第 46 卷 第 3 期　　天 文 学 报　　Vol.46 No.3
2005 年 7 月　　ACTA ASTRONOMICA SINICA　　Jul., 2005

海上移动站精密测轨方法

康德勇 [1,2]　徐 劲 [1]　茅永兴 [2]

(1 中国科学院紫金山天文台 南京 210008)
(2 中国卫星海上测控部 江阴 214430)

摘要　将人造卫星精密定轨理论应用于海上移动站精密定轨，根据移动站的特点，建立了相应的定轨条件方程，并在此基础上利用海上移动站某次飞船发射任务跟踪数据进行了实算，给出了定轨结果和讨论.

关键词　精密定轨，海上移动站，数据处理
中图分类号：P 135;　**文献标识码**：A

1 引言

美国的测控系统是采用全球布站和天基系统相结合的模式，而俄罗斯也有非常大的国土面积优势. 由于我国领土经度方向的跨度仅约为地球的 1/6, 同时还没有建成自己的天基系统，因此，海上移动站 (测量船) 是我国航天测控网不可缺少的重要组成部分，而测量船的测轨数据对航天器的轨道精化起到了非常关键的作用. 由于中继卫星系统本身所存在的缺陷，即便是在我国建成天基系统后，也仍然需要保留一定数量的测量船提供测控支持.

目前我国测量船上测角、测距和测速资料的精度分别为 10^{-4} 、10^{-6} 和 10^{-5} 量级；所承担的测控任务中既有低轨航天器，又有中高轨航天器，轨道类型既有近圆轨道，又有大椭率轨道；后续测控任务对轨道精度又提出了更高的要求，而测量船现有的分析方法测轨模型不能满足高精度测轨的需要 [1,2], 因此有必要研究新的既满足资料精度，又适用于任意轨道高度和轨道偏心率的数值法精密测轨模型.

2 海上移动站观测资料的获取

在测量船上，集中了众多的测量设备，担任外测任务的主要测量设备有船载单脉冲精密跟踪测量雷达、C 频段微波统一测控系统和 S 频段微波统一测控系统，由于它们的基座固联于船体甲板上，相应的四元素测量资料为甲板坐标系中的方位 A 、仰角 h 、斜距 ρ 和视向速度 $\dot{\rho}$. 对于这些测量信息，除了要对它们进行零值系统误差修正、 ρ 的时延修正和 h 、 ρ 、 $\dot{\rho}$ 的大气折射修正等常规处理外，还要将其转换为地平系数据，才能用于轨道计算.

2004-08-26 收到原稿， 2004-09-21 收到修改稿

为了将甲板坐标系的测量数据换算到地平系，就须考虑到船在海浪作用下的摇摆，同时，由于测量船并非严格意义上的刚体，测量设备又不在船体质心，因此还必须考虑船体形变对测量资料的影响.

船摇的测量是通过高精度的惯导设备完成的，可以用 3 个欧拉角来描述船摇信息：纵摇角 φ_c, 代表船纵向摇摆，艏高为正；横摇角 θ_c, 代表船左右摇摆，左高为正 (观察者站在船上，面向船艏); 艏摇角 K_c, 船艏艉线与正北的夹角，以正北为基准，从桅杆向下看顺时针为正，通过船摇修正，可以将以惯导甲板平面为基本平面的甲板坐标转换为相应的地平坐标.

船体形变信息是由形变测量设备测得的，它同样由 3 个欧拉角来表示，通过这 3 个欧拉角可以描述以测量设备回转中心 (以下简称设备原点) 处甲板面为基本平面的坐标系与以惯导原点甲板面为基本平面的坐标系对应坐标轴之间的旋转关系.

如果把外测数据换算到以惯导原点为坐标原点的地平系中 (以前的处理方法), 必然导致 A 、 h 、 ρ 的混合运算和对 $\dot{A}$ 、 $\dot{h}$ 的计算，从而使数据之间产生相关性，由于测角资料 A 、 h 的精度相对较低，进一步造成 ρ 与 $\dot{\rho}$ 的精度损失. 因此，在实算过程中，改为将预处理的基准点设定在测量设备原点，由于船摇和船体形变的修正实际上是坐标旋转，相对于设备原点 ρ 和 $\dot{\rho}$ 保持不变，这样做既可以尽可能地不破坏原始测量信息又避免了上述问题的产生.

3 测轨方法

人造卫星定轨问题,就是基于状态转移方程 $X_l = f(X_0, t_l)$ 和测量方程 $Y_l = H(X_0, t_l) + V_l$ 的最优估计问题. 这里 V_l 是相应的测量噪声， X_l 是 t_l 时刻的状态参量，它包含了轨道量和待估物理参数，在这里轨道量选取卫星的位置、速度矢量，而物理参数则根据测量船任务的需要：对于低轨卫星改进大气面质比；高轨卫星改进光压面质比；而中等高度的卫星视情况可以同时改进两个面质比. 为了适用于不同的轨道偏心率，采用集成多种积分器的方法 [3], 对于小偏心率轨道，使用 Adams-Cowell 积分器；中等偏心率的轨道，使用嵌套的 Runge-Kutta 方法；而大偏心率轨道，则使用 Bulirsch-Stoer 积分器.

从历元 t_0 时刻的初始轨道出发，通过对力学方程的积分可得到各观测记录时刻卫星的位置、速度矢量以及所需的状态转移矩阵，利用这些信息就可建立各观测记录时刻的观测条件方程，对初始轨道作改进，直到满足精度要求. 设任一记录时刻 t 所获得的卫星观测资料为方位 A^* 、仰角 h^* 、斜距 ρ^* 以及斜距变率 $\dot{\rho}^*$, 该记录时刻对卫星方位、仰角、斜距和斜距变率的计算值分别为 A 、 h 、 ρ 和 $\dot{\rho}$, 首先计算 O-C 值：

$$\Delta A = A^* - A, \qquad \Delta h = h^* - h\,,$$

$$\Delta\rho = \rho^* - \rho, \qquad \Delta\dot{\rho} = \dot{\rho}^* - \dot{\rho}\,.$$

该记录时刻的 3 种类型观测资料的条件方程列为：

$$\frac{1}{\rho}\begin{pmatrix} -\sin A & -\cos A & 0 \\ -\sin h\cos A & \sin h\sin A & \cos A \end{pmatrix}(GE)^T Q \begin{pmatrix} \Delta \boldsymbol{r}_0 \\ \Delta \underline{\mathrm{m}}\dot{r}_0 \\ \Delta\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos h\Delta A \\ \Delta h \end{pmatrix},$$

$$\frac{1}{\rho}\left(\underline{\mathrm{m}}r - \underline{\mathrm{m}}R\right)^T Q \begin{pmatrix} \Delta \underline{\mathrm{m}}r_0 \\ \Delta \underline{\mathrm{m}}\dot{r}_0 \\ \Delta\eta \end{pmatrix} = \Delta\rho\,,$$

$$\left\{\left[\frac{1}{\rho}\left(\dot{\boldsymbol{r}} - \dot{\boldsymbol{R}}\right) - \frac{\dot{\rho}}{\rho^2}\left(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}\right)\right]^T Q + \frac{1}{\rho}\left(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}\right)^T \dot{Q}\right\} \begin{pmatrix} \Delta \boldsymbol{r}_0 \\ \Delta \dot{\boldsymbol{r}}_0 \\ \Delta\eta \end{pmatrix} = \Delta\dot{\rho}\,,$$

其中 G 为地固坐标系到 J2000.0 地心系的坐标转换矩阵， E 为设备地平坐标系到地固坐标系的坐标转换矩阵， Q 为状态转移矩阵， $\dot{Q}$ 为状态转移矩阵的导数矩阵. 以上各矩阵的表达式和计算在文 [4] 中均有详细的描述； $\eta = (\eta_1 \quad \eta_2)^T$ 为待估参数， $\eta_1 = C_D S/m$ 为大气面质比， $\eta_2 = (1+\kappa)S/m$ 为光压面质比； $\boldsymbol{r}$ 和 $\dot{\boldsymbol{R}}$ 分别为记录时刻卫星相对于 J2000.0 地心系的坐标和速度.

$\boldsymbol{R}$ 、 $\dot{\boldsymbol{R}}$ 分别表示记录时刻测量船设备原点相对于 J2000.0 地心系中的坐标和速度，不同于地面固定站，海上移动站的 $\dot{\boldsymbol{R}}$ 不仅是由地球自转引起的，而且还包含测量船相对于地固系的平动以及测量船在海浪作用下的摇动. 下面着重描述地固坐标系中移动站的坐标和速度 $\boldsymbol{R}_B$ 、 $\dot{\boldsymbol{R}}_B$ 的建模过程，至于 $\boldsymbol{R}_B$ 、 $\dot{\boldsymbol{R}}_B$ 到 J2000.0 地心系的转换和陆站是相同的，这里不再赘述.

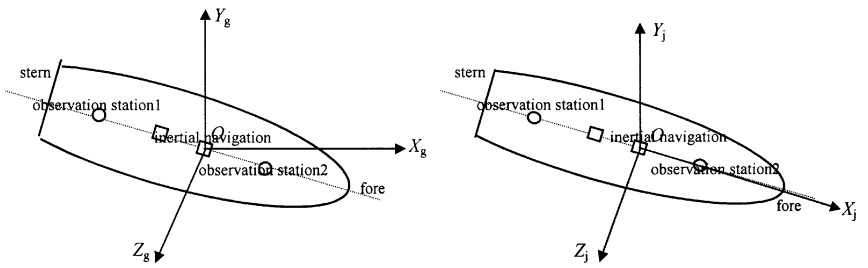

图 1 惯导地平坐标系与惯导甲板坐标系

Fig. 1 The horizontal system and the deck system of topocentric coordinates at inertial navigation device

首先介绍一下测量船地平坐标系和甲板坐标系的定义及其转换方法. 以惯导为例，见图 1, 惯导地平坐标系 $O - X_g Y_g Z_g$ 以惯导平台北向陀螺、东向陀螺、方位陀螺 3 个敏感轴的交点为坐标原点；以过坐标原点的由惯导设备提供的水平基准面 (称为当地水平面) 为基本平面； X_g 轴在当地水平面内指向正北； Y_g 轴过原点沿当地铅垂线向上； Z_g

轴与 OX_g 轴、 OY_g 轴构成右手关系，由右手定则确定. 惯导甲板坐标系 $O-X_jY_jZ_j$ 同样以惯导平台北向陀螺、东向陀螺、方位陀螺 3 个敏感轴的交点为坐标原点；以包含惯导 3 轴交点并在测量船坞内标校 “水平取齐时刻” 与惯导水平面重合的假想平面 (称作甲板平面) 为基本平面，它与船体固连； X_j 轴在甲板平面内，平行于全船方位基准镜法线 (艏艉线), 指向船艏； Y_j 轴垂直于 “ 甲板基准平面”, 朝天； Z_j 轴与 OX_j 轴、 OY_j 轴构成右手关系，由右手定则确定 (在甲板平面内指向右舷). 相应地从甲板坐标系到地平坐标系的船摇转换矩阵 B_c 可以用绕坐标轴 x, y, z 的 3 个欧拉旋转矩阵来表示：

$$B(K_c,\varphi_c,\theta_c)=R_y(K_c)R_z(-\varphi_c)R_x(-\theta_c)=$$

$$\begin{bmatrix}\cos K_c & 0 & -\sin K_c\\ 0 & 1 & 0\\ \sin K_c & 0 & \cos K_c\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\cos\varphi_c & -\sin\varphi_c & 0\\ \sin\varphi_c & \cos\varphi_c & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta_c & -\sin\theta_c\\ 0 & \sin\theta_c & \cos\theta_c\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}\cos K_c\cos\varphi_c & -\cos K_c\sin\varphi_c\cos\theta_c-\sin K_c\sin\theta_c & \cos K_c\sin\varphi_c\sin\theta_c-\sin K_c\cos\theta_c\\ \sin\varphi_c & \cos\varphi_c\cos\theta_c & -\cos\varphi_c\sin\theta_c\\ \sin K_c\cos\varphi_c & \cos K_c\sin\theta_c-\sin K_c\sin\varphi_c\cos\theta_c & \sin K_c\sin\varphi_c\sin\theta_c+\cos K_c\cos\theta_c\end{bmatrix}.$$

由于测量船上没有直接地给出设备原点 (测站) 的位置和速度，而是间接地给出了惯导原点处的大地坐标和平动速度，假设设备原点在惯导甲板系中的坐标为 $(\Delta x,\Delta y,\Delta z)^T$, 惯导原点的大地坐标 $(\lambda,\varphi,H)^T$, 其中 λ 、 φ 和 H 分别为大地经度、大地纬度和大地高，由 GPS 给出，则设备原点在惯导地平系中的坐标为：

$$\Delta\boldsymbol{X}_d=B\left(K_c,\varphi_c,\theta_c\right)\begin{bmatrix}\Delta x\\ \Delta y\\ \Delta z\end{bmatrix},$$

而惯导原点的地固坐标为：

$$\boldsymbol{R}_{GB}=\begin{bmatrix}X\\ Y\\ Z\end{bmatrix}_{GB}=\begin{bmatrix}(N+H)\cos\varphi\cos\lambda\\ (N+H)\cos\varphi\sin\lambda\\ (N(1-e^2)+H)\sin\varphi\end{bmatrix},$$

其中， $N=a_e/\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}$,$a_e$ 为地球参考椭球体赤道半径， e 子午圈椭圆偏心率. 由图 2 的位置关系，易得设备原点的地固坐标为：

$$\boldsymbol{R}_B=\boldsymbol{R}_{GB}+\Delta\boldsymbol{X}_d\,.$$

为了计算设备原点 (测站) 在地固坐标系中的速度，将运动分解为惯导原点在地固坐标系中的平动以及设备原点相对于惯导原点的转动，记平动速度为 $\boldsymbol{V}_1$, 旋转角速度为 $\boldsymbol{\omega}$, 则设备原点在地固坐标系中的速度合成为 [5]:

$$\dot{\boldsymbol{R}}_B=\boldsymbol{V}_1+\boldsymbol{\omega}\times\Delta\boldsymbol{X}_d\,.$$

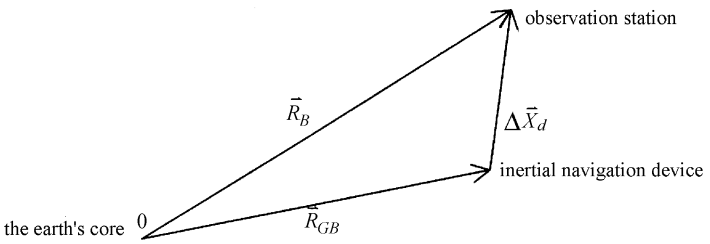

图 2 设备与惯导几何关系示意图

Fig. 2 The geometrical nexus between the observation station and the inertial navigation device

实测得到的惯导原点在航向 ψ 上的速度为 v_k, 升沉速度为 v_l, 则惯导原点的平动速度为:

$$\boldsymbol{V}_1 = \begin{bmatrix} v_k \cos\psi \\ -v_k \sin\psi \\ v_l \end{bmatrix},$$

这里 ψ 、 v_k 、 v_l 均为实测资料. 对于旋转运动, 根据欧拉定理, 可视为 3 次欧拉转动的合成, 记旋转角速度 $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$, 由欧拉角转动顺序得 [6]:

$$\boldsymbol{\omega} = R_y(K_c)\left\{\begin{pmatrix} 0 \\ \dot{K}_c \\ 0 \end{pmatrix} + R_z(-\varphi_c)\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\varphi}_c \end{pmatrix} + R_x(-\theta_c)\begin{pmatrix} -\dot{\theta}_c \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right]\right\},$$

整理得:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_c \sin K_c - \dot{\theta}_c \cos K_c \cos\varphi_c \\ \dot{K}_c - \dot{\theta}_c \sin\varphi_c \\ -\dot{\theta}_c \sin K_c \cos\varphi_c - \dot{\varphi}_c \cos K_c \end{bmatrix}.$$

由于实测资料中只有 3 个旋转欧拉角 K_c 、 φ_c 、 θ_c, 而没有给出相应的变率, 又因为实测数据是等间隔密集资料, 我们利用正交多项式对实测资料进行微分平滑, 并计算出相应的一阶微分平滑值 $\dot{K}_c$ 、 $\dot{\varphi}_c$ 和 $\dot{\theta}_c$.

4 实算结果

受测控资料数量的限制, 本文仅以某次飞船发射任务的测量船实测数据为例, 分单站和多站两种情况用二元素、三元素和四元素资料分别进行了数值法微分轨道改进, 并进行了比较. 飞船轨道为近地近圆轨道, 轨道高度约 340 公里, 周期约 90 分钟. 根据观测资料的精度, 考虑以下 4 种摄动模型: 地球非球形引力摄动、日、月引力摄动、大气阻力摄动和光压摄动, 采用 GRIM4_S4 地球引力场模型和 DTM94 大气模型. 考虑到低轨卫星光压的影响很小而大气的影响显著, 在实际计算过程中, 只对大气面质比进行改

进，而光压面质比作为常值处理，数值积分方法采用具一次和分形式的 Adams-Cowell 方法 [7]; 估计方法采用加权的最小二乘法，加权方法采用自适应权方法，即在每次迭代过程中，以各测量设备不同类型资料残差的中误差代替各资料的精度，进行权的分配 (马尔可夫估计).

4.1 单站情况

表 1 列出利用某一艘测量船单站 6 圈测量资料二元素、三元素、四元素轨道改进所得轨道根数的内符合误差. 这 6 圈资料的时间跨度为 20 小时，每圈观测资料的弧长一般为 3—5 分钟.

表 1　单站轨道改进的内符合误差

Table 1　The intramural coincidental err of orbit determination result of one observation station

data	Δa(meter)	$\Delta e(10^{-6})$	Δi(second)	$\Delta\Omega$(second)	$\Delta\lambda$(second)
two element	± 311.6	± 17.89	± 0.29	± 0.03	± 7.31
three element	± 27.2	± 2.03	± 0.01	± 0.03	± 0.65
four element	± 16.7	± 0.88	± 0.02	± 0.04	± 0.38

在进行外符合比较时，以任务中心利用陆上固定站多圈测量资料的精密定轨结果作为比对标准，为了便于比较，这里将改进结果外推到任务中心根数的同一历元 (外推时间长度约 13 分钟，外推精度损失较小). 表 2 列出了上述资料二元素、三元素、四元素轨道改进所得结果与任务中心根数相比较的外符合误差.

表 2　单站轨道改进的外符合误差

Table 2　The external coincidental err of orbit determination result of one observation station

data	Δa(meter)	$\Delta e(10^{-4})$	Δi(second)	$\Delta\Omega$(second)	$\Delta\lambda$(second)
two element	75.0	−2.42	−28.12	−43.52	160.34
three element	56.0	0.72	−4.07	−6.66	56.12
four element	49.0	−0.04	11.45	18.54	48.06

表 3 给出了利用这段资料对大气面质比 C_DS/m 的改进情况，大气面质比的单位为平方米 / 千克，外符合误差以航天器发射前面质比的理论估算值作为比对标准，理论估算值是根据航天器质量、外形尺寸及飞行姿态进行计算所得的结果.

表 3　大气面质比 C_DS/m 的改进情况

Table 3　The improvement instance of C_DS/m

data	theoretic estimated value	calculated result	intramural coincidental err	external coincidental err
two element	0.005632	0.005205	± 0.000086	−0.000427
three element	0.005632	0.005366	± 0.000005	−0.000266
four element	0.005632	0.005546	± 0.000005	−0.000086

4.2 多站情况

表 4 列出了在包含以上单站资料的情况下，在同一测控工作段内，增加另一艘测量船 10 圈实测资料后，二元素、三元素、四元素轨道改进所得轨道根数的内符合误差. 增加了 10 圈测量资料后使整个资料的时间跨度达到 26 小时.

表 4 多站轨道改进的内符合误差

Table 4 The intramural coincidental err of orbit determination result of two observation stations

data	Δa(meter)	$\Delta e(10^{-6})$	Δi(second)	$\Delta\Omega$(second)	$\Delta\lambda$(second)
two element	± 16.1	± 11.40	± 0.042	± 0.16	± 3.54
three element	± 8.1	± 1.54	± 0.010	± 0.01	± 0.29
four element	± 1.2	± 0.85	± 0.022	± 0.01	± 0.27

同样，在进行外符合比较时，仍然以任务中心利用陆上固定站多圈资料的精密定轨结果作为比对标准，将改进结果外推到任务中心根数同一历元后，再进行比较. 表 5 列出了上述资料二元素、三元素、四元素轨道改进所得结果与任务中心根数相比较的外符合误差.

表 5 多站轨道改进的外符合误差

Table 5 The external coincidental err of orbit determination result of two observation station

data	Δa(meter)	$\Delta e(10^{-4})$	Δi(second)	$\Delta\Omega$(second)	$\Delta\lambda$(second)
two element	63.0	-1.92	-17.96	-41.29	165.56
three element	46.0	0.23	3.20	-2.95	65.16
four element	37.4	0.22	5.98	4.46	34.63

表 6 给出了利用多站资料大气面质比 C_DS/m 的改进情况，大气面质比的单位为平方米 / 千克.

表 6 大气面质比 C_DS/m 的改进情况

Table 6 The improvement instance of C_DS/m

data	theoretic estimated value	calculated result	intramural coincidental err	external coincidental err
two element	0.005632	0.005415	± 0.000032	-0.000217
three element	0.005632	0.005485	± 0.000003	-0.000147
four element	0.005632	0.005492	± 0.000002	-0.000140

5 分析和讨论

通过对以上实算结果的分析可知:

(1) 包含高精度测距资料的三元素定轨精度明显高于仅有测角资料的二元素定轨精度，而引入测速资料 $\dot{\rho}$ 后，四元素资料测轨精度相对于三元素资料的测轨精度有一定的

改善；利用多站资料的定轨精度相对于单站资料有显著提高，在这种情况下即使采用两元素测角资料定轨也能达到较高的精度.

(2) 综合分析测轨的内符合误差和外符合误差，在正常情况下，本文精密定轨方法利用海上移动站测量资料，可以达到 100 米以内的定轨精度，同时该方法还可以较好地确定航天器的面质比参数.

(3) 由于船位、船速、船摇测量的不确定性较大，以及其他未知系统误差的存在，不可避免地对实际定轨精度产生了较大影响，从定轨的外符合误差来看，海上测控系统与陆基测控网存在一定的定轨系统差，需要在今后的工作中做进一步的分析和探索.

参 考 文 献

1 Lu Ben-kui, Ma Jing-yuan, Xia Yi, et al. ChA&A, 2004, 28: 88

2 Lu Ben-kui, Ma Jing-yuan, Xia Yi, et al. AcASn, 2003, 44(4): 369 (陆本魁，马静远，夏益等，天文学报， 2003, 44(4): 369)

3 C·W·Gear. 常微分方程初值问题的数值解法. 北京：科学出版社， 1978

4 刘林. 航天器轨道理论. 北京：国防工业出版社， 2000

5 T·R· 凯恩等. 现代应用力学. 上海：上海翻译出版社， 1987

6 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制. 北京：北京航空航天大学出版社， 1998

7 Huang Tian-yi, Zhou Qing-lin. AcASn, 1992, 33(4): 413 (黄天衣，周庆林. 天文学报，1992, 33(4): 413)

Precise Orbit Determination Method for Maritime Floating Observation Station

KANG De-yong[1,2] XU Jin[1] MAO Yong-xing[2]

(1 *Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing* 210008)

(2 *The Department of Chinese Observatory on the Sea, Jiangyin* 214430)

Abstract The theory of satellite precise orbit determination is applied to maritime floating observation station. The conditional equations of orbit determination which is suited for maritime observation floating station are established. With this method, the computation of orbit determination is executed using tracking data obtained from a launch mission, and the results are analysed and discussed.

Key words precise orbit determination, maritime floating observation station, data processing