为测量噪声的协方差矩阵. 本文中, 所有样本的 $\tilde{\mathbf{X}}_0$ 与 $\tilde{\mathbf{Y}}_f$ 的间隔均为2 h. 此外, 由于本节的目标是评估算法在无噪声条件下的估计效果,  $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_x$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_y$ 均设为0. 详细的算法参数如表3所示, 其中 $\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_c$ 为实际机动的模型参数 $\mathbf{C}$ 与先验机动的模型参数 $\bar{\mathbf{C}}$ 之差. 尽管对于巨型星座而言, 机动发生非常频繁, 但相对于无机动, 机动事件的时间比例仍然极小, 如图2所示. 因此在没有其他先验信息的情况下, 假设目标没有发生机动是合理的. 故本文假定所有样本的先验机动参数 $\bar{\mathbf{C}}$ 均为0. 又因本文的主要研究对象是小推力机动卫星, 故而 $\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_c$ 的量级被假定为与二阶地球扁率摄动 $J_2^2$ 的量级相当. 过程噪声 $q$ 的值根据文献[15]中的分析确定, 其具体过程不再重复.

#### 3.2.2 加入后验机动的轨道预报误差

为证明估计的等效机动与实际机动对卫星的长期轨道变化具有相同影响, 我们首先对NORAD编号为53047的星链卫星的推力加速度进行估计, 再以加入了估计机动 $\tilde{\mathbf{U}}$ 的动力学模型对目标轨道进行预报. 图5展示了预报轨道与实际轨道间的误差, 后者直接从星历文件中提取. 图中黑色星号代表仅考虑了地球引力和大气阻力的动力学模型的预报误差; 而红色加号则代表同时还加入了后验机动的动力学模型的预报误差; 橙色竖线为先验状态时刻, 粉色矩形为观测时刻, 蓝色矩形则为机动发生时刻. 从图5可以看出, 在机动发生后, 未加入

后验机动的模型(黑色星号)预报误差会随时间累积, 尤其是在径向和沿迹方向(S和T). 而在加入后验机动后, 模型的预报误差在机动发生前后达到峰值, 之后逐渐减小, 直至观测时刻降为零. 图6则展示了预报轨道与实际轨道间的半长轴与倾角误

差. 由该图可知, 假如模型中无后验机动, 半长轴误差最大将接近150 m. 反之, 考虑了后验机动的外推轨道尽管与实际轨道的短周期行为不同, 但二者的长期变化基本一致, 这证明了滤波方法的有效性.

表 2 3次机动事件的实际轨道变化

Table 2 The actual orbital variations of three maneuver events

ID	Class	Date	Start	End	$\Delta a/m$	$\Delta i/''$
52092	in-plane raising	2024-05-12	04:57:42	05:06:42	269.31	0.01
52092	in-plane descending	2024-05-12	11:57:42	12:12:42	-418.16	0.01
53192	out-of-plane	2024-05-01	09:13:42	09:17:42	80.96	-1.73

表 3 滤波使用的模型与噪声参数

Table 3 Model and noise parameters used in filtering

Parameter	Value
Gravity	JGM3 ( $20 \times 20$ )
Atmospheric	COESA76
Prior state noise	0
Measurement noise	0
Prior maneuver error <sup>1</sup> /( $m \cdot s^{-2}$ )	radial ( $10^{-4}$ ), along-track ( $10^{-3}$ ), normal ( $10^{-3}$ )
Process noise	$5 \times 10^{-6}$

<sup>1</sup> The magnitudes of maneuver error in the along-track and normal directions are greater than that in the radial direction because the satellite is more likely to maneuver along the first two directions.

### 3.2.3 机动-观测间隔对估计精度的影响

表4展示了同一机动事件在不同机动-观测间隔下的估计精度. 表中两个样本的差异在于机动-观测间隔不同. 第1个样本即图6所示样本. 而相比样本一, 样本二中观测与机动相隔较近, 由此带来了显著的估计误差. 这一问题常见于卫星机动检测中<sup>[8]</sup>. 其原因在于, 机动引起的半长轴变化对近点角的影响存在累积效应. 这意味着假如观测在机动后不久发生, 则近点角的累积变化不明显, 机动难以被检测. 但当下次观测发生时, 轨道变化

已累积到一定程度, 则该机动事件可以被检测到. 因此编目系统只需根据对机动响应的时效性要求, 进行合适的观测组网设计与观测优化调度即可. 为避免这一现象对机动检测方法可行性分析的影响, 在本文之后的统计中, 凡机动-观测间隔小于24 min的样本均被去除.

## 3.3 在线检测的统计与分类结果

本节给出以基于NSTFC模型的滤波方法估计的轨道变化 $\Delta\hat{\sigma}$ 与实际轨道变化 $\Delta\sigma$ 的分布对比, 同时给出以 $\Delta\hat{\sigma}$ 为分类特征, 在不同噪声背景下朴素贝叶斯分类的Macro  $F_1$ 分数. 考虑到低层大气的复杂性, 本节仅关注高度在500 km以上的星链卫星. 本节将回答以下两个问题:

- (1) 估计轨道变化 $\Delta\hat{\sigma}$ 的分布在不同事件类别间是否具有显著差异?
- (2) 不同噪声背景下, 利用 $\Delta\hat{\sigma}$ 来进行机动检测的可行性如何?

### 3.3.1 轨道变化的分布对比

本节对比实际轨道变化与估计轨道变化的分布, 并评估 $\Delta\hat{\sigma}$ 的分布在不同事件类别间是否具有显著差异. 为弄清楚除噪声外, 估计分布还受到哪些因素影响, 此处状态和观测噪声均设为0. 图7显示了半长轴变化的分布对比, 图中红色矩形代表了实际分布, 而蓝色矩形代表了估计分布. 从这张图可以看出, 估计与实际的半长轴变化分布基本一致. 但有一些差别和异常之处需要进一步分析.

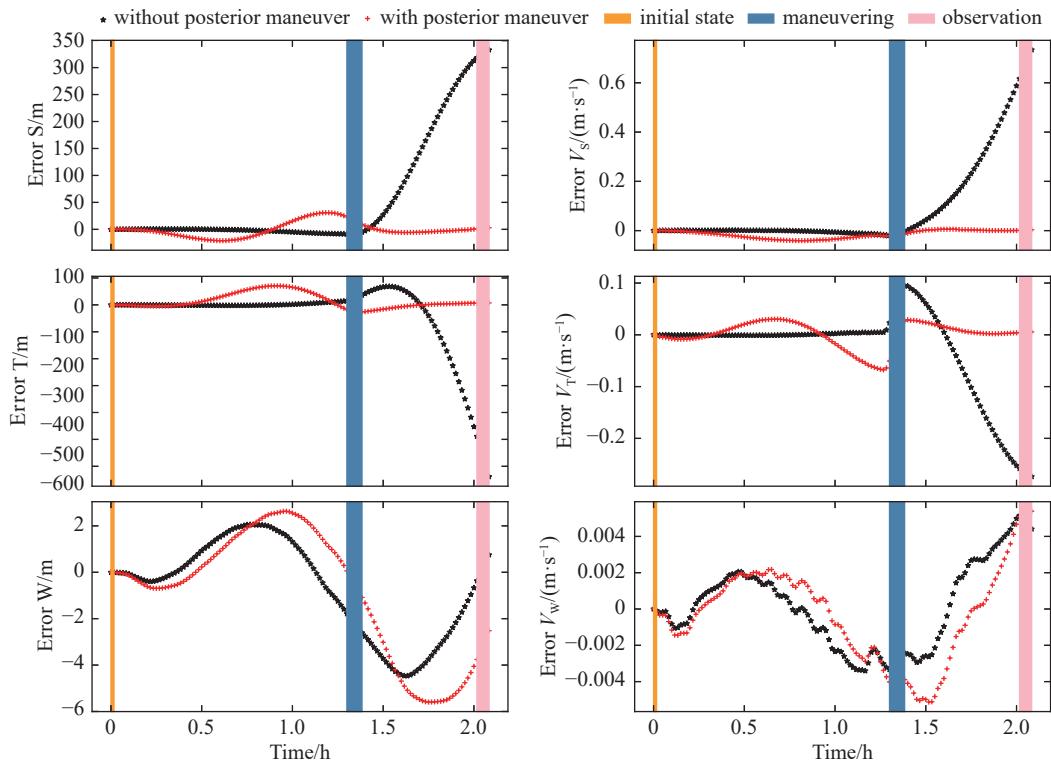


图 5 预报轨道与实际轨道间的位置和速度误差

Fig. 5 The errors in position and velocity between the predicted orbits and the actual orbit

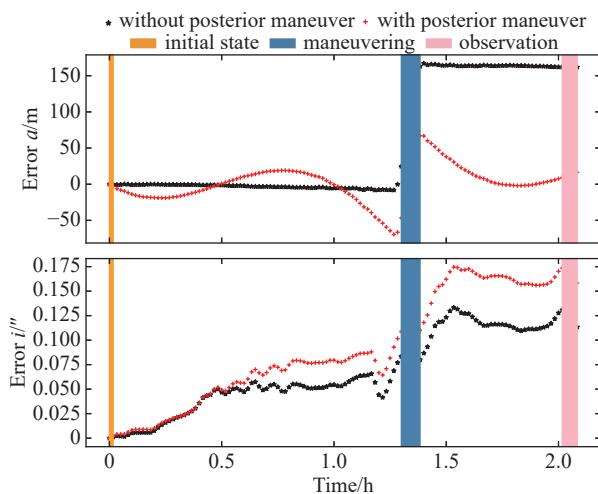


图 6 预报轨道与实际轨道间的半长轴与倾角误差

Fig. 6 The errors in semi-major axis and inclination between the predicted orbits and the actual orbit

<sup>4</sup>ap指数可以从omniweb下载

第1个异常之处在于，无机动类别下的半长轴变化在 $-80\text{ m}$ 到 $-40\text{ m}$ 之间存在一个次峰。我们推测，这一区间内样本的半长轴异常衰减是由地磁暴引起的。地磁暴会引发高层大气密度增加，致使低轨卫星所受大气阻力增加<sup>[3]</sup>。图8显示了2024年4月30日至2024年5月15日间地磁活动与半长轴衰减量的关系。图中红色圆点为ap指数(地磁活动指数，每3 h更新一次<sup>4</sup>)。蓝色叉号则代表同一时间段内无机动类别下所有样本半长轴变化的平均值。从这张图可以看出，2024年5月11日前后发生了一次大地磁暴，而在同一时期，星链的半长轴出现了异常衰减。通过k-means聚类，这些异常样本从一般无机动类别中被提取出来，并重新标记为“大气异常”类别。二次分类后，一般无机动与大气异常的分布如图9 (a)所示。从图中可以看出，一般无机动类别下，半长轴变化的实际分布与估计分布几

乎完全一致, 且均近似为高斯分布。由于除推力加速度模型外, 本文所用动力学模型与星链实际模型亦略有不同, 因此该分布的均值不为 0。图 9(b)则显示了大气异常类别中样本数量随时间的分

布情况, 从图中可以看出, 该类别事件集中出现在 5月 11 日前后, 与地磁暴发生时间强相关, 这进一步证明了二者之间的关联。据此, ap 指数将作为新特征加入朴素贝叶斯分类器。

表 4 不同机动-观测间隔下的估计精度

Table 4 Estimation accuracy under different maneuver-observation intervals

Sample <sup>1</sup>	State Time	Man End	Obs Start	$\Delta a^2/m$	$\Delta \hat{a}^3/m$	$\Delta i/''$	$\Delta \hat{i}/''$
1	14:38:42	16:01:42	16:39:42	163.48	191.24	0.11	-0.06
2	14:05:42	16:01:42	16:06:42	157.21	-4.00	0.01	0.32

<sup>1</sup> These two samples represent the same maneuver event that occurred from 2024-05-11T15:56:42 to 2024-05-11T16:01:42 for satellite 53047.

<sup>2</sup>  $\Delta a$  and  $\Delta i$  represent the cumulative actual orbital variations caused by the maneuvers from the state time to the observation time. Due to the different time intervals, the values in the two samples are slightly different.

<sup>3</sup>  $\Delta \hat{a}$  and  $\Delta \hat{i}$  represent the orbital variations estimated by NSTFC.

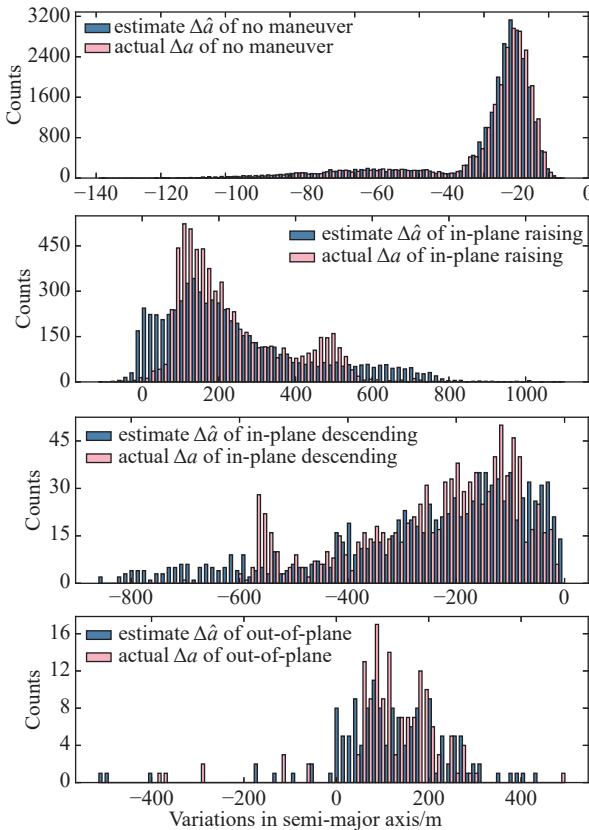


图 7 实际半长轴变化和估计半长轴变化的直方图

Fig. 7 Histogram of the actual semi-major axis variations and the estimated semi-major axis variations

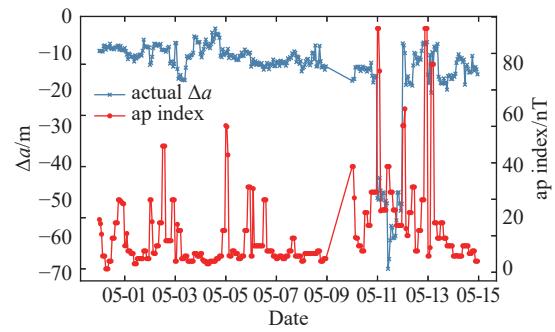


图 8 每3 h 的平均半长轴变化(左, 蓝色叉号)与地磁活动指数(右, 红色圆点)

Fig. 8 The average semi-major axis variations (left, blue cross) and the ap index (right, red dot) per three hours

而在机动类别下, 估计分布相较于实际分布的离散程度更高。造成这一现象的原因有很多, 其中之一已在第3.2节中说明, 是因为部分样本的机动-观测间隔太小, 致使轨道变化难以检测所致。图10展示了面内升轨类别下, 机动-观测间隔与估计半长轴变化的关系。图中, 红色星号代表对应蓝色矩形内样本的机动-观测间隔的均值。显然, 间隔越小,  $\Delta \hat{a}$  偏离实际分布越远。因此, 之后本文将只对那些机动-观测间隔大于24 min的样本进行分类, 而其余样本则留待以后研究。此外, 估计 $\Delta \hat{a}$  大于600 m的样本数比实际 $\Delta a$  在这一区间内的样本

数高, 尤其是在面内升轨和面内降轨这两类机动事件中, 这可能是受短周期和长周期项的影响. 但由于这一现象并不导致类别间的分布重合, 因此  $\Delta\hat{a}$  仍能有效区分上述两类机动事件.

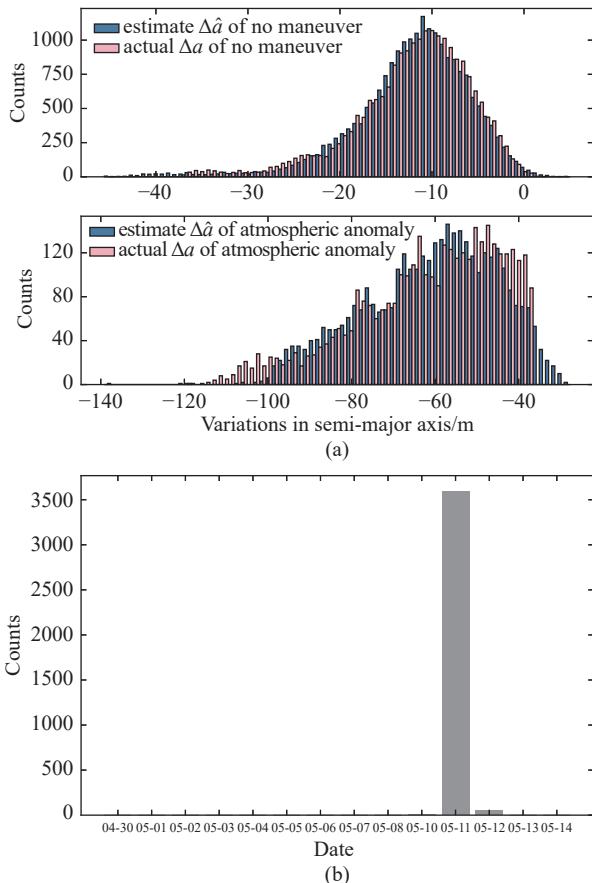


图 9 (a)重新标记后无机动与大气异常类别的直方图,  
(b)大气异常类别的日样本数.

Fig. 9 (a) The histogram of no maneuver and atmospheric anomaly after relabeling, (b) the daily number of samples in atmospheric anomaly.

相比于半长轴, NSTFC对倾角变化的估计精度相对较低. 图11显示了倾角变化的分布对比. 从这张图可以看出, 倾角变化的实际分布与估计分布的差别较大, 特别是对面外机动类别. 这一类别下, 实际倾角变化  $\Delta i$  呈现双峰分布, 两个峰值分别位于  $-2''$  和  $2''$  附近. 这种双峰分布是面外机动区别于面内机动的重要特征之一. 然而, 这一显著特征却在估计分布中消失了,  $\Delta\hat{i}$  变成了 0 附近的单峰分

布. 这使得面内与面外机动的分布差异消失, 将导致分类准确度下降. 我们推测这一现象可能是某些样本的观测弧段太短所致. 图12展示了面外机动类别下, 观测弧长与估计倾角变化的关系. 图中, 红色星号代表对应蓝色矩形内样本的弧长平均值(其中观测-机动间隔小于 24 min 的样本已被移除). 从这张图可以看出, 观测弧长越短,  $\Delta\hat{i}$  越接近 0. 表5展示了不同观测弧长下, 同一面外机动事件(NORAD 编号 53046, 机动时间 2024-05-08T16:25:42 至 16:33:42)的估计轨道变化与真实轨道变化的对比. 其结果显示, 当观测点只有 1 个时估计误差较大, 特别是对倾角变化的估计结果几乎完全不能反映出面外机动的特点. 而当观测点增加到 3 个、观测时长增加到 2 min 时, 估计误差将大幅降低.

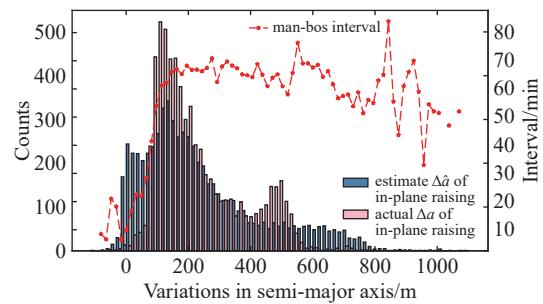


图 10 面内升轨下机动-观测间隔与估计半长轴变化的关系

Fig. 10 The relationship between maneuver-observation intervals and estimated semi-major axes variations of in-plane raising class

作为总结, 图13给出了最后的轨道变化分布. 图中, 空间事件类别共计 5 类(包含新增加的大气异常类). 每一直方图对应于该类别下该分类特征的似然(条件分布). 从这张图可以看出, 这些条件分布大多并不属于常见连续分布, 这也是在接下来的朴素贝叶斯分类中, 我们之所以将这些特征离散化为类别分布的原因. 此外, 半长轴变化估计  $\Delta\hat{a}$  的分布与实际分布基本一致, 其分布在机动与非机动事件间具有显著差异, 因此将  $\Delta\hat{a}$  作为机动事件的检测特征是可行的. 然而, 方法对倾角变化的估计精度较低,  $\Delta\hat{i}$  的分布在不同机动事件类别间并不具有显著差异, 这将影响方法对面外机动

事件的检测能力。不过,从图13(b)可以看出,  $\Delta\hat{i}$ 的分布在机动与无机动事件间还是具有一定差异,前者比后者的方差更大,因此 $\Delta\hat{i}$ 仍将作为分类特征保留。

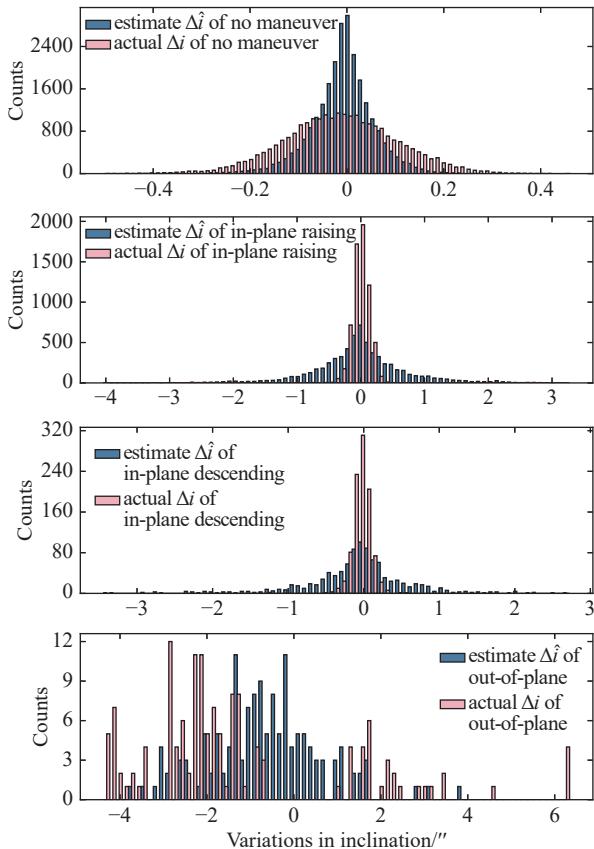


图 11 实际倾角变化和估计倾角变化的直方图

Fig. 11 Histogram of the actual inclination variations and the estimated inclination variations

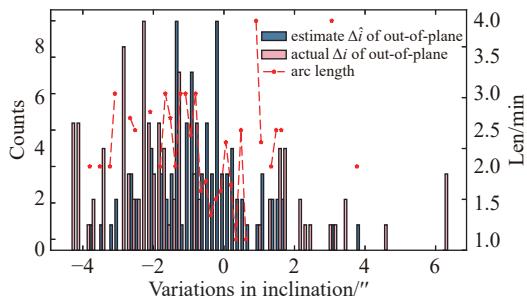


图 12 面外机动下观测弧长与估计倾角变化的关系

Fig. 12 The relationship between the observation arc length and the estimated inclination variations of out-of-plane class

表 5 估计精度与观测弧长

Table 5 Estimation accuracy and observation arc length

Case <sup>1</sup>	Obs Points	Arc/min	$\Delta a^2/m$	$\Delta \hat{a}^3/m$	$\Delta i/''$	$\Delta \hat{i}/''$
1	1	0	174.47	50.94	-2.27	0.44
2	2	1	173.76	158.88	-2.26	-1.95
3	3	2	173.80	185.12	-2.26	-2.36

<sup>1</sup> These three cases represent the same maneuver event that occurred from 2024-05-08T16:25:42 to 2024-05-08T16:33:42 for satellite 53046.

<sup>2</sup>  $\Delta a$  and  $\Delta i$  represent the cumulative actual orbital variations caused by the maneuvers from the state time to the observation time. Due to the different length of the observation time, the values in the three cases are slightly different.

<sup>3</sup>  $\Delta \hat{a}$  and  $\Delta \hat{i}$  represent the orbital variations estimated by TFC.

### 3.3.2 分类的混淆矩阵

本节给出无噪声条件下类别朴素贝叶斯的分类结果。数据集共包含3万多个样本,其中70%用于训练,另30%用于测试。分类特征为 $\Delta\hat{a}$ 、 $\Delta\hat{i}$ 及ap指数。训练前,这些特征的分布将被离散化为类别分布。其中, $\Delta\hat{a}$ 和 $\Delta\hat{i}$ 的离散间隔为 $5 \times 10^{-6}$ (归一化单位制下),而ap指数的离散间隔为1nT。分类完成后,分类器在测试集上的混淆矩阵如图14所示。

从图14可以看出,分类错误的第一种情形是将无机动判定为大气异常。经统计,这些错误样本的半长轴变化均值在-40m左右,正处于两个类别的重合部分,似然的重合是导致分类错误的主要原因。分类错误的第二种情形是将面外机动判定为面内升轨。其原因已在上一节中说明,是因倾角变化估计不准确,两个类别特征分布的差异不明显所致。从朴素贝叶斯公式的角度,此时两个类别的条件分布 $P(A|C)$ 几乎一致,先验概率 $P(C)$ 成了决定分类结果的最重要因素。而从时间占比上看,面内升轨的先验概率远大于面外机动。因此分类器最终将大部分面外机动事件误判为了面内升轨。

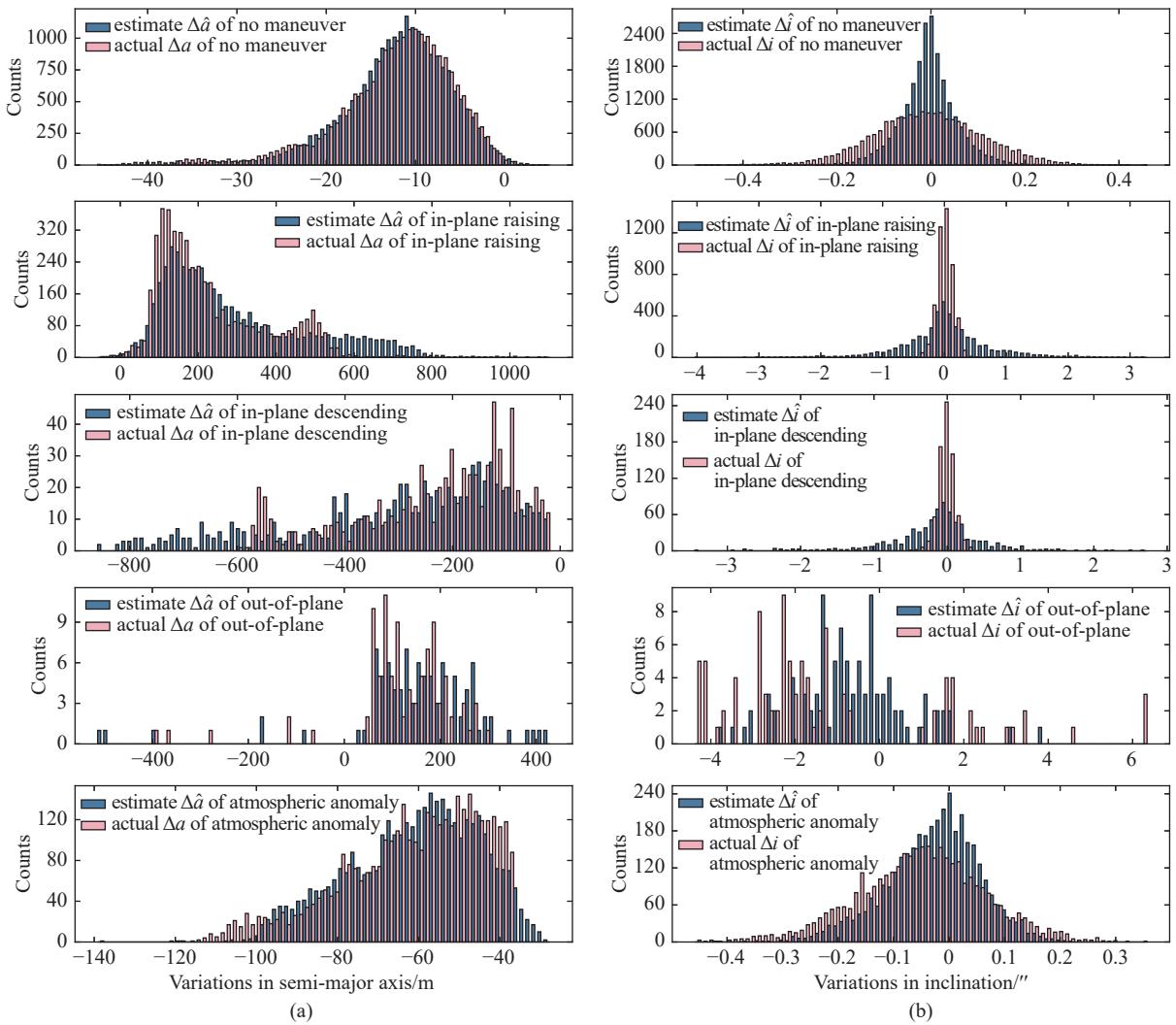


图 13 半长轴(a)和倾角(b)的实际变化和估计变化的直方图. 从上到下分别是: 无机动、面内升轨、面内降轨、面外机动和大气异常引起的降轨.

Fig. 13 Histogram of the actual orbital variations and the estimated variations in semi-major axis (a) and inclination (b). The classes from top to bottom are: no maneuver, in-plane raising, in-plane descending, out-of-plane, and descending caused by atmospheric anomaly.

### 3.3.3 噪声对分类效果的影响

本节给出不同噪声条件下朴素贝叶斯的分类结果. 由于面外机动事件的样本数太少, 且机动造成的倾角变化也较小, 本节中该类别的样本将依据半长轴变化被重新划分为升轨或降轨事件, 以消除偶然因素对分类评估指标对比的影响.

表6中, 列Pos代表先验状态的位置噪声分布的标准差, 而Vel代表速度噪声分布的标准差, Obs代表测量噪声. 分类评估指标(Macro Precision, Recall与 $F_1$ )的计算方法已在第2.4节中说明.

从这张表可以看出, 与测量噪声相比, 状态噪声对分类性能的影响更大. 当Pos从0 m增加到52 m时, Macro  $F_1$ 从0.971下降到了0.618. 其原因在于星链所受推力的量级较小, 每次机动中, 半长轴变化多在百米左右. 当初始状态的位置误差较大时, 分类器无法确定轨道变化是由机动引起的, 还是由状态误差引起的, 从而造成了分类准确度的下降.

表中所示的另一现象是分类的Recall普遍低于Precision, 特别是当状态噪声较大时. 图15展示了状态噪声标准差等于52 m, 而测量噪声等于

0.7"时的分类混淆矩阵。从图中可以看出,有超过一半的机动事件被错误地判定为了无机动,这将导致Recall的大幅降低。图16为同一噪声条件下,无机动、升轨和降轨3个类别的条件分布的核密度估计。从这张图可以看出,此时不同类别的特征分布的重叠较大,而重叠部分的分类结果将主要由先验概率决定。

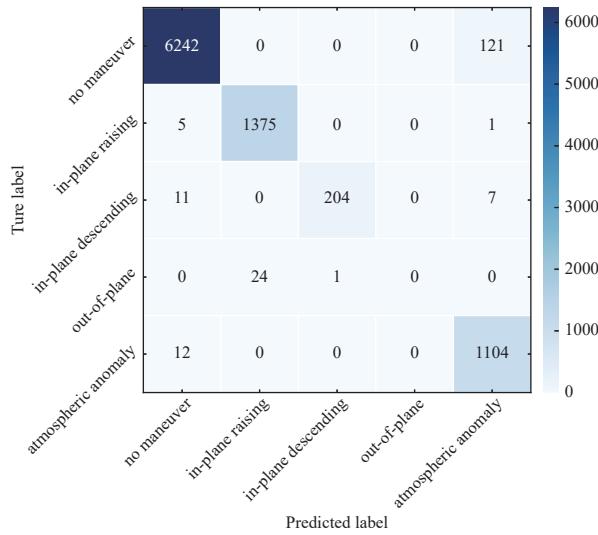


图 14 状态与测量噪声均为0时的分类混淆矩阵

Fig. 14 The confusion matrix for classification when both state and observation noises are zero

表 6 不同噪声下的分类精度

Table 6 The classification accuracy under different noises

Pos/m	Vel/(m·s <sup>-1</sup> )	Obs."/"	Precision	Recall	$F_1$
0	0	0	97.3%	97.1%	97.1%
9	0.01	0.7	92.8%	88.6%	90.5%
9	0.01	1.4	91.3%	87.6%	89.2%
17	0.02	0.7	90.1%	81.7%	84.7%
52	0.06	0.7	75.7%	59.5%	61.8%

### 3.4 可行性分析

基于以上试验结果,本文给出基于NSTFC模型的卫星在线机动检测方法的可行性分析如下。首先,该方法在检测无机动、升轨和降轨这3类空

间事件上的效果较好,Macro  $F_1$ 分数可达97.1%;且对于这3类空间事件,该方法的检测效果受测量精度的影响较小。当测量精度从0.7"下降到1.4"后,Macro  $F_1$ 仅下降了1.3%,检验结果差别并不明显。

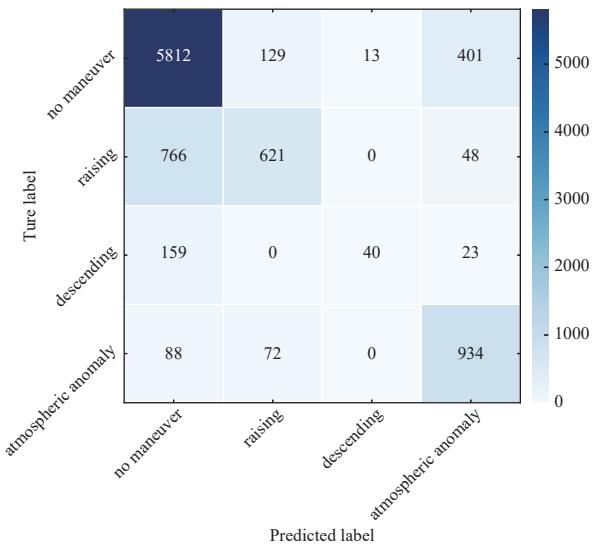


图 15 状态噪声标准差为52 m, 测量噪声为0.7"时的分类混淆矩阵

Fig. 15 The confusion matrix for classification when one standard deviation of state error is 52 m and one standard deviation of observation error is 0.7"

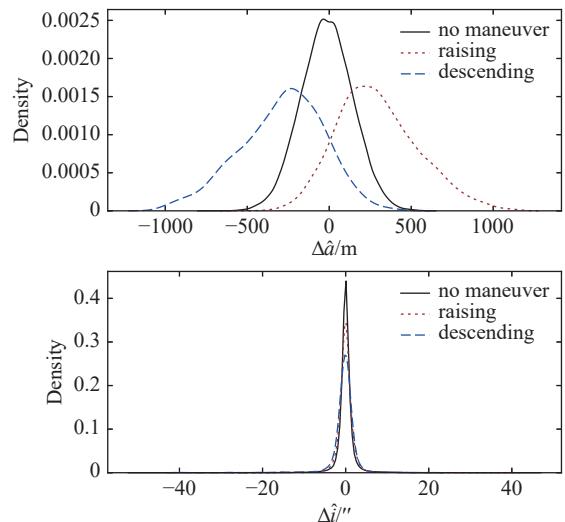


图 16 无机动、升轨和降轨类别下轨道变化的核密度图

Fig. 16 The kernel density plots of the orbital variations for no maneuver, orbit raising and orbit descending classes

该方法的不足之处主要有两个。第一是对面外机动事件的检测能力较差。这一现象的原因在于方法对倾角变化的估计精度较低，估计倾角变化的分布不能反映面外机动的类别特征。这可能是受观测弧长影响，解决方法是提高观测能力。第2个不足之处是该方法的检测效果受初始状态误差的影响较大，当状态噪声分布的3倍标准差超过150 m时，Macro  $F_1$ 将下降到61.8%。这一现象的原因在于巨型星座的机动量级本身较小，当初始状态误差较大时，受其影响，不同类别的估计特征分布有较大部分重叠，机动与误差造成的轨道变化难以区分。解决这一问题的方法是提高编目库的轨道精度。

## 4 总结

本文的研究内容是验证基于NSTFC模型的巨型星座在线机动检测方法的可行性。作为研究案例，我们首先标记了星链精密星历中每一历元空间事件的类别。与此同时，精密星历中某些历元的轨道通过仿真被转换为先验状态与光学观测数据，以模拟编目流程中稀疏观测条件下的输入。利用基于NSTFC模型的滤波方法，这些输入被用来估计机动引起的长期轨道变化。估计结果与类别标签被用来训练一个朴素贝叶斯分类器。分类结果表明，该方法能够有效识别无机动、升轨与降轨这3类空间事件，分类的Macro  $F_1$ 分数最高可达97.1%；且方法受测量精度影响较小，当测量噪声为1.4''时，Macro  $F_1$ 仍可达89.2%。这表明该方法在机动检测问题上基本可行。

在检测方法基本可行的基础上，该方法的应用前景可以从空间态势感知的3个角度来考虑。第一是结合实际轨控与观测数据，将本文提出的机动检测方法应用于实际编目工作。第二是将在线机动检测的结果应用于目标关联，当编目流程中出现未关联观测时，计算其与备选目标间的距离

(轨道变化)，并将其中最小距离对应的目标与观测关联，从而提高关联成功率。第三是建立一个完备的常规机动模式数据库，将每次在线机动检测的结果与数据库做对比，以此来快速识别异常机动事件，协助空间态势感知筛选重点关注目标。

**致谢** 感谢审稿人对文章提出的宝贵建议，使得文章的质量有了显著的提高。

## 参考文献

- [1] Zollo A, Weigel M. AdSpR, 2024, 73: 286
- [2] Kelecy T, Hall D T, Hamada K M, et al. Satellite Maneuver Detection Using Two-line Elements Data. Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference, Maui, September 12-15, 2007
- [3] Patera R. JSpRo, 2008, 45: 554
- [4] Liu A, Xu X L, Xiong Y Q, et al. AdSpR, 2024, 74: 3157
- [5] Li F, Zhao Y F, Zhang J Y, et al. AdSpR, 2024, 73: 160
- [6] Tapley B D, Schutz B E, Born G H. Statistical Orbit Determination. Burlington: Academic Press, 2004: 159-284
- [7] Goff G M, Black J T, Beck J A. AcAau, 2015, 114: 152
- [8] Porcelli L, Pastor A, Cano A, et al. AcAau, 2022, 201: 274
- [9] Kaderali S, Misra A. AcAau, 2023, 205: 310
- [10] Stengel R F. Optimal Control and Estimation. Garden City, New York: Dover Publications, 2023: 184-283
- [11] Holzinger M, Scheeres D, Alfriend K. JGCD, 2012, 35: 1312
- [12] Serra R, Yanez C, Frueh C. AcAau, 2021, 181: 271
- [13] Pirovano L, Armellin R. AcAau, 2024, 215: 387
- [14] Hudson J, Scheeres D. JGCD, 2009, 32: 780
- [15] Zhang J D, Zhu T L, Zhao C Y. AcAau, 2024, 224: 353
- [16] NASA. NASA-TM-X-74335. Technical Memorandum (TM). 1976: 1
- [17] Tapley B, Watkins M, Ries J C, et al. JGR, 1996, 101: 28029
- [18] Ko H C, Scheeres D. JGCD, 2016, 39: 1
- [19] Stein E M, Shakarchi R. Fourier Analysis: An Introduction. Princeton: Princeton University Press, 2003: 29-65
- [20] Kozai Y. AJ, 1956, 64: 367

## Online Maneuver Detection of Non-cooperative Mega-constellations

ZHANG Ji-dan<sup>1,2</sup> ZHU Ting-lei<sup>1</sup> ZHAO Chang-yin<sup>1</sup> LIU Ai-rong<sup>1,2</sup>

(<sup>1</sup> Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210023)

(<sup>2</sup> School of Astronomy and Space Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

**ABSTRACT** As the number of mega-constellations increases, maneuver detection of non-cooperative satellites becomes an important part of Space Situational Awareness (SSA). The nonsingular thrust-Fourier coefficients (NSTFC) model can effectively fit the maneuvers of mega-constellations, but the feasibility of the online maneuver detection method based on this model needs to be verified. The method uses the orbital variations estimated by a filter as the classification attributes and uses the Naive Bayes as the classifier. The calculation results based on simulation show that this method can effectively identify three classes of space events: no maneuver, orbit raising, and orbit descending. The Macro  $F_1$  score of classification can reach as high as 97.1%. The verification shows that this method may help improve the efficiency and accuracy of maneuver detection in the cataloging.

**Key words** celestial mechanics: thrust-Fourier-coefficients, catalogs: maneuver detection, catalogs: non-cooperative satellites, methods: data analysis