第 46 卷 第 2 期 天 文 学 报 Vol.46 No.2
2005 年 4 月 ACTA ASTRONOMICA SINICA Apr., 2005

移动站的运动对轨道确定影响的分析*

何 晶 [1,2,3] 马静远 [1,2] 陆本魁 [1,2] 茅永兴 [3]

(1 中国科学院紫金山天文台 南京 210008)
(2 中国科学院国家天文台 北京 100012)
(3 中国卫星海上测控部 江阴 214431)

摘要 介绍了测站移动速度对四元素短弧初轨确定的影响. 从测站速度矢量的影响因素着手, 简化地对移动站的移动速度与影响因素之间的关系进行了理论推导. 以单位矢量方法中的 3 种方法为例, 修改了轨道的条件方程, 并做了大量的数据验算, 最后给出了两圈外测数据的两种不同情况的单圈定轨结果, 就此初步分析了移动站的移动速度对定轨结果的影响及规律. 这种在定轨方法中补充考虑移动站的移动速度影响的方法, 计算模型简洁, 容易理解, 便于运用.

关键词 天体力学: 初轨确定, 单位矢量法
中图分类号: P 135; **文献标识码**: A

1 引言

定轨方法从观测量的种类数量可分为二元素、三元素, 以及四元素. 假设数学模型是完备的, 从理论上讲, 增加一种观测量, 尤其是高精度观测量, 对定轨精度的提高是有很大贡献的. 由二元素到三元素, 增加高精度测距数据, 定轨精度有很大提高. 同理, 由三元素到四元素, 增加与测距精度几乎同量级 (人卫单位) 的测速资料, 却没有产生预期效果. 这问题一直困绕着我们. 经分析, 除了加权因素以外, 一种可能是测速资料在定轨前没有达到预期精度; 另一种, 可能是在定轨中与测速有关的数学模型不完善.

回顾历史, 我国测控系统经历了由陆地到海上, 由固定到移动的发展过程. 移动站的数据定轨系统也是由固定站模式发展而来的.

移动站与固定站的不同之处在于移动站具有移动速度. 这种移动速度对测站速度矢量是有影响的, 而以往移动站自身的这个运动速度是被忽略了的. 当移动速度达到一定量级, 此种模型误差, 在测距、测角、测速 $\rho, h, A, \dot{\rho}$ 四元素定轨中应该考虑.

下面介绍一种非常简单的方法. 即仅在定轨方法中增加考虑移动站移动速度 $\boldsymbol{v}$ 对测站速度矢量 $\dot{\boldsymbol{R}}$ 的影响, 从而修正 $\dot{\boldsymbol{R}}$ 的方法.

2004-07-08 收到原稿, 2004-09-09 收到到修改稿
* 国家自然科学基金资助项目

2 原理

下面讨论移动站的移动速度对测站速度矢量的影响.

2.1 测站速度矢量的表达式

2.1.1 在不考虑测站自身相对运动速度时，测站速度矢量 $\dot{\boldsymbol{R}}$ 的表达式

若不考虑测站自身相对运动速度，则测站经纬度时变率为 0, 即

$$\dot{\boldsymbol{R}} = \dot{S}(N+H)\cos\varphi \cdot \boldsymbol{S}^*\,, \tag{1}$$

其中 S^* 为单位矢量系统 $\boldsymbol{R}^*, \boldsymbol{S}^*, \boldsymbol{\varphi}^*$ 中的一个单位矢量 [1],

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}^* = \cos S\cos\varphi \cdot \boldsymbol{i} + \sin S\cos\varphi \cdot \boldsymbol{j} + \sin\varphi \cdot \boldsymbol{k} \\ \boldsymbol{S}^* = -\sin S \cdot \boldsymbol{i} + \cos S \cdot \boldsymbol{j} \\ \boldsymbol{\varphi}^* = -\cos S\sin\varphi \cdot \boldsymbol{i} - \sin S\sin\varphi \cdot \boldsymbol{j} + \cos\varphi \cdot \boldsymbol{k} \end{cases}, \tag{2}$$

$S = S_G + \lambda$, S_G 为格林尼治恒星时角； $\dot{S}$ 为格林尼治恒星时角时间变化率； $N = \dfrac{1}{\sqrt{1-e_E^2\sin^2(\varphi)}}$, e_E 为地球参考椭球体的偏心率； H 、 λ 和 φ 分别为测站的大地高、地理经纬度.

2.1.2 考虑测站移动速度，测站速度矢量 $\dot{\boldsymbol{R}}'$ 的表达式

若考虑测站运动速度，则测站经纬度时变率及高程时变率均不为 0, 则可表示为

$$\begin{aligned} &\dot{\boldsymbol{R}}' = \dot{\boldsymbol{R}} + \Delta\dot{\boldsymbol{R}} \\ &\Delta\dot{\boldsymbol{R}} = \dot{\lambda}(N+H)\cos\varphi \cdot \boldsymbol{S}^* + \dot{H}\cdot\boldsymbol{R}^* + \dot{\varphi}[N^3(1-e_E^2)+H]\boldsymbol{\varphi}^* \end{aligned}\,, \tag{3}$$

其中 $\dot{H}$ 、 $\dot{\lambda}$ 和 $\dot{\varphi}$ 分别为测站的大地高、地理经纬度的变化率.

实际公式应为

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{\rho}} + \dot{\boldsymbol{R}}'\,. \tag{4}$$

由此可见，移动站自身的运动，引起测站水平、垂直都有了相对运动速度. 因此测站速度矢量不仅与地球自转有关，还与测站水平、垂直相对运动速度，及所在地理纬度有关. 并且测站水平、垂直相对运动速度越大，对测站速度的影响越大. 可见，以往忽略的移动站的移动速度所引起测站速度矢量的系统差，实质转化为对飞行器的速度 $\dot{\boldsymbol{r}}$ 的系统差，从而影响了轨道确定的精度.

2.2 测站移动对 $\dot{\lambda}$ 、 $\dot{\varphi}$ 、 $\dot{H}$ 的影响

在实际工作中，一般地 (水) 面移动站的高程变化相当缓慢 (除非爬坡), 在当前定轨精度要求下可以舍去，而且没有此类实测数据，即 $\dot{H} = 0$.

由移动站移动速度引起的测站水平经纬度的变化率简化表达式：设速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 按运动方向分为北向速度 V_N 和东向速度 V_E, 移动站某一时刻的地理纬度为 ϕ, 并假设地球是

正球体，则经度圈均为过地心的大圆，纬度圈均为平行于赤道面小圆．则

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = V_E / \cos\varphi \\ \dot{\varphi} = V_N \end{cases} . \tag{5}$$

可见，测站移动速度引起的测站水平经纬度的变化率的大小不仅与自身移动速度大小有关，还与此时刻的运动方向、所在地理纬度有关．纬度越高，地理经度变化率越大．

相应地，

$$\Delta\dot{\boldsymbol{R}} = V_E(N+H)\cdot\boldsymbol{S}^* + V_N[N^3(1-e_E^2)+H]\boldsymbol{\varphi}^* . \tag{6}$$

2.3 移动速度的量级决定此种模型是否应该考虑

假定运动方向和地理纬度不变，当移动速度达到 0.08 米 / 秒时，$\dot{\varphi},\dot{\lambda}$ 人卫单位为 10^{-6} 左右，至少将影响 10 米级精度；同理，当移动速度达到 0.8 米 / 秒时，将影响百米级精度；当移动速度达到 8.0 米 / 秒时，将影响公里级精度．

2.4 单位矢量法 (UVM1, PUVM1, UVM2) 的条件方程

单位矢量 $\boldsymbol{h}^*$, $\boldsymbol{A}^*$, $\boldsymbol{\rho}^*$,

$$\begin{cases} \boldsymbol{h}^* = -\cos A\sinh\boldsymbol{\varphi}^* - \sin A\sinh\boldsymbol{S}^* + \cosh\boldsymbol{R}^* \\ \boldsymbol{A}^* = -\sin A\boldsymbol{\varphi}^* + \cos A\boldsymbol{S}^* \\ \boldsymbol{\rho}^* = \cos A\cosh\ \boldsymbol{\varphi}^* + \sin A\cosh\boldsymbol{S}^* + \sinh\boldsymbol{R}^* \end{cases} . \tag{7}$$

无摄单位矢量法 (UVM1) 的条件方程 [1]:

$$\begin{cases} f\boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{r}_0 + g\boldsymbol{\rho}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}_0 = \boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{R} + \rho \\ f\boldsymbol{h}^*\cdot\boldsymbol{r}_0 + g\boldsymbol{h}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}_0 = \boldsymbol{h}^*\cdot\boldsymbol{R} \\ f\boldsymbol{A}^*\cdot\boldsymbol{r}_0 + g\boldsymbol{A}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}_0 = \boldsymbol{A}^*\cdot\boldsymbol{R} \\ \dot{f}\boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{r}_0 + \dot{g}\boldsymbol{\rho}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}_0 = \boldsymbol{\rho}^*\cdot\dot{\boldsymbol{R}}' + \dot{\rho} \end{cases} . \tag{8}$$

有摄单位矢量法 (PUVM1) 的条件方程 [2]:

$$\begin{cases} f\boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{r}_0 + g\boldsymbol{\rho}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}_0 = \boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{R} - \omega\boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{W}_0 + \rho \\ f\boldsymbol{h}^*\cdot\boldsymbol{r}_0 + g\boldsymbol{h}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}_0 = \boldsymbol{h}^*\cdot\boldsymbol{R} - \omega\boldsymbol{h}^*\cdot\boldsymbol{W}_0 \\ f\boldsymbol{A}^*\cdot\boldsymbol{r}_0 + g\boldsymbol{A}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}_0 = \boldsymbol{A}^*\cdot\boldsymbol{R} - \omega\boldsymbol{A}^*\cdot\boldsymbol{W}_0 \\ \dot{f}\boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{r}_0 + \dot{g}\boldsymbol{\rho}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}_0 = \boldsymbol{\rho}^*\cdot\dot{\boldsymbol{R}}' - \dot{\omega}\boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{W}_0 + \dot{\rho} \end{cases} . \tag{9}$$

改进的无摄单位矢量方法 (UVM2) 的条件方程 [3]:

$$\begin{cases} f_1\boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{r}_0' + g_1\boldsymbol{\rho}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}'_0 + \dfrac{\partial\boldsymbol{r}_c}{\partial n}\cdot\boldsymbol{\rho}^*\cdot\Delta n = \boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{R} + \rho \\ f_1\boldsymbol{h}^*\cdot\boldsymbol{r}_0' + g_1\boldsymbol{h}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}'_0 + \dfrac{\partial\boldsymbol{r}_c}{\partial n}\cdot\boldsymbol{h}^*\cdot\Delta n = \boldsymbol{h}^*\cdot\boldsymbol{R} \\ f_1\boldsymbol{A}^*\cdot\boldsymbol{r}_0' + g_1\boldsymbol{A}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}'_0 + \dfrac{\partial\boldsymbol{r}_c}{\partial n}\cdot\boldsymbol{A}^*\cdot\Delta n = \boldsymbol{A}^*\cdot\boldsymbol{R} \\ \dot{f}_1\boldsymbol{\rho}^*\cdot\boldsymbol{r}_0' + \dot{g}_1\boldsymbol{\rho}^*\cdot\dot{\boldsymbol{r}}'_0 + \dfrac{\partial\boldsymbol{r}_c}{\partial n}\cdot\boldsymbol{\rho}^*\cdot\Delta n = \boldsymbol{\rho}^*\cdot\dot{\boldsymbol{R}}' + \dot{\rho} \end{cases} . \tag{10}$$

满足约束条件 $\frac{2}{r'_0}-|\dot{\boldsymbol{r}}'_0|^2=1$ 其中，$\boldsymbol{W}_0=(\sin i_0\sin\Omega_0,-\sin i_0\cos\Omega_0,\cos i_0)$, $\dot{f}=f'^{[1]},\dot{g}=g'^{[1]}$.

3 数据试验及结果分析

为了说明移动站移动速度对轨道确定的影响，我们做了大量实测计算.

表 1 以多圈轨道改进提供的精密轨道根数为比对标准，利用单位矢量法 (UVM1[1], PUVM1[2], UVM2[3]) 对两圈次 200 秒观测数据分别进行初轨确定，分为未修和已修两种状态. (已修：在条件方程中考虑 $\Delta\dot{\boldsymbol{R}}$; 未修：表示未考虑 $\Delta\dot{\boldsymbol{R}}$.)

表 1 定轨结果比较

Table 1 The difference of orbit determination

Arc	Alg.	**	Δa (m)	Δe $(1.0e-4)$	Δi $(1.0e-2)$	$\Delta\Omega$ $(1.0e-2)$	$\Delta M+\Delta\omega$ $(1.0e-2)$
1	UVM1	a	−1746	0.515	−2.83	−6.14	6.04
		b	−1690	0.178	−2.86	−6.19	6.48
	PUVM1	a	−105	1.933	−1.98	−5.21	4.81
		b	−80	1.789	−1.99	−5.24	5.00
	UVM2	a	−3161	0.445	−2.91	−6.25	6.58
		b	−3124	0.245	−2.93	−6.29	6.85
2	UVM1	a	−6382	4.801	−2.86	−7.27	1.17
		b	−6259	4.415	−3.00	−7.74	2.03
	PUVM1	a	−3665	2.552	−1.92	−4.94	1.43
		b	−3534	2.242	−2.05	−5.36	2.15
	UVM2	a	−7906	5.608	−2.86	−7.27	1.31
		b	−7879	5.329	−3.01	−7.78	2.10

(** a: $\Delta\dot{\boldsymbol{R}}$ were not considered; b: $\Delta\dot{\boldsymbol{R}}$ were considered)

表 1 第 1 圈采用俯仰角范围为 4.4 到 68 度的观测数据，定轨结果说明 UVM1 轨道半长轴改善的大小约为 60 米， PUVM1 轨道半长轴改善的大小约为 25 米， UVM2 轨道半长轴改善的大小约为 30 米. 测速资料的权重略有改善. 第 2 圈采用俯仰角范围为 4.3 到 11.1 度的观测数据，在上述 3 种方法中， UVM1 、 PUVM1 考虑移动速度影响的定轨结果，其轨道半长轴改善的大小约为 120 米. UVM2 轨道半长轴改善的大小约为 30 米. 测速资料权重的改善更明显.

综合以上说明，在短弧段观测资料情况下，上述 3 种方法，考虑 $\Delta\dot{\boldsymbol{R}}$ 的定轨结果明显好于未考虑的. 另外，比较圈 1 和圈 2, 我们发现 UVM1 、 PUVM1 方法考虑 $\Delta\dot{\boldsymbol{R}}$, 在观测俯仰角较低时，比俯仰角较高定轨结果改善得更明显.

4 结束语

移动站速度修正与定轨方法无关，分析法、数值法都适用. 本文是以分析法为例，

利用四元素单位矢量初轨方法进行计算的. 本次计算只是为了说明问题，并未挑选数据段落.

另外，本人只是简化地从原理上进行了推导，将移动站速度对测站速度矢量的影响进行了分析，旨在探讨如何提高测量数据在定轨中的贡献.

参 考 文 献

1　陆本魁，戎鹏志，吴建民等. 宇航学报， 1997, 18(2): 1

2　陆本魁，李剑峰，马静远等. 宇航学报. 1999, 20(1): 14

3　Lu Ben-kui, Ma Jing-yuan, Xia Yi, et al. ChA&A, 2003, 44(4): 369 (陆本魁，马静远，夏益等. 天文学报， 2003, 44(4): 369) (=Lu Ben-kui, Ma Jing-yuan, Xia Yi, et al. ChA&A, 2004, 28: 88)

The Analysis for the Effect of Motion of Observation Station on Orbit Determination

HE Jing[1,2,3]　MA Jing-yuan[1,2]　LU Ben-kui　1,2　MAO Yong-xing[3]

(1 *Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing* 210008)

(2 *National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100012)

(3 *The Department of Chinese Observatory on the Sea, Jiangyin* 214431)

Abstract　The effects of motion of observation station on orbit determination are analyzed with ranging, angle and velocity data. The relation is given between the velocity of station and its effect on that, and the conditional equations are improved based on unit-vector-method. A lot of calculations have been done and the results show that the improvement is obvious when the motion of observation station is considered.

Key words　celestial mechanics: initial orbit determination, unit vector method