第 46 卷 第 3 期　　天 文 学 报　　Vol.46 No.3
2005 年 7 月　　ACTA ASTRONOMICA SINICA　　Jul., 2005

变化磁场中相对论电子系集体的共振逆康普顿散射谱*

刘当波 [1]　陈 磊 [1]　尤峻汉 [1]　张双南 [2]

(1 上海交通大学物理系空间与天体物理研究所 上海 200030)
(2 清华大学物理系天体物理中心 北京 100084)

摘要　强磁场中的共振逆康普顿散射 (RICS) 是产生伽玛射线的有效机制. 在前文工作的基础上, 导出强磁场中子星中具有幂律能谱的大量相对论电子沿中子星磁轴向外运动时在变化磁场中产生的集体 RICS 辐射谱 (RICS 谱光度) 的基本公式. 由此得到在中子星周边几种典型的低频辐射场中集体 RICS 辐射谱形的简单解析表示 (如热轫致辐射场、黑体辐射场, 以及非热低频幂律谱辐射场), 以便与实际观测谱形比较. 计算表明: 在满足匹配条件 (即近似共振条件) 下, RICS 辐射效率很高, 其谱形都是两段式 (折断的) 的幂律谱形式, 与周边低频场性质无关. 通过计算, 再一次论证 RICS 机制是伽玛射线脉冲星和伽玛暴 (GRBs) 在高能射线段 (硬 X- 射线和伽玛射线) 辐射的一个理想的高效辐射机制.

关键词　**辐射机制: 非热, 散射, 方法: 解析, γ 射线: 理论, γ 射线: 暴** (GRBs), **脉冲星: 普通**

中图分类号: P 157;　　**文献标识码:** A

1 引言

在我们前面的工作中 [1], 已经给出在给定的强磁场 B 中, 一个能量为 γ 的相对论电子产生的共振逆康普顿散射 (RICS) 的辐射谱功率公式 (见文 [1] 中公式 (10) 或 (12)). 利用这一简单公式, 可以讨论与强磁中子星和磁奇异星相关连的高频段的辐射现象, 如伽玛射线暴及伽玛射线脉冲星 [2−13] 等. 目前在这些伽玛射线源的流行模型中, 有一类认为它们与强磁中子星 (或磁奇异星) 相关连. 但对其伽玛射线辐射机制, 则还有争论. 我们认为, 由于 RICS 机制的高效、高频、较好的单色性和极好的方向性这些特点, 使之成为 γ- 射线脉冲星和伽玛暴 (GRBs) 在高能段 (硬 X 射线及伽玛射线) 的一个理想的辐射机制, 应给于充分考虑. 但是我们指出, 不能简单套用文 [1] 中公式 (10) 或 (12) 去描写这些天体的真实辐射谱形. 因为在中子星或奇异星的实际环境下, 大量的相对论电子并不具有单一能量, 而通常是具有幂律形能谱分布. 再者, 这些由磁极发出, 沿磁力线运动

2004-05-01 收到原稿, 2005-01-18 收到修改稿

* 国家自然科学基金 (No. 10373010) 和高校博士点科研基金 (No. 20030248012) 资助

的高能电子是在一个场强 B 随距离显著变化的磁偶极子场中穿过中子星周边低频辐射场的，场强 B 不是常量. 因此其 RICS 谱形应当具有比前文公式 (10) 或 (12) 更复杂的形状. 本文目的，就是在文 [1] 公式 (12) 基础上，求出中子星具有幂律形能谱分布的大量电子的电子系在变化磁场中运动产生的集体 RICS 辐射的谱形，以与实际观测谱形比较.

2 计算集体 RICS 谱的基本公式

我们已在文 [1] 公式 (12) 中给出，一个给定能量为 γ 的相对论电子在给定磁场 B 的强场中产生的 RICS 辐射谱功率为 [1]:

$$\frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{RICS}}}{\mathrm{d}\nu}=\left(\frac{3\pi r_0 c}{2\nu_{\mathrm{B}}}\right)\eta(\gamma,B)f\left(\nu/2\gamma\nu_{\mathrm{B}}\right)\qquad\left(\mathrm{ergs}\cdot\mathrm{sec}^{-1}\cdot\mathrm{Hz}^{-1}\right),\tag{1}$$

其中 $\nu_{\mathrm{B}}\equiv\dfrac{eB}{2\pi m_{\mathrm{e}}c}=2.8\times10^6B$ 是朗道频率， $2\gamma\nu_{\mathrm{B}}$ 是给定能量 γ 的电子在给定磁场 B 中的最高 RICS 辐射频率 (频率的上截止). $f(x)\equiv f(\nu/2\gamma\nu_{\mathrm{B}})$ 是能量为 γ 的单电子在给定磁场 B 中产生的 RICS 辐射的无量纲谱函数，表示单电子的无量纲的 RICS 谱形. 其中 $x\equiv\dfrac{\nu}{2\gamma\nu_{\mathrm{B}}}$ 是以最高散射频率为单位的无量纲散射频率.

$$f(x)=\begin{cases}2x^3-2x^2+x & (0<x<1)\\ 0 & (x\geq1)\end{cases}.$$

在 (1) 式中，$\eta(\gamma,B)\equiv2\pi\int_0^{\pi}I\left(\nu_i(\psi_i)\right)(1-\cos\psi_i)\sin\psi_i\mathrm{d}\psi_{\mathrm{i}}$ 是共振散射‘效率’. 当相对论电子沿中子星磁偶极场磁力线运动时，磁场随距离快速减小， $B(r)=\dfrac{1}{2}B_*R_*^3r^{-3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}\approx B_*R_*^3r^{-3}\left(1-3\theta^2/16\right)$ (当 $\theta\ll1$)[14]. 忽略磁场 B 对磁轴偏离角 θ 的很弱依赖关系，则磁场强度 B 近似只随距离 r 变化，近似为

$$B=B(r)=\left(B_*R_*^3\right)r^{-3},\tag{2}$$

其中 B_* 和 R_* 分别是中子星表面磁极处最大场强和中子星半径. 对于指定的辐射频率 ν, 令 $\nu=2\gamma\nu_{\mathrm{B}}$, 可以定出一个临界场强

$$B_{\mathrm{cr}}=\left(\frac{\pi m_{\mathrm{e}}c}{e}\right)\frac{\nu}{\gamma}.\tag{3}$$

对于能量为 γ 的电子，只当它在场强 $B\geq B_{\mathrm{cr.}}$ 的近场区运动时，才会对指定频率 ν 的辐射有贡献. 结合公式 (2) 和 (3), 得到临界距离为

$$r_{\mathrm{cr}}=\left(\frac{eB_*R_*^3}{\pi m_{\mathrm{e}}c}\right)^{1/3}\gamma^{1/3}\nu^{-1/3},\tag{4}$$

只当电子在 $r\leq r_{\mathrm{cr}}$ 的近距离上运动时，其 RICS 辐射才能在指定频率 ν 处有贡献. 由 (4) 式可见，频率越低，或者电子能量 γ 越高，电子有效的运行路程 r 可以越长. 利用 (1) 式

可以求出该电子在变化磁场中沿磁力线滑行时，在指定频率 ν 处产生的单色 RICS 辐射总能量为

$$\frac{1}{c}\int_{R_*}^{r_{\rm cr}}\frac{{\rm dp}^{\rm RICS}}{{\rm d}\nu}{\rm d}r=(3\pi r_0)\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)^2\left\{\int_{R_*}^{r_{\rm cr}}\eta(\gamma,\nu_{\rm B})\times\right.$$
$$\left.\left[2\left(\frac{\nu}{\gamma}\right)^3\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)^2B^{-4}-2\left(\frac{\nu}{\gamma}\right)^2\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)B^{-3}+\left(\frac{\nu}{\gamma}\right)B^{-2}\right]{\rm d}r\right\}.$$

将 (2) 式代入，则能量为 γ 的电子沿磁力线滑动时产生的总的单色辐射能量为

$$E(\nu,\gamma)\equiv\frac{1}{c}\int_{R_*}^{r_{\rm cr}}\frac{{\rm dp}^{\rm RICS}}{{\rm d}\nu}{\rm d}r=(3\pi r_0)\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)^2\{{\rm A}-{\rm B}+{\rm C}\}\qquad({\rm ergs\cdot Hz^{-1}})\,.\tag{5}$$

式中 A 、 B 、 C 代表 3 个对距离 r 的积分：

$$\begin{aligned}
{\rm A}&\equiv 2\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)^2\left(B_*R_*^3\right)^{-4}\left(\frac{\nu}{\gamma}\right)^3\int_{R_*}^{r_{\rm cr}}\eta(\gamma,B)r^{12}{\rm d}r\,,\\
{\rm B}&\equiv 2\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)\left(B_*R_*^3\right)^{-3}\left(\frac{\nu}{\gamma}\right)^2\int_{R_*}^{r_{\rm cr}}\eta(\gamma,B)r^{9}{\rm d}r\,,\\
{\rm C}&\equiv\left(B_*R_*^3\right)^{-2}\left(\frac{\nu}{\gamma}\right)\int_{R_*}^{r_{\rm cr}}\eta(\gamma,B)r^{6}{\rm d}r\,,
\end{aligned}\tag{6}$$

其中积分上限 $r_{\rm cr}$ 由 (4) 式给出.

但是注意到，实际的中子星周边低频场区的半径 R 常常是有限大的. 对于指定的 RICS 频率 ν, 当电子能量很大 ($\gamma\to\infty$), 会使 (4) 式给出的 $r_{\rm cr}$ 大于 R, 甚至有 $r_{\rm cr}\gg R$, 此时在 (5) 式和 (6) 式中积分上限应改取 R, 不可取 $r_{\rm cr}$. 令 (4) 式中的 $r_{\rm cr}=R$, 即可由 (4) 得到一个临界能量

$$\gamma^{\rm cr}=\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)\left(B_*R_*^3\right)^{-1}R^3\nu=\frac{\nu}{2\nu_{\rm B}(R)}\,.\tag{7}$$

对指定频率 ν, 当电子能量 $\gamma\le\gamma^{\rm cr}$, 公式 (5) 和 (6) 中的积分上限就是由 (4) 式给出的 $r_{\rm cr}$. 而当 $\gamma>\gamma^{\rm cr}$, 积分上限应改取 R, 即公式 (5) 和 (6) 应代以下面的 (8) 和 (9) 式.

$$E(\nu,\gamma)\equiv\frac{1}{c}\int_{R_*}^{R}\frac{{\rm dp}^{\rm RICS}}{{\rm d}\nu}{\rm d}r=(3\pi r_0)\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)^2\{{\rm A}-{\rm B}+{\rm C}\}\ \ ({\rm ergs\cdot Hz^{-1}})\ \ (\text{当}\ \gamma>\gamma^{\rm cr})\,,\tag{8}$$

以及

$$\begin{aligned}
{\rm A}&\equiv 2\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)^2\left(B_*R_*^3\right)^{-4}\left(\frac{\nu}{\gamma}\right)^3\int_{R_*}^{R}\eta(\gamma,B)r^{12}{\rm d}r\,,\\
{\rm B}&\equiv 2\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)\left(B_*R_*^3\right)^{-3}\left(\frac{\nu}{\gamma}\right)^2\int_{R_*}^{R}\eta(\gamma,B)r^{9}{\rm d}r\,,\\
{\rm C}&\equiv\left(B_*R_*^3\right)^{-2}\left(\frac{\nu}{\gamma}\right)\int_{R_*}^{R}\eta(\gamma,B)r^{6}{\rm d}r\,.
\end{aligned}\tag{9}$$

如果单位时间中由中子星磁极处发射出的快电子具有幂律形式电子发射能谱

$$N(\gamma)\mathrm{d}\gamma = N_0\gamma^{-n}\mathrm{d}\gamma\,(\mathrm{Parlicles}\cdot\sec^{-1}) \qquad (\gamma_1<\gamma<\gamma_2)\,, \tag{10}$$

则每秒内所有的能量为 γ 的单能电子贡献的频率为 ν 的单色 RICS 辐射总能量是

$$l_\nu^{\mathrm{RICS}}(\gamma) = E(\nu,\gamma)N(\gamma)\mathrm{d}\gamma = E(\nu,\gamma)N_0\gamma^{-n}\mathrm{d}\gamma\,(\mathrm{ergs}\cdot\sec^{-1}\cdot\mathrm{Hz}^{-1})\,, \tag{11}$$

将 (5) 和 (6) 式 (或 (8) 及 (9) 式) 代入 (11) 式，并完成对电子能量 γ 的积分，就得到电子系集体的 RICS 辐射单色谱光度

$$L_\nu^{\mathrm{RICS}} = N_0(3\pi r_0)\left(\frac{\pi m_\mathrm{e}c}{e}\right)^2\int_\gamma \gamma^{-n}\mathrm{d}\gamma\,\{\mathrm{A}-\mathrm{B}+\mathrm{C}\}\,(\mathrm{ergs}\cdot\sec^{-1}\cdot\mathrm{Hz}^{-1})\,. \tag{12}$$

其中，被积式中的 3 个距离积分 A 、 B 、 C 由 (6) 式或者 (9) 式给出 (当 $\gamma\le\gamma^{\mathrm{cr}}$, 采用 (6) 式；当 $\gamma>\gamma^{\mathrm{cr}}$ 则采用 (9) 式). 大量电子沿中子星磁力线向外滑行时集体的 RICS 辐射谱形，即 $L_\nu^{\mathrm{RICS}}\sim\nu$ 曲线，即由 (12) 式给出.

但应指出， (12) 式中对电子能量 γ 的积分，需要仔细分析其积分限的选取. 按照准单色近似 [1], 能量在 $(\gamma_1\le\gamma\le\gamma_2)$ 范围的电子，在最大场强 B_* 处 RICS 辐射的主要频段应为 $2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}_*}\le\nu\le2\gamma_2\nu_{\mathrm{B}_*}$. 显见，当频率 $\nu\ge\nu_{\max}=2\gamma_2\nu_{\mathrm{B}_*}$, 则 RICS 辐射根本不存在， $L_\nu^{\mathrm{RICS}}=0$, 不必计算. 当 $2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}_*}\le\nu\le2\gamma_2\nu_{\mathrm{B}_*}$ (以下称为 RICS 辐射的高频段), 则只有当电子能量 γ 满足关系 $2\gamma\nu_{\mathrm{B}_*}\ge\nu$ 时，才对指定频率 ν 的辐射有贡献，由此得积分下限为 $\gamma=\nu/2\nu_{\mathrm{B}_*}$, 所以

$$L_\nu^{\mathrm{RICS}} = (3\pi r_0)\left(\frac{\pi m_\mathrm{e}c}{e}\right)^2\int_{\nu/2\nu_{\mathrm{B}_*}}^{\gamma_2} N(\gamma)\mathrm{d}\gamma\,\{\mathrm{A}-\mathrm{B}+\mathrm{C}\}\,(\text{当}2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}_*}\le\nu\le2\gamma_2\nu_{\mathrm{B}_*},\text{高频段})\,, \tag{13}$$

式中的距离积分 A, B, C 当然采用 (6) 式.

当 $\nu<2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}_*}$, 则间隔 (γ_1,γ_2) 中所有电子均对该频率的辐射有贡献，这是由 (1) 式中的谱函数 $f(x)$ 的形式看出的. 故对能量 γ 的积分上下限就是 (γ_1,γ_2). 从而

$$L_\nu^{\mathrm{RICS}} = (3\pi r_0)\left(\frac{\pi m_\mathrm{e}c}{e}\right)^2\int_{\gamma_1}^{\gamma_2} N(\gamma)\mathrm{d}\gamma\,\{\mathrm{A}-\mathrm{B}+\mathrm{C}\}\,.$$

但被积式中的关于距离的积分 $\{\mathrm{A}-\mathrm{B}+\mathrm{C}\}$ 的计算到底采用 (6) 式还是 (9) 式则需仔细分析. 按照 (7) 式，公式 (6) 和 (9) 的适用范围的能量分界点为 γ^{cr}. 对于指定的 RICS 频率 ν, $\gamma^{\mathrm{cr}}=\nu/2\nu_{\mathrm{B}}(R)$(见 (7) 式). 当 $\gamma^{\mathrm{cr}}>\gamma_1$ 时，即频率处于间隔 $2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}}(R)\le\nu\le2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}_*}$ (以下将此频段称为中频段) 时， (12) 式中对能量的积分应当分段进行：

$$\begin{aligned} L_\nu^{\mathrm{RICS}} \;=\;& (3\pi r_0)\left(\frac{\pi m_\mathrm{e}c}{e}\right)^2 \\ & \left[\int_{\gamma_1}^{\nu/2\nu_{\mathrm{B}}(R)} N(\gamma)\mathrm{d}\gamma\,\{\mathrm{A}-\mathrm{B}+\mathrm{C}\}+\int_{\nu/2\nu_{\mathrm{B}}(R)}^{\gamma_2} N(\gamma)\mathrm{d}\gamma\,\{\mathrm{A}-\mathrm{B}+\mathrm{C}\}\right] \\ & (\text{对}2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}}(R)\le\nu\le2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}_*},\ \text{中频段})\,, \end{aligned} \tag{14}$$

其中第一个积分的被积式应采用 (6) 式，而第二个积分采用 (9) 式.

对于很低频段， $\nu \le 2\gamma_1\nu_{\rm B}(R)$, 则有 $\gamma^{\rm cr} \le \gamma_1$, 此时能量积分不必分段. 集体 RICS 谱光度简单为

$$L_\nu^{\rm RICS} = (3\pi r_0)\left(\frac{\pi m_{\rm e}c}{e}\right)^2 \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} N(\gamma){\rm d}\gamma\,\{{\rm A}-{\rm B}+{\rm C}\} \qquad (\text{对}\ \nu \le 2\gamma_1\nu_{\rm B}(R), \text{低频段}), \quad (15)$$

(15) 式中的距离积分 A 、 B 、 C 的计算显然一律采用 (9) 式.

(13) 、 (14) 和 (15) 式分别为高频段、中频段和低频段基本公式，即计算变化磁场中电子系集体 RICS 谱的基本公式. 可见，要计算集体 RICS 辐射能谱，必须首先计算 (13)— (15) 式中的 3 个距离积分 A 、B 、C. 由于 A 、B 、C 中都含有散射效率 $\eta(\gamma, B)$, 它是一个关于方向角 ψ_i 的积分. 因此在以下辐射谱计算中，首先对中子星周边各种形式周边低频辐射场推导出散射效率 $\eta(\gamma, B)$ 的解析表示. 进而计算出 3 个对距离的积分 A 、 B 、 C, 最后完成对能量 γ 的积分 (13)—(15) 式，分段定出集体 RICS 谱形.

3　各种周边低频场中的集体 RICS 谱

3.1　低频韧致辐射场

首先讨论的情况是中子星 (或奇异星) 周边被广延的球形韧致辐射场区包围，辐射场半径为 R, 假定 $R \gg R_*$. 为明确起见，只讨论很稀薄 (光学薄) 而温度又很高的热等离子体的纯粹的热韧致辐射场，这会使以下计算大为简化. 因为如果温度不太高，则复合连续谱以及复合线辐射都不可忽略. 此时 3 种辐射机制并存，使低频场有复杂谱形，不再是纯的韧致谱. 这使 RICS 辐射谱的讨论过于复杂. 在实际的中子星情况下，由观测的韧致谱定出的电子温度确实高达 $T_{\rm e} \sim 10^{7-8}\,{\rm K}$, 高温假定符合实际. 对于高温等离子体的纯韧致辐射场，在整个辐射频段上，其强度表示为 [15,16]

$$I(\nu_i) \approx 7.6\times10^{-39} n_{\rm e}^2 T_{\rm e}^{-\frac{1}{2}} R\cdot\exp\left(-\frac{h\nu_i}{kT_{\rm e}}\right) \equiv C_1 n_{\rm e}^2 T_{\rm e}^{-\frac{1}{2}} R\cdot\exp\left(-\frac{h\nu_i}{kT_{\rm e}}\right), \qquad (16)$$

其中 $C_1 \equiv 7.6\times10^{-39}$, 上式已简单假定了源内有宇宙学丰度, 故利用了 $S \equiv \sum_{\rm Z} Z^2 n_{\rm Z} n_{\rm e} = 1.4 n_{\rm e}^2$ 得到上式. $n_{\rm e}$, $T_{\rm e}$ 是等离子体中电子密度和温度. R 是韧致辐射场的半径 (由于 $R \gg R_*$, 忽略了 $r \approx R$ 部分的边缘效应，则低频场可近似看成球形各向同性场， $I(\nu_i)$ 与角度无关). 上式已近似取自由 - 自由冈特因子 $g_{\rm ff} \approx 1$. 如前所述，求集体 RICS 辐射谱的前提是先求 '散射效率'$\eta(\gamma, B)$. 将文 [1] 中的共振频率 $\nu_i = \nu_i(\psi_i) = \dfrac{\nu_{\rm B}}{\gamma}(1-\cos\psi_i)^{-1}$ 代入 (1) 式和 '效率'η 的表达式，得到

$$\begin{aligned}\eta(\gamma, B) &= 2\pi\int_0^\pi I\left(\nu_i(\psi_i)\right)(1-\cos\psi_i)\sin\psi_i{\rm d}\psi_i = \\ &\quad 2\pi C_1 n_{\rm e}^2 T_{\rm e}^{-\frac{1}{2}} R\int_{1/2}^\infty \xi^{-3}\exp\left(-\frac{h\nu_{\rm B}}{\gamma kT_{\rm e}}\xi\right){\rm d}\xi\,, \end{aligned} \qquad (17)$$

其中积分变量已做了代换，取为 $\xi = (1-\cos\psi_i)^{-1}$. 对于典型中子星情况，通常有 $B \sim 10^{11}-10^{12}\,{\rm Gs}$, $T_{\rm e} \sim 10^7 - 10^8\,{\rm K}$, 相应于 $h\nu_{\rm B} \sim 1-10\,{\rm keV}$, $kT_{\rm e} \sim 1-10\,{\rm keV}$. 因此通常情

况下有 $1\lesssim\dfrac{h\nu_{\rm B}}{kT_{\rm e}}\lesssim 10$, 而相对论电子的 $\gamma\gg 1$. 在 $h\nu_{\rm B}/\gamma kT_{\rm e}\ll 1$ 的典型情况下, 得到效率 η 的一个好的近似表示为

$$\begin{aligned}\eta(\gamma,B) &= 2\pi C_1 n_{\rm e}^2 T_{\rm e}^{-\frac{1}{2}} R\left(2-\frac{h\nu_{\rm B}}{\gamma kT_{\rm e}}\right)\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{h\nu_{\rm B}}{\gamma kT_{\rm e}}\right)\approx \\ & 4\pi C_1 n_{\rm e}^2 T_{\rm e}^{-\frac{1}{2}} R\left(1-\frac{h\nu_{\rm B}}{\gamma kT_{\rm e}}\right). \end{aligned}\tag{18}$$

将 (18) 式代入 (6) 或 (9) 式, 即可得到 3 个积分值 A 、 B 、 C. 再代入 (13)—(15) 式, 完成对电子能量 γ 的积分. 最后得到在中子星周边轫致辐射场包围情况下的电子系集体的 RICS 辐射谱形. 计算的集体 RICS 辐射谱形 $L_\nu^{\rm RICS}\sim\nu$ 曲线见图 1(a), 图中实线、点线和点划线分别对应于低频场的半径为 $R=5.0\times10^6$ 、 1.0×10^7 和 $5.0\times10^7\,{\rm cm}$ 的 RICS 辐射谱形曲线. 计算中的其他参量取为: 电子能谱指数 $n=2.5$, 相对论电子能量截止下限 $\gamma_1=10^3$, 中子星表面磁极处最大磁场 $B_*=10^{12}\,{\rm Gs}$, 中子星半径 $R_*=10^6\,{\rm cm}$, 轫致辐射场温度 $T_{\rm e}=10^7\,{\rm K}$.

如果略去高级小量, 则可化简 (13)—(15) 式, 得到各波段谱形的简单解析表达式如下:

(1) 在 RICS 高频段 $2\gamma_1\nu_{\rm B_*}\le\nu\le2\gamma_2\nu_{\rm B_*}$, 略去高级小量, 按以下几种情况, 由 (13) 式分别得到以下近似式:

(a) 当电子能谱指数 $n>7/3$ 时

$$\begin{aligned}L_\nu^{\rm RICS} &\approx (3\pi r_0)(8\pi C_1) N_0 n_{\rm e}^2 T_{\rm e}^{-\frac{1}{2}} R_* R\times \\ &\left\{\left[4.8\times10^{-2}\frac{1}{n-7/3}-\frac{1}{13}\frac{1}{n+2}+\frac{1}{10}\frac{1}{n+1}-\frac{1}{14}\frac{1}{n}\right]\left(\frac{eB_*}{\pi m_{\rm e}c}\right)^{n-2}\nu^{-(n-1)}\right\} \\ &\qquad (\text{当 } 2\gamma_1\nu_{\rm B_*}\le\nu\le2\gamma_2\nu_{\rm B_*},\ \text{高频段}), \end{aligned}\tag{19}$$

令 $y\equiv\nu/2\nu_{\rm B_*}$ 为无量纲频率或能量, 则 (19) 式可整理为

$$\begin{aligned}L_\nu^{\rm RICS} &\approx (3\pi r_0)(8\pi C_1) N_0 n_{\rm e}^2 T^{-\frac{1}{2}} R R_* \left(\frac{eB_*}{\pi m_{\rm e}c}\right)^{-1}\times \\ &\left[4.8\times10^{-2}\frac{1}{n-7/3}-\frac{1}{13}\frac{1}{n+2}+\frac{1}{10}\frac{1}{n+1}-\frac{1}{14}\frac{1}{n}\right]y^{-(n-1)}= \\ &C_0^{\rm brem}\left[4.8\times10^{-2}\frac{1}{n-7/3}-\frac{1}{13}\frac{1}{n+2}+\frac{1}{10}\frac{1}{n+1}-\frac{1}{14}\frac{1}{n}\right]y^{-(n-1)}, \end{aligned}\tag{20}$$

其中 $C_0^{\rm brem}=9.06\times10^{-58}N_0n_{\rm e}^2T^{-\frac{1}{2}}RR_*B_*$(以下相同), 由 (19) 或 (20) 式可见, 高频段的集体 RICS 谱为简单的幂律形式, 谱指数为 $(n-1)$. 为了使公式简单明了, 以下方程中均以无量纲的光子频率 (能量)y 代替频率 ν.

(b) 当电子能谱指数 $n<7/3$ 时

$$L_\nu^{\rm RICS} \approx C_0^{\rm brem}\left\{4.8\times10^{-2}\frac{1}{7/3-n}\gamma_2^{(7/3-n)}y^{-\frac{4}{3}} - \left[4.8\times10^{-2}\frac{1}{7/3-n}+\frac{1}{13}\frac{1}{n+2}-\frac{1}{10}\frac{1}{n+1}+\frac{1}{14}\frac{1}{n}\right]y^{-(n-1)}\right\}, \quad (21)$$

即当电子能谱指数 $n<7/3$ 时，高频段的集体 RICS 谱仍为幂律形，但谱指数近似为 4/3. 对于能谱指数恰为 7/3 的特殊情况，我们免去烦琐讨论，仅指出仍然得到谱指数是 4/3 的幂律谱.

对于 $\nu\le 2\gamma_1\nu_{\rm B_*}$ 的中频段和低频段， RICS 谱形则分别由 (14) 和 (15) 式计算.

(2) 在中频段 $2\gamma_1\nu_{\rm B}(R)\le\nu\le 2\gamma_1\nu_{\rm B_*}$，由于这一频率范围对应的临界能量 $\gamma^{\rm cr}\equiv\nu/2\nu_{\rm B}(R)\ge\gamma_1$，故应采用 (14) 式计算集体 RICS 谱. 略去高级小量，可得 RICS 谱光度为

$$L_\nu^{\rm RICS}\approx C_0^{\rm brem}\left\{\gamma_1^{-n}\left[4.8\times10^{-2}\frac{1}{n-\frac{7}{3}}\gamma_1^{\frac{7}{3}}y^{-\frac{4}{3}}-\frac{1}{13}\frac{1}{n+2}\gamma_1^{-2}y^3+\frac{1}{10}\frac{1}{n+1}\gamma_1^{-1}y^2-\frac{1}{14}\frac{1}{n}y\right]-\left(\frac{R_*}{R}\right)^{3n-7}\left[4.8\times10^{-2}\frac{1}{n-\frac{7}{3}}-\frac{1}{13}\frac{1}{n+2}+\frac{1}{10}\frac{1}{n+1}-\frac{1}{14}\frac{1}{n}\right]y^{-(n-1)}\right\}$$

(当 $2\gamma_1\nu_{\rm B}(R)\le\nu\le 2\gamma_1\nu_{\rm B_*}$， 中频段) . (22)

由 (22) 式可见，在中频段出现谱形倒转. 在以下模型计算中，我们取电子能谱指数典型值 $n=2.5$, 中子星表面磁场典型值 $B_*=10^{12}$ Gs. 中子星半径 $R_*=10^6$ cm, 计算结果显示，对应于相对论电子能量截止下限 $\gamma_1=10^3$, 以及低频辐射场半径 $R=5.0\times10^6$ cm, 1.0×10^7 cm, 5.0×10^7 cm, 热轫致辐射场的 RICS 辐射谱的极大值分别出现于峰频位置 $h\nu_{\rm p}\simeq 2.61\times10^2$ keV, $\simeq 3.26\times10^1$ keV, 以及 $\simeq 2.61\times10^{-1}$ keV. 即峰频位置近似有 $h\nu_{\rm p}\approx 1.4\left(\frac{R}{R_*}\right)^{-3}(2\gamma_1 h\nu_{\rm B_*})=1.4\,(2\gamma_1 h\nu_{\rm B}(R))$. 此峰频位置亦可对 (22) 式求极值得到且与数值计算结果一致 (见图 1), 显然峰频位置 $h\nu_{\rm p}$ 与相对论电子能量截止下限 γ_1 和低频辐射场半径 R 有关，但受电子能谱指数 n 的影响比较弱.

(3) 在低频段， $\nu\le 2\gamma_1\nu_{\rm B}(R)$, 此时 $\gamma_1\ge\nu/2\nu_{\rm B}(R)=\gamma^{\rm cr}$, RICS 谱光度由 (15) 式给出，且被积式中的 3 个积分 A 、 B 、 C 仅由 (9) 式决定. 略去高级小量，近似得到低频段 RICS 谱光度为

$$L_\nu^{\rm RICS}\approx C_0^{\rm brem}\gamma_1^{-n}\left[\frac{1}{13}\frac{1}{n+2}\left(\frac{R}{R_*}\right)^{13}\gamma_1^{-2}y^3-\frac{1}{10}\frac{1}{n+1}\left(\frac{R}{R_*}\right)^{10}\gamma_1^{-1}y^2+\frac{1}{14}\frac{1}{n}\left(\frac{R}{R_*}\right)^{7}y\right]$$

(当 $\nu\le 2\gamma_1\nu_{\rm B}(R)$， 低频段) . (23)

由 (23) 式可见，低频段的 RICS 集体辐射谱是一段上升的幂律谱．特别当频率很低时，$y \to 0$, 有 $L_\nu^{\rm RICS} \propto \nu$ 的简单上升形式．利用近似解析公式 (20) 或 (21), (22) 和 (23) 式计算的 RICS 辐射谱形曲线也画在图 1(b) 中，参量选取如前．可以看出，近似解析公式的计算结果 (图 1(b)) 和严格公式的数值计算结果 (图 1(a)) 符合很好，两种方法计算的 RICS 辐射谱形曲线几乎完全重合在一起．全频段近似表现为两段式的折断的幂律谱 (broken power-law spectrum).

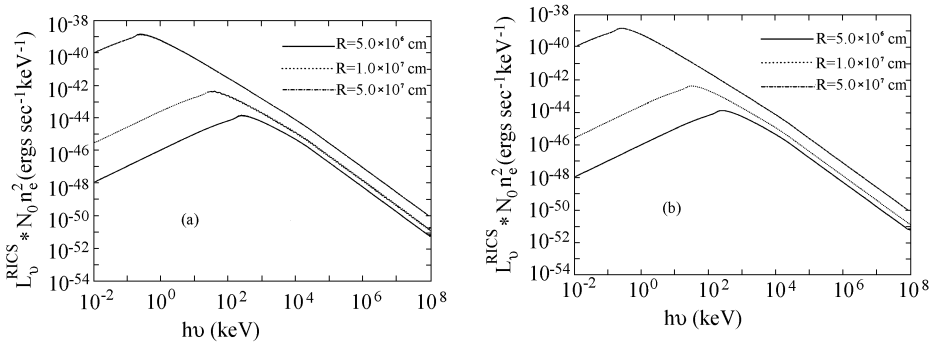

图 1 在热轫致低频辐射场中产生的集体 RICS 辐射谱形 $L_\nu^{\rm RICS} \sim \nu$, (a) 和 (b) 分别为严格公式和近似解析公式的计算结果

Fig. 1 1 The calculated collective RICS spectra $L_\nu^{\rm RICS} \sim \nu$ in the bremsstrahlung radiation field. (a) and (b) represent the results calculated by the strict formulae and by the approximate analytic formulae respectively.

3.2 低频 (各向同性) 黑体辐射场

如果包围中子星周边的低频场是各向同性的黑体辐射场 (同样，在半径 $R \gg R_*$ 情况下，忽略边缘效应，则各向同性是好的近似), 其强度 $I(\nu_i) = \dfrac{2h\nu_i^3}{c^2}\dfrac{1}{\exp\left(h\nu_i/kT\right)-1}$, 代入共振条件 $\nu_i = \dfrac{\nu_{\rm B}}{\gamma(1-\cos\psi_i)}$, 则

$$I\left(\nu_i(\psi_i)\right) = \frac{2h}{c^2}\left(\frac{\nu_{\rm B}}{\gamma}\right)^3 \frac{\chi^{-3}}{\exp\left[\dfrac{h\nu_{\rm B}}{\gamma kT}\chi^{-1}\right]-1} \qquad (\chi \equiv 1-\cos\psi_i)\,, \tag{24}$$

故 '效率' 为

$$\begin{aligned}\eta(\gamma,\nu_{\rm B}) &= 2\pi\int_0^\pi I\left(\nu_i(\psi_i)\right)(1-\cos\psi_i)\sin\psi_i {\rm d}\psi_i \\ &= \frac{4\pi h}{c^2}\left(\frac{\nu_{\rm B}}{\gamma}\right)^3\int_0^2 \frac{\chi^{-2}}{\exp\left[\dfrac{h\nu_{\rm B}}{\gamma kT}\chi^{-1}\right]-1}{\rm d}\chi\,,\end{aligned} \tag{25}$$

故由此得到

$$\eta(\gamma,\nu_{\rm B}) = \frac{2\pi h}{c^2}\left(\frac{\nu_{\rm B}}{\gamma}\right)^3\left[1-\left(\frac{2\gamma kT}{h\nu_{\rm B}}\right)\ln\left(\exp\left[\frac{h\nu_{\rm B}}{2\gamma kT}\right]-1\right)\right]. \tag{26}$$

将 (26) 式代入 (6) 或 (9) 式，得到 3 个距离积分 A 、 B 、 C. 再代入 (13), (14) 和 (15) 式，完成对电子能量 γ 积分，即得黑体辐射场中电子系集体的 RICS 辐射谱形曲线.

对于黑体辐射场，在做谱计算之前，有必要根据电子系产生高效 RICS 辐射的适配条件 (也可以叫 “近似共振条件”) 即 $\overline{\gamma}h\overline{\nu}_i \approx h\nu_{\rm B}$, 对计算参量如黑体温度 T, 中子星表面最大磁场 B_*, 电子能谱的下限 γ_1 等的取值范围作出约束. 对于陡的幂律形电子能谱，显然有 $\overline{\gamma} \gtrsim \gamma_1$. 对于黑体场，平均光子能量是 $h\overline{\nu}_i \approx 3.8kT \approx 4kT$, 因此在中子星表面最大磁场处，适配条件成为

$$\gamma_1 \approx h\nu_{\rm B_*}/4kT\,. \tag{27}$$

在满足 (27) 式情况下，中子星表面处有显著 RICS 辐射. 定义 $h\nu_{\rm B_*}/4kT \equiv \gamma_{\rm c}$, 则 (27) 式成为

$$\gamma_1 \approx \gamma_{\rm c}\,. \tag{28}$$

如果 $\gamma_1 \gg h\nu_{\rm B_*}/4kT \equiv \gamma_{\rm c}$, 则 RICS 辐射完全可以忽略不计，本文将不再讨论此情况. 如果 $\gamma_1 < \gamma_{\rm c}$, 则尽管表面处没有显著 RICS 辐射存在，但在远处某一距离 r 处，总会满足条件 $\gamma_1 \approx h\nu_{\rm B}(r)/4kT$, 使 RICS 机制重新有效，这种情况我们将在后面加以论述. 因此在以下谱形计算中，对于典型中子星磁场 $B_* = 10^{12}$ Gs, 我们选择参量组 (γ_1, T) 的标准是使之满足 $\gamma_1 \approx \gamma_{\rm c}$ 或者 $\gamma_1 < \gamma_{\rm c}$. 以下首先计算 $\gamma_1 \approx \gamma_{\rm c}$ 情况. 在计算中，选定典型参量值电子能谱指数 $n = 2.5$, 黑体辐射场半径 $R = 10^7\,{\rm cm}$, 中子星半径 $R_* = 10^6\,{\rm cm}$ 及中子星表面最大磁场 $B_* = 10^{12}\,{\rm Gs}$. 在给定 $B_* = 10^{12}\,{\rm Gs}$ 情况下我们分别按 $\gamma_1 \approx \gamma_{\rm c}$ 选取参量组为 (γ_1, T) 为 $\gamma_1 = 35$, $T = 10^6\,{\rm K}$; $\gamma_1 = 7$, $T = 5\times 10^6\,{\rm K}$; 以及 $\gamma_1 = 3.5$, $T = 10^7\,{\rm K}$, 计算的 RICS 辐射谱形曲线 $L_\nu^{\rm RICS} \sim \nu$ 用实线示于图 2. 另外我们也选取了一组参量值 $\gamma_1 = 20$, $T = 10^7\,{\rm K}$ 计算了其 RICS 辐射谱形曲线，亦示于图 2. 在此组参量值中的 γ_1 略大于 $\gamma_{\rm c}$, $\gamma_1 \gtrsim \gamma_{\rm c}$, 即稍偏离匹配条件. 我们选取 $\gamma_1 \gtrsim \gamma_{\rm c}$ 的一组参量做计算，是要证实偏离匹配条件时， RICS 辐射光度将明显下降这一预言 (见图 2).

对于黑体低频辐射场情况，在满足匹配条件下，很难得到谱形的近似解析表达式. 然而，在稍偏离匹配条件时，即 $\gamma_1 \gtrsim \dfrac{h\nu_{\rm B_*}}{4kT} \equiv \gamma_{\rm c}$ 条件下， RICS 辐射谱形可有简单的近似解析表示式. 和钫致低频辐射场一样，如果忽略计算中的高级小量，就可以用类似的方法简化 RICS 辐射谱形公式 (13), (14) 和 (15). 对于实际的强磁中子星， $\gamma_{\rm c} \equiv h\nu_{\rm B_*}/4kT$ 通常只在 $1 \lesssim \gamma_{\rm c} \lesssim 100$ 之间取值，因此，只要电子能量 $\gamma > \gamma_1 \gtrsim \gamma_{\rm c}$, (27) 式即可简化为：

$$\eta(\gamma, \nu_{\rm B}) \approx \frac{2\pi}{c^2}\gamma^{-3}\nu_{\rm B}^2\,(2\gamma kT)\ln\left(\frac{2\gamma kT}{h\nu_{\rm B}}\right)\,. \tag{29}$$

代入 $\nu_{\rm B} = \nu_{\rm B}(r) \equiv \dfrac{eB(r)}{2\pi m_{\rm e}c}$, 效率 η 写为

$$\eta(\gamma, B(r)) = \frac{\pi kT}{c^2}\left(\frac{eB_*R_*^3}{\pi m_{\rm e}c}\right)^2\gamma^{-2}r^{-6}\ln\left[\frac{4\gamma kT}{h}\left(\frac{eB_*R_*^3}{\pi m_{\rm e}c}\right)^{-1}r^3\right]\,, \tag{30}$$

将简化的 η 公式 (30) 代入 (6) 或 (9) 式，再代入 (13), (14) 和 (15) 式，完成对电子能量 γ 的积分，得到黑体辐射场中集体 RICS 谱形的近似简化表示式：

(i) 高频段 $2\gamma_1\nu_{\rm B_*}\le\nu\le2\gamma_2\nu_{\rm B_*}$, 电子系集体 RICS 近似辐射谱形为:

$$\begin{aligned}L_\nu^{\rm RICS}\;\approx\;&C_0^{\rm bb\cdot}\left[\frac{11}{28}\frac{1}{n+\frac{5}{3}}-\frac{1}{7}\frac{1}{n+4}+\frac{1}{4}\frac{1}{n+3}-\frac{1}{2}\frac{1}{n+2}\right]\\&\left|\ln\left[6.7\times10^{-5}\left(\frac{B_*}{T}\right)y^{-1}\right]\right|y^{-(n+1)}\\&(\text{当 }2\gamma_1\nu_{\rm B_*}\le\nu\le2\gamma_2\nu_{\rm B_*},\ \text{高频段}),\end{aligned}\tag{31}$$

其中, 系数 $C_0^{\rm bb\cdot}\equiv1.4\times10^{-41}N_0B_*R_*T$. 由 (31) 式可见, 各向同性低频黑体辐射场在高频段的集体 RICS 谱近似为是谱指数为 $(n+1)$ 的幂律下降谱. n 是电子能谱指数.

(ii) 中频段 $2\gamma_1\nu_{\rm B}(R)\le\nu\le2\gamma_1\nu_{\rm B_*}$, 电子系集体 RICS 近似辐射谱形为

$$\begin{aligned}L_\nu^{\rm RICS}\;\approx\;&C_0^{\rm bb}\left\{\gamma_1^{-(n+2)}\left[\frac{11}{28}\frac{1}{n+5/3}\left|\ln\left[6.7\times10^{-5}\left(\frac{B_*}{T}\right)\gamma_1^{-2}y\right]\right|\gamma_1^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}-\right.\right.\\&\left.\left(\frac{1}{7}\frac{1}{n+4}\gamma_1^{-2}y^3-\frac{1}{4}\frac{1}{n+3}\gamma_1^{-1}y^2+\frac{1}{2}\frac{1}{n+2}y\right)\left|\ln\left[6.7\times10^{-5}\left(\frac{B_*}{T}\right)\gamma_1^{-1}\right]\right|\right]-\\&\left(\frac{R_*}{R}\right)^{3n+5}\left[\frac{11}{28}\frac{1}{n+5/3}-\frac{1}{7}\frac{1}{n+4}+\frac{1}{4}\frac{1}{n+3}-\frac{1}{2}\frac{1}{n+2}\right]\times\\&\left.\left|\ln\left[6.7\times10^{-5}\left(\frac{B_*}{T}\right)\left(\frac{R_*}{R}\right)^6y^{-1}\right]\right|y^{-(n+1)}\right\}\\&(\text{当 }2\gamma_1\nu_{\rm B}(R)\le\nu\le2\gamma_1\nu_{\rm B_*},\ \text{中频段}),\end{aligned}\tag{32}$$

(32) 式表明各向同性黑体辐射场中的 RICS 辐射谱形在中频段会出现倒转, 同样对 (32) 式求极值得到各向同性黑体辐射场 RICS 辐射谱出现极大的峰频位置. 参量选取同前, 对应于相对论电子能量下限和黑体辐射场温度的参量组 (γ_1,T) 为 $\gamma_1=20, T=10^7\,{\rm K}$, 峰频位置为 $h\nu_{\rm p}\simeq1.12\times10^2\,{\rm keV}$. 此峰频位置与电子能谱指数 n, 黑体低频辐射场温度 T 和辐射场半径 R 关系很小, 只明显与 γ_1, B_* 值有关. 各向同性黑体辐射场 RICS 辐射谱的峰频位置接近于 $\sim0.24\,(2\gamma_1h\nu_{\rm B_*})$. 此峰频位置与图 2 中的数值计算结果一致.

(iii) 低频段 $\nu\le2\gamma_1\nu_{\rm B}(R)$, 电子系集体 RICS 近似辐射谱形为

$$\begin{aligned}L_\nu^{\rm RICS}\;\approx\;&C_0^{\rm bb}\gamma_1^{-(n+2)}\left|\ln\left[6.7\times10^{-5}\left(\frac{B_*}{T}\right)\left(\frac{R_*}{R}\right)^3\gamma_1^{-1}\right]\right|\times\\&\left[\frac{1}{7}\frac{1}{n+4}\left(\frac{R}{R_*}\right)^7\gamma_1^{-2}y^3-\frac{1}{4}\frac{1}{n+3}\left(\frac{R}{R_*}\right)^4\gamma_1^{-1}y^2+\frac{1}{2}\frac{1}{n+2}\left(\frac{R}{R_*}\right)y\right]\\&(\text{当 }\nu\le2\gamma_1\nu_{\rm B}(R),\ \text{低频段}),\end{aligned}\tag{33}$$

可见, 各向同性低频黑体辐射场的低频段集体 RICS 谱是上升幂律谱. 当频率很低时近似有 $L_\nu^{\rm RICS}\propto\nu$. 我们利用简化解析谱公式 (31) 、 (32) 、 (33) 做了一组参量 (γ_1,T) 为 $\gamma_1=20, T=10^7$ K 的一条 RICS 辐射谱形曲线 $L_\nu^{\rm RICS}\sim\nu$, 用虚线表示于图 2 中, 以与严格公式计算的同一组 (γ_1,T) 的 RICS 辐射谱曲线比较. 从图 2 不难看出两者符合得很好.

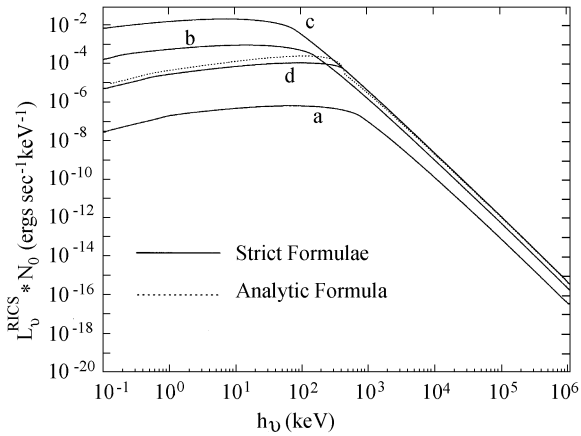

图 2　各各向同性黑体辐射场中 RICS 辐射谱形 $L_\nu^{\rm RICS}\sim\nu$ 的计算曲线, 在图中用实线 (solid line) 表示. 曲线 (a) 、 (b) 、 (c) 和 (d) 分别对应参量组 $(\gamma_1,T)=(35,10^6\,{\rm K})$ 、 $(7,5\times10^6\,{\rm K})$ 、 $(3.5,10^7\,{\rm K})$ 和 $(20,10^7\,{\rm K})$ 的集体 RICS 辐射谱形. 图中点线表示用近似解析公式计算的 RICS 辐射谱 (对应参量 $\gamma_1=20$, $T=10^7\,{\rm K}$).

Fig. 2　The collective RICS spectra (solid line) $L_\nu^{\rm RICS}\sim\nu$ in the black body field, calculated by the strict formulae. The curves (a), (b), (c) and (d) show the profiles of RICS spectra with different parameter-groups $(\gamma_1,T)=(35,10^6\,{\rm K})$, $(7,5\times10^6\,{\rm K})$, $(3.5,10^7\,{\rm K})$ and $(20,10^7\,{\rm K})$. The dot line represents the RICS spectrum calculated by approximate the analytic formulae with $\gamma_1=20$ and $T=10^7\,{\rm K}$.

最后，我们对参量组满足 $\gamma_1<h\nu_{\rm B_*}/4kT\equiv\gamma_{\rm c}$ 的情况不再做计算，只说明谱形与 $\gamma\approx\gamma_{\rm c}$ 情况有哪些主要不同. 此时尽管中子星表面不满足匹配条件，但因中子星磁场随距离快速减少，会在远处 R 满足匹配条件 $\gamma_1\approx h\nu_{\rm B}(R_{\rm cr.})/4kT$. 该临界距离即为

$$R_{\rm cr}=\left(\frac{h\nu_{\rm B_*}}{4\gamma_1 kT}\right)^{1/3}R_* \tag{34}$$

在以上所有关于 $\gamma_1\approx h\nu_{\rm B_*}/4kT$ 的简化公式计算过程可按 $\gamma_1<h\nu_{\rm B_*}/4kT\equiv\gamma_{\rm c}$ 情况，只是在此情况下，必须把公式 (6) 和 (9) 中的 3 个路程积分 A 、 B 、 C 的积分下限由 R_* 改为 $R_{\rm cr}$, $R_*\to R_{\rm cr}$. 集体 RICS 谱的公式自然也做相应改动，特别是辐射谱形的峰值位置 $h\nu_{\rm p}$ 将由 $\approx0.24\,(2\gamma_1 h\nu_{\rm B_*})$ 下降到 $\sim0.24\,(2\gamma_1 h\nu_{\rm B}(R_{\rm cr}))=0.24\,(2\gamma_1 h\nu_{\rm B_*})\left(\dfrac{R_*}{R_{\rm cr}}\right)^3$. 限于篇幅，我们不再列出公式.

3.3　低频场具有幂律形式非热谱形

中子星或奇异星周边也有可能被非热的具有幂律谱形的广延的低频辐射场包围，其谱形为

$$I(\nu_i)=I_0\nu_i^{-p},\qquad(\nu_1\le\nu_i\le\nu_2)\,, \tag{35}$$

以下仍然假定低频场半径 $R\gg R_*$, 并且各向同性，以简化关于效率 η 的计算.

我们注意到，对于幂律场，由于截止频率的存在，特别是下截止频率 ν_1 的存在，使得在某些情况下，不能满足匹配条件，致使效率很低， RICS 机制不再重要. 现说明如

下，对于幂律谱，显然其平均频率 $\overline{\nu}_i \gtrsim \nu_1$. 平均电子能量 $\overline{\gamma} \gtrsim \gamma_1$. 所以对于幂律场，在最大场强 $B_{\max} \sim B_*$ 处，大量电子的电子系集体的匹配条件近似写为 $\overline{\gamma}\,\overline{\nu}_i \approx \gamma_1\nu_1 \approx \nu_{\mathrm{B}_*}$(匹配条件的讨论见文 [1]). 如果 $\gamma_1\nu_1 \gg \nu_{\mathrm{B}_*}$, 则即使在中子星表面磁极处，都会远离匹配条件 $\overline{\gamma}\,\overline{\nu}_i \approx \nu_{\mathrm{B}_*}$, 至于远离中子星处的弱磁区域，更有 $\gamma_1\nu_1 \approx \overline{\gamma}\,\overline{\nu}_i \gg \nu_{\mathrm{B}}(r)$, RICS 辐射会更弱. 因此以下只讨论可能达到匹配条件的情况：即 $\gamma_1\nu_1 \approx \nu_{\mathrm{B}_*}$ 或者 $\gamma_1\nu_1 \ll \nu_{\mathrm{B}_*}$ 情况. 对于后者，尽管中子星表面强磁场处不满足匹配条件， RICS 辐射很弱，但磁场随距离快速减小，在远处某位置 r 处，会重新满足 $\gamma_1\nu_1 \approx \nu_{\mathrm{B}}(r)$, 使 RICS 辐射又变得重要.

先讨论 $\gamma_1\nu_1 \approx \nu_{\mathrm{B}_*}$ 的情况. 将共振频率 $\nu_i = \dfrac{\nu_{\mathrm{B}}}{\gamma}(1-\cos\psi_i)^{-1}$ 代入公式 (35)[1], 我们得到共振强度 $I(\nu_i(\psi_i)) = I_0\nu_{\mathrm{B}}^{-p}\gamma^p(1-\cos\psi_i)^p$, 再将其代入 $\eta(\gamma, B)$ 的公式 (1) 求效率. 但现在计算效率 η 时，上下限不能再取 $(0,\pi)$, 而改为 (ψ_1,ψ_2). 原因是实际的幂律谱有上下截止频率. 在 $\nu<\nu_1$, $\nu>\nu_2$ 时， $I(\nu)=0$. 计算 $\eta(\gamma,B)$ 积分的上下限 (ψ_1,ψ_2) 值应由以下公式给出：

$$1-\cos\psi_1 = \frac{\nu_{\mathrm{B}}(r)}{\gamma\nu_2}\,, \qquad 1-\cos\psi_2 = \frac{\nu_{\mathrm{B}}(r)}{\gamma\nu_1}\,. \tag{36}$$

显然，方程 (36) 一定有解，因为现在的前提条件是 $\gamma_1\nu_1 \approx \nu_{\mathrm{B}_*}$, 自然不会出现因 $\nu_{\mathrm{B}}(r) \gg \gamma\nu_1$, $\nu_{\mathrm{B}}(r) \gg \gamma\nu_2$ 而造成的无解情况. 因为这两不等式都表现出匹配条件不满足，本身也不在我们物理考虑之列. 最后求出效率

$$\eta(\gamma,B) \approx 2\pi I_0\nu_{\mathrm{B}}^2(r)\left(\frac{1}{p+2}\right)\nu_1^{-(p+2)}\gamma^{-2}\,, \tag{37}$$

或者

$$\eta(\gamma,B(r)) \approx \frac{1}{2}\left(\frac{\pi I_0}{p+2}\right)\nu_1^{-(p+2)}\left(\frac{eB_*}{\pi m_{\mathrm{e}}c}\right)^2 R_*^6\gamma^{-2}r^{-6}\,. \tag{38}$$

将 (38) 式代入 (6) 和 (9) 式，即可求得 3 个距离积分 A 、 B 、 C. 再代入 (13) 、 (14) 和 (15) 式，即得幂律低频辐射场的电子系集体 RICS 谱形.

(i) 对于高频段 $2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}_*} \le \nu \le 2\gamma_2\nu_{\mathrm{B}_*}$, 幂律低频辐射场中电子系集体 RICS 谱形为

$$\begin{aligned} L_\nu^{\mathrm{RICS}} \;=\; & C_0^{\mathrm{pow.}}\left[\frac{11}{28}\frac{1}{n+5/3} - \frac{1}{7}\frac{1}{n+4} + \frac{1}{4}\frac{1}{n+3} - \frac{1}{2}\frac{1}{n+2}\right] y^{-(n+1)} \\ & (\text{当 } 2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}_*} \le \nu \le 2\gamma_2\nu_{\mathrm{B}_*},\ \text{高频段})\,, \end{aligned} \tag{39}$$

其中，系数 $C_0^{\mathrm{pow}} \equiv 1.5\times10^{-5}N_0\left(\dfrac{\pi I_0}{p+2}\right)\nu_1^{-(p+2)}R_*B_*$. 由 (39) 式可见幂律低频辐射场的高频段集体 RICS 谱为谱指数是 $-(n+1)$ 的简单幂律谱.

(ii) 对中频段 $2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}}(R) \le \nu \le 2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}_*}$, 幂律低频辐射场的电子系集体 RICS 谱形为

$$\begin{aligned} & L_\nu^{\mathrm{RICS}} = \\ & C_0^{\mathrm{pow}}\left\{\gamma_1^{-(n+2)}\left[\frac{11}{28}\frac{1}{n+5/3}\gamma_1^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{7}\frac{1}{n+4}\gamma_1^{-2}y^3 + \frac{1}{4}\frac{1}{n+3}\gamma_1^{-1}y^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{n+2}y\right] - \right. \\ & \left.\left(\frac{R_*}{R}\right)^{3n+5}\left[\frac{11}{28}\frac{1}{n+5/3} - \frac{1}{7}\frac{1}{n+4} + \frac{1}{4}\frac{1}{n+3} - \frac{1}{2}\frac{1}{n+2}\right] y^{-(n+1)}\right\} \\ & (\text{当 } 2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}}(R) \le \nu \le 2\gamma_1\nu_{\mathrm{B}_*},\ \text{中频段})\,, \end{aligned} \tag{40}$$

由 (40) 式可见在中频段谱形出现倒转，幂律低频辐射场的 RICS 辐射谱强度的极大值应出现于中频段 $2\gamma_1\nu_{\rm B}(R)\le\nu\le2\gamma_1\nu_{\rm B_*}$, 对 (40) 式求极值可得 RICS 辐射的峰频位置 $\nu_{\rm p}$. 显然峰频位置与电子能谱指数 n, 相对论电子能量截止下限 γ_1 和低频辐射场半径 R 有关.

(iii) 对低频段 $\nu\le2\gamma_1\nu_{\rm B}(R)$, 幂律低频辐射场 ($\nu_{\rm B_*}\approx\gamma_1\nu_1$) 的电子系集体 RICS 谱形为

$$L_\nu^{\rm RICS}\approx C_0^{\rm pow.}\gamma_1^{-(n+2)}\left\{\frac{1}{7}\frac{1}{n+4}\left(\frac{R}{R_*}\right)^7\gamma_1^{-2}y^3-\frac{1}{4}\frac{1}{n+3}\left(\frac{R}{R_*}\right)^4\gamma_1^{-1}y^2+\frac{1}{2}\frac{1}{n+2}\left(\frac{R}{R_*}\right)y\right\}$$
$$(\text{当 }\nu\le2\gamma_1\nu_{\rm B}(R),\ \text{低频段}),\tag{41}$$

(41) 式表示幂律低频辐射场的低频段集体 RICS 谱亦为一段上升谱. 特别当很低频率时有 $L_\nu^{\rm RICS}\propto\nu$.

由 (39) 、 (40) 和 (41) 式计算的低频幂律辐射场的集体 RICS 谱曲线 $L_\nu^{\rm RICS}\sim\nu$ 示于图 3. 在图 3 中实线、短划线和点划线分别代表对应于低频幂律辐射场区域半径 $R=5.0\times10^6\,{\rm cm}$, $R=10^7\,{\rm cm}$ 和 $R=5.0\times10^7\,{\rm cm}$ 的电子系集体 RICS 辐射谱形，计算中取定相对论电子能谱幂指数 $n=2.5$, 相对论电子能谱的下限 $\gamma_1=10^2$, 中子星表面磁场 $B_*=10^{12}\,{\rm Gs}$, 中子星半径 $R_*=10^6\,{\rm cm}$, 幂律辐射场的能谱指数 $p=1$, 幂律辐射场的能谱下限的截止频率 $h\nu_1=0.1\,{\rm KeV}$. 与前面分析类似，由公式 (39) 和 (41) 我们不难看出低频幂律辐射场的集体 RICS 辐射谱的高频段为幂律下降谱，低频端为幂律上升谱，在整个 RICS 辐射频段范围内辐射强度的极大值应在中频段. 对中频段辐射谱 (40) 式求极值，可得不同低频辐射场半径的集体 RICS 辐射谱的峰频位置 $h\nu_{\rm p}$ 几乎都集中在 $\sim9.22\times10^2\,{\rm keV}$ 附近，这与数值计算结果得出的峰频位置一致 (见图 3). 三种情况下的峰值位置差别非常小，这主要是由于对幂律低频辐射场散射效率最大值和辐射强度最大值主要在中子星表面附近，所以辐射强度最大值位置亦应在 $h\nu_{\rm p}\sim\gamma_1h\nu_{\rm B_*}\sim\gamma_1^2h\nu_1\approx10\times10^2\,{\rm KeV}$ 附近.

其次讨论 $\gamma_1\nu_1\ll\nu_{\rm B_*}$ 的情况 (例如中子星磁场很强，或 γ_1, ν_1 充分低). 以上我们只限于讨论满足匹配条件 $\overline{\gamma\nu}_i\approx\gamma_1\nu_1\approx\nu_{\rm B_*}$ 的情况. 因为此时幂律场中的 RICS 辐射最为有效, 辐射频段也最高. 但在实际的中子星环境中, 也很可能出现 $\nu_{\rm B_*}\gg\overline{\gamma\nu}_i\approx\gamma_1\nu_1$ 的情况，尽管此时在中子星表面不满足匹配条件，但中子星磁场随距离增加迅速减小 ($\propto r^{-3}$), 因此会在远离表面某处 $R_{\rm cr}$ 满足匹配条件 $\nu_{\rm B}(R_{\rm cr})\approx\gamma_1\nu_1$. 令 $\nu_{\rm B}(R)=\left(\dfrac{eB_*}{2\pi m_{\rm e}c}\right)\left(\dfrac{R_*}{R}\right)^3=\gamma_1\nu_1$, 即可定出一个临界距离

$$R_{\rm cr}=\left(\frac{\nu_{\rm B_*}}{\gamma_1\nu_1}\right)^{\frac{1}{3}}R_*\,.\tag{42}$$

显然，由中子星表面出射的相对论电子在 $R_*\le r\le R_{\rm cr}$ 范围内几乎不产生 RICS 辐射，$L_\nu^{\rm RICS}\approx0$; 显著的辐射只存在于 $r>R_{\rm cr}$ 的路程上. 在此情况下，公式 (6) 和 (9) 中的 3 个路程积分 A 、 B 、 C 的积分下限不应取 R_*, 而应改为 $R_{\rm cr}$. 集体 RICS 谱的公式自然也做相应改动. 例如此时高频段范围应改为 $2\gamma_1\nu_{\rm B}(R_{\rm cr})\le\nu\le2\gamma_2\nu_{\rm B}(R_{\rm cr})$, 明显移向

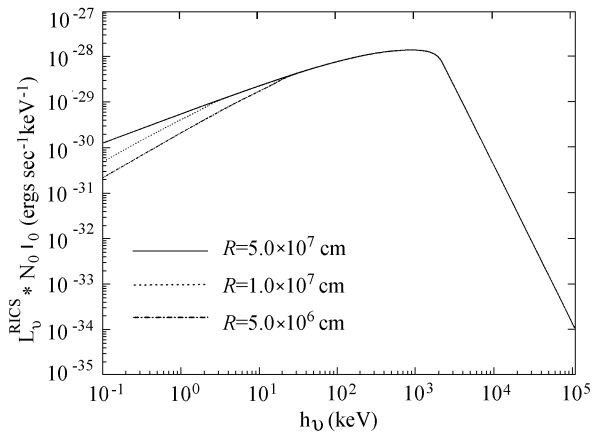

图 3 低频幂律辐射场的集体 RICS 谱曲线 $L_\nu^{\rm RICS} \sim \nu$

Fig. 3 The calculated collective RICS spectra $L_\nu^{\rm RICS} \sim \nu$ in the power law field for low frequency range

低频端; 散射效率最大值和辐射强度的极大值主要是在距离中子星表面距离为 $R_{\rm cr}$ 的区域附近, 即辐射强度极大值位置应在 $h\nu_{\rm p} \sim \gamma_1 h\nu_{\rm B}(R_{\rm cr}) \sim \gamma_1^2 h\nu_1$ 附近, 表明谱形峰值位置明显低于 $\nu_{\rm B_*} \approx \gamma_1\nu_1$ 情况, 移向低频端; 等等. 限于篇幅, 我们不再列出类似的公式. 只是指出, 当满足条件 $\nu_{\rm B_*} \approx \gamma_1\nu_1$ 时, (42) 式中的 $R_{\rm cr} \approx R_*$, 上述 RICS 谱公式 (39) 、(40) 和 (41) 重新成立.

4 结论和讨论

由于在真实的磁中子星中, 磁场随距离快速减少, 而且相对论电子具有各种能量, 因此不能简单沿用我们在文 [1] 中有关固定磁场中一个给定能量的相对论电子的共振逆康普顿散射公式. 本文导出大量电子在变化磁场中产生的 RICS 辐射谱的基本公式, 并在满足电子系集体的匹配条件 $\overline{\gamma} h\overline{\nu}_i \approx h\nu_{\rm B}$ 下, 对中子星周边几种常见的低频辐射场中 (如热轫致辐射场、黑体辐射场, 以及非热幂律场) 的高效 RICS 辐射的谱形做出模型计算. 结果表明, 不同的低频场中的 RICS 辐射谱形具有明显的共性, 即都近似呈两段式的幂律谱形. 而且, 除轫致场特殊外, 两段幂律谱的分界点十分靠近 $\sim 2\gamma_1 h\nu_{\rm B}(R_{\rm cr})$. 如果匹配条件就在中子星表面满足, 则分界点靠近 $2\gamma_1 h\nu_{\rm B_*}$. 对于轫致场, 谱的分界点明显向低频端移动. 其物理原因是低频轫致场具有很宽的谱分布. 这保证了任何能量 γ 的相对论电子在向外运动时一直有可能满足匹配条件 $\gamma \cdot h\nu_i \approx h\nu_{\rm B}$, 尽管磁场 (因而朗道频率) 会随距离快速减少. 这无疑有利于低频部分 RICS 辐射成分的增强, 并使得谱分界点也移向低频段. 至于其他形式低频场, 则都有较好的 "单色性". 以至只在某一确定距离 (例如 R_* 或者在 $r = R_{\rm cr}$) 处才有可能满足匹配条件. 如果忽略其他位置 r 处对 RICS 辐射的贡献, 则谱分界点应当在 $\sim 2\gamma_1 h\nu_{\rm B}(R_{\rm cr})$ 或者在 $\sim 2\gamma_1 h\nu_{\rm B_*}$ 附近.

目前在伽玛暴和伽玛射线脉冲星中都观测到这种两段式幂律谱 [10−13,17−21], 这或许

就是对 RICS 辐射机制的观测支持. 我们计划在后续研究工作中把 RICS 机制应用于这类高能天体.

参 考 文 献

1 You J H, Chen W P, Zhang S N, et al. MNRAS, 2003, 340: 687
2 Zhang B, Mészáros P. International Journal of Modern Physics A, 2004, 19(15): 2385 (astro-ph/0311321)
3 Piran T. Phys Rep, 1999, 314: 575
4 Band D L, et al. ApJ, 1993, 413: 281
5 Mallozzi R S, Pendleton G N, Paciesas W S. ApJ, 1996, 471: 636
6 Briggs M S. in Gamma-Ray Bursts: The First Three Minutes, ASP Conference Series, Vol. 190, Edited by Juri Poutanen and Roland Svensson. ISBN: 1-58381-016-1, 1999, 133
7 Hurley K J, et al. Nature, 1994, 372: 652
8 Dingus B, et al. in: in Meegan C, Preece R, Koshut T, eds, Gamma-Ray Bursts 4th Huntsville Symposium. AIP Conf Proc, 1997, 428 (New York: AIP)
9 Kippen R M, et al. in: in Kouveliotou C., Briggs M S, Fishman G J, eds,Gamma-Ray Bursts 3rd Huntsville Symposium. AIP Conf Proc, 1996, 384 (New York: AIP)
10 Kuiper L, Hermsen W, Verbunt F, et al. A&A, 2000, 359: 615
11 Kuiper L, Hermsen W, Krijger J M, et al. A&A, 1999, 351: 119
12 Kuiper L, Hermsen W, Krijger J M, et al. A&A, 1998, 337: 421
13 Thompson D J, Bailes M, Bertsch D L, et al. ApJ, 1999, 516: 297
14 Sturner S J, et al. ApJ, 1995, 445: 736
15 Rybicki G B, Lightman A P. Radiative Processes in Astrophysics. San Francisco: Wiley-Interscience, 1979
16 尤峻汉. 天体物理中的辐射机制. 北京：科学出版社， 1998(2)
17 Greiner J, et al. A&A, 1994, 302: 1216
18 Schaefer B E, et al. ApJ, 1998, 492: 696
19 Cohen E, et al. ApJ, 1997, 480: 330
20 Preece R D, et al. in: in Meegan C, Preece R, Koshut T,eds., Gamma-Ray Bursts 4th Huntsville Symposium. AIP Conf Proc, 1997, 428 (New York: AIP)
21 Katz J I. ApJ, 1994, 432: L107

Collective Radiation Spectra of the Resonant Inverse Compton Scattering of the Assembly of Relativistic Electrons in A Variable Magnetic Field

LIU Dang-bo[1] CHEN Lei[1] YOU Jun-han[1] ZHANG Shuang-nan[2]
(1 *Institute for Space and Astrophysics, Department of Physics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai* 200030)
(2 *Center for Astrophysics, Physics Department, Tsinghua University, Beijing* 100084)

Abstract The resonant inverse Compton scattering (RICS) of the relativistic electrons in an intense magnetic field is an efficient radiation mechanism to produce the high energy gamma rays. For the purpose of the practical applications of the RICS process, in this paper, we present a basic formula of the collective RICS spectrum for an assembly of relativistic electrons moving along the direction of near-magnetic axis of a strongly magnetized neutron star or strange star. The derivation of the formula is based on the simple RICS emission spectrum of a single fast electron given in our previous paper (you et al. 2003). By using this basic formula, we calculate a series of collective RICS spectra for various typical ambient low-frequency radiation fields around the central neutron star, e.g. the bremsstrahlung, the black body radiation, and the nonthermal field with power law form spectrum, etc. We thus obtain the collective RICS spectra in quite simple analytical expressions, which is in favor of the comparison with the observed spectra. Our results show that the RICS process is a very efficient radiation mechanism if the 'accommodation condition' is satisfied. We show that various RICS spectra have a common broken power-law form (different power-laws in two sections), despite of the form of the ambient low-frequency field. Our calculation confirms that the RICS process is an important radiation mechanism in the high energy band (hard X-rays and γ-rays) with high efficiency, which should be taken into account for the exploration of the γ-ray bursts (GRBs) and the γ-ray pulsars (GRPs).

Key words radiation mechanism: non-thermal, methods: analytical, gamma rays: bursts, gamma rays: theory, pulsars: general