第 48 卷 第 2 期 天 文 学 报 Vol.48 No.2
2007 年 4 月 ACTA ASTRONOMICA SINICA Apr., 2007

月球探测器过渡轨道的短弧定轨方法*

刘 林 张 巍

(南京大学天文系 南京 210093)
(南京大学空间环境与航天动力学研究所 南京 210093)

摘要 论述的短弧定轨，是指在无先验信息情况下又避开多变元迭代的初轨计算方法，它需要相应的动力学问题有一能反映短弧内达到一定精度的近似分析解. 探测器进入月球引力作用范围后接近月球时可以处理成相对月球的受摄二体问题，而在地球附近，则可处理成相对地球的受摄二体问题，但在整个过渡段的力模型只能处理成一个受摄的限制性三体问题. 而限制性三体问题无分析解，即使在月球引力作用范围外，对于大推力脉冲式的过渡方式，相对地球的变化椭圆轨道的偏心率很大 (超过 Laplace 极限), 在考虑月球引力摄动时亦无法构造摄动分析解. 就此问题，考虑在地球非球形引力 (只包含 J_2 项) 和月球引力共同作用下，构造了探测器飞抵月球过渡轨道段的时间幂级数解，在此基础上给出一种受摄二体问题意义下的初轨计算方法，经数值验证，定轨方法有效，可供地面测控系统参考.

关键词 仪器：探测器，方法： N- 体模拟，天体力学：轨道计算和定轨
中图分类号： P 132; **文献标识码**： A

1 引言

探测器的运动，从发射到最终的目标轨道，基本上可以分为 3 个飞行段，各对应不同的轨道，即近地停泊轨道，过渡段的转移轨道 (从停泊轨道经变轨后在地月系空间运行) 和到达月球附近后再次变轨进入目标轨道成为环月卫星. 近地停泊轨道和绕月运动轨道仍然对应典型的卫星轨道，本文主要讨论探测器进入转移轨道后在地月之间运行段 (到达月球附近还未再次变轨前) 的运动及其定轨问题.

探测器在上述过渡段的运动，可以看作是探测器在两个大天体 (即地球和月球) 的共同作用下的运动，最初的运动过程接近地球，需同时考虑地球的扁率影响. 在过渡段运行时间大约为 4 至 5 天的过程中，月球的引力必须考虑，这就涉及探测器在作为扁球体的地球和作为质点的月球两个大天体的引力作用下的运动问题. 对于该问题，既不能引用人造地球卫星轨道变化的小参数幂级数解 [1−3], 亦不能引用人造月球卫星轨道变化的小参数幂级数解 [4−5], 但可以构造一个适合短弧情况的时间幂级数解，将其引入通常二体问题意义下的 Laplace 初轨计算方法中 [6−8], 给出一种推广的 Laplace 方法，用其确定

2006-01-13 收到原稿， 2006-04-24 收到修改稿
* 国家自然科学基金 (10673006) 资助

探测器飞向目标天体 (月球) 过程中达到较高精度 (在观测资料有一定精度的前提下) 的运动轨道，为过渡段的地面测控提供应有的保障.

上述考虑是有实际背景的，对于月球探测器运动轨道的过渡段，我国现有观测手段可以获得精度优于 $1''$ 的测角资料 (甚至可获得更高的精度), 这样的测量资料必须充分利用，定轨方法就是针对这种资料给出的.

2　$\boldsymbol{r}$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}$ 的时间幂级数解及其特殊的表达形式

选用地心天球坐标系 (原点为地心，xy 平面为历元平赤道面，x 轴指向相应的平春分点), 并采用归一化单位：

$$\begin{cases} [M] = m_e(\text{地球质量}) \\ [L] = D(\text{地月之间的平均距离}) \\ [T] = (D^3/Gm_e)^{1/2} \approx 4^{\mathrm{d}}.3484 \end{cases} . \tag{1}$$

在此坐标系中，如果仅考虑以地球为中心天体的二体问题，探测器的运动即对应下列常微初值问题：

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{r}} = -\dfrac{\boldsymbol{r}}{r^3} \\ t = t_0, \boldsymbol{r}(t_0) = \boldsymbol{r}_0, \dot{\boldsymbol{r}}(t_0) = \dot{\boldsymbol{r}}_0 \end{cases} . \tag{2}$$

在 Laplace 型初轨计算方法中，采用了方程 (2) 的时间 ($\tau = t - t_0$) 幂级数解 [1−3]:

$$\boldsymbol{r} = F\boldsymbol{r}_0 + G\dot{\boldsymbol{r}}_0 \,, \tag{3}$$

其中

$$\begin{cases} F = F(\boldsymbol{r}_0, \dot{\boldsymbol{r}}_0, \tau) \\ G = G\,(\boldsymbol{r}_0, \dot{\boldsymbol{r}}_0, \tau) \end{cases} . \tag{4}$$

取到 $O(\tau^6)$ 项的具体形式如下：

$$\begin{aligned} F \;=\; & 1 - (\tau^2/2)u_3 + (\tau^3/2)u_5\sigma + (\tau^4/24)u_5(3V_0^2 - 2u_1 - 15u_2\sigma^2) + \\ & (\tau^5/8)u_7\sigma(-3V_0^2 + 2u_1 + 7u_2\sigma^2) + (\tau^6/720)u_7 \\ & \left[u_2\sigma^2(630V_0^2 - 420u_1 - 945u_2\sigma^2) - (22u_2 - 66u_1V_0^2 + 45V_0^4)\right] + \cdots , \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} G \;=\; & \tau - (\tau^3/6)u_3 + (\tau^4/4)u_5\sigma + +(\tau^5/120)u_5(9V_0^2 - 8u_1 - 45u_2\sigma^2) + \\ & (\tau^6/24)u_7\sigma(-6V_0^2 + 5u_1 + 14u_2\sigma^2) + \cdots , \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\sigma = \boldsymbol{r}_0 \cdot \dot{\boldsymbol{r}}_0$, $V_0^2 = \dot{\boldsymbol{r}}_0^2$, $u_n = 1/r_0^n$.

由于上述通过 $\boldsymbol{r}_0$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}_0$ 来构造 $\boldsymbol{r}$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}$ 的时间幂级数解对相应的运动方程并无特殊要求，完全可以推广到在一般力学模型下构造 $\boldsymbol{r}$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}$ 的时间幂级数解. 同时考虑地球扁率

项 (J_2) 和第三体引力作用，在这一力学系统中，仍采用上述历元地心天球坐标系，探测器的运动对应下列常微初值问题：

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{r}} = -\dfrac{\boldsymbol{r}}{r^3} + A_2\left(\dfrac{5z^2}{r^7} - \dfrac{1}{r^5}\right)\boldsymbol{r} - A_2\dfrac{2z}{r^5}\hat{k} - \displaystyle\sum_{j=1}^{2}\mu_j'\left(\dfrac{\Delta_j}{\Delta_j^3} + \dfrac{\boldsymbol{r}_j'}{r_j'^3}\right) \\ t = t_0,\ \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0,\ \dot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{r}}_0 \end{cases}, \tag{7}$$

其中 $A_2 = 3J_2a_e^2/2$, $\hat{k} = (0,0,1)^T$ 是 z 方向的单位矢量， a_e 是无量纲的地球参考椭球体赤道半径， $\Delta_j = \boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_j'$, $\mu_j' = (m_j'/m_e)$, $m_j'(j=1,2)$ 分别为月球和太阳质量， $\boldsymbol{r}_j'$ 分别为月球和太阳的位置矢量. 若用 E 、 P 和 P_j 分别表示地心、探测器和第三体 (月球或太阳), 相应的几何关系如图 1 所示.

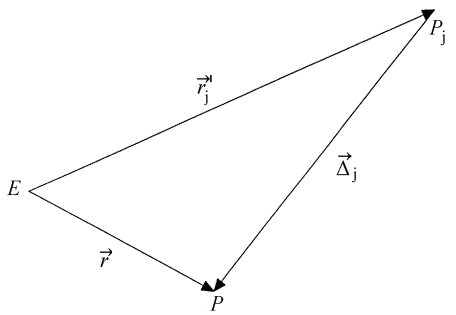

图 1 地球、探测器与第三体的几何关系图

Fig. 1 Geometric relation between Earth, probe and the third body

与二体问题类似，同样可构造运动方程的时间 ($\tau = t - t_0$) 幂级数解. 略去推导过程，直接写出结果如下：

$$\begin{cases} x = Fx_0 + G\dot{x}_0 + F'x_0' + G'\dot{x}_0' \\ y = Fy_0 + G\dot{y}_0 + F'y_0' + G'\dot{y}_0' \\ z = F_zz_0 + G_z\dot{z}_0 + F'z_0' + G'\dot{z}_0' \\ \dot{x} = F_dx_0 + G_d\dot{x}_0 + F_d'x_0' + G_d'\dot{x}_0' \\ \dot{y} = F_dy_0 + G_d\dot{y}_0 + F_d'y_0' + G_d'\dot{y}_0' \\ \dot{z} = F_{dz}z_0 + G_{dz}\dot{z}_0 + F_d'z_0' + G_d'\dot{z}_0' \end{cases}. \tag{8}$$

其中

$$\begin{cases} F = 1 + \left(\tau^2/2\right)f_2 + \left(\tau^3/6\right)f_3 + \left(\tau^4/24\right)f_4 + \left(\tau^5/120\right)f_5 + \left(\tau^6/720\right)f_6 + O\left(\tau^7\right) \\ F_z = F + A_2\left[\left(\tau^2/2\right)(-2u_5) + \left(\tau^3/6\right)(10u_7\sigma) + \left(\tau^4/24\right)\left(10u_7V_0^2 - 6u_8 - 70u_9\sigma^2\right)\right] \\ G = \tau + \left(\tau^3/6\right)g_3 + \left(\tau^4/24\right)g_4 + \left(\tau^5/120\right)g_5 + \left(\tau^6/720\right)g_6 + O\left(\tau^7\right) \\ G_z = G + A_2\left[\left(\tau^3/6\right)(-2u_5) + \left(\tau^4/24\right)(20u_7\sigma)\right] \\ F' = \mu'\left[\left(\tau^2/2\right)f_2' + \left(\tau^3/6\right)f_3' + \left(\tau^4/24\right)f_4' + O\left(\tau^5\right)\right] \\ G' = \mu'\left[\left(\tau^3/6\right)g_3' + \left(\tau^4/24\right)g_4' + O\left(\tau^5\right)\right] \end{cases}, \tag{9}$$

$$\begin{cases} F_d = \tau\cdot f_2 + \left(\tau^2/2\right) f_3 + \left(\tau^3/6\right) f_4 + \left(\tau^4/24\right) f_5 + \left(\tau^5/120\right) f_6 + O\left(\tau^6\right) \\ F_{dz} = F_d + A_2\left[\tau\left(-2u_5\right) + \left(\tau^2/2\right)\left(10u_7\sigma\right) + \left(\tau^3/6\right)\left(10u_7V_0^2 - 6u_8 - 70u_9\sigma^2\right)\right] \\ G_d = 1 + \left(\tau^2/2\right) g_3 + \left(\tau^3/6\right) g_4 + \left(\tau^4/24\right) g_5 + \left(\tau^5/120\right) g_6 + O\left(\tau^6\right) \\ G_{dz} = G_d + A_2\left[\left(\tau^2/2\right)\left(-2u_5\right) + \left(\tau^3/6\right)\left(20u_7\sigma\right)\right] \\ F_d' = \mu'\left[\tau\cdot f_2' + \left(\tau^2/2\right) f_3' + \left(\tau^3/6\right) f_4' + O\left(\tau^4\right)\right] \\ G_d' = \mu'\left[\left(\tau^2/2\right) g_3' + \left(\tau^3/6\right) g_4' + O\left(\tau^4\right)\right] \end{cases} . \tag{10}$$

式中有关量的表达如下：

$$\begin{cases} f_2 = -u_3 + A_2u_5\left(5z_0^2u_2 - 1\right) - \mu' u_3' \\ f_3 = 3\sigma u_5 + A_2u_7\left(5\sigma\left(1 - 7z_0^2u_2\right) + 10z_0\dot{z}_0\right) + \mu'\left(3u_5'\sigma'\right) \\ f_4 = u_5\left(3V_0^2 - 2u_1 - 15\sigma^2u_2\right) + A_2\left[6u_8\left(4z_0^2u_2 - 1\right) - 5u_7V_0^2\left(7z_0^2u_2 - 1\right)\right. \\ \left.+35u_9\sigma^2\left(9z_0^2u_2 - 1\right) + 10u_7\dot{z}^2 - 140u_9\sigma z_0\dot{z}_0\right] \\ +\mu'\left[-u_3u_3' + 3u_5'\left(V'^2_0 - u_3\alpha\right) + 3u_5\left(u_3' - u1_3\right)\alpha_1 - 15u_7'\sigma'^2 - \mu'\left(2u_6'\right)\right] \\ f_5 = 15u_7\sigma\left[2u_1 - 3V_0^2 + 7u_2\sigma^2\right] \\ f_6 = u_7\left[u_2\sigma^2\left(630V_0^2 - 420u_1 - 945u_2\sigma^2\right) - \left(22u_2 - 66u_1V_0^2 + 45V_0^4\right)\right] \end{cases} , \tag{11}$$

$$\begin{cases} g_3 = f_2 \\ g_4 = 2f_3 \\ g_5 = u_5\left[9V_0^2 - 8u_1 - 45u_2\sigma^2\right] \\ g_6 = 30u_7\sigma\left[5u_1 - 6V_0^2 + 14u_2\sigma^2\right] \end{cases} , \tag{12}$$

$$\begin{cases} f_2' = u_3' - u1_3 \\ f_3' = 3\left(u1_5\sigma_1 - u_5'\sigma'\right) \\ f_4' = u_3\left(u1_3 - u_3'\right) + 15\left(u_7'\sigma'^2 - u1_7\sigma_1^2\right) - 3u_5'\left(V'^2_0 - u_3\alpha\right) + 3u1_5V_1^2 + 2\mu'\left(u_6' - u1_6\right) \end{cases} , \tag{13}$$

$$g_3' = f_2', \quad g_4' = 2f_3'. \tag{14}$$

上述各式中出现的有关参量由下列各式定义：

$$\begin{cases} u_n = 1/r_0^n, \quad \sigma = \boldsymbol{r}_0\cdot\dot{\boldsymbol{r}}_0, \quad V_0^2 = \dot{\boldsymbol{r}}_0^2, \\ u_n' = 1/\Delta_0^n, \quad \sigma' = \Delta_0\cdot\dot{\Delta}_0, \quad V'^2_0 = \dot{\Delta}_0^2, \quad \alpha = \boldsymbol{r}_0\cdot\Delta_0, \\ u1_n = 1/r'^n_0, \quad \sigma_1 = \boldsymbol{r}_0'\cdot\dot{\boldsymbol{r}}_0', \quad V_1^2 = \dot{\boldsymbol{r}}'^2_0, \quad \alpha_1 = \boldsymbol{r}_0\cdot\boldsymbol{r}_0' \\ \Delta_0 = \boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{r}_0', \quad \dot{\Delta}_0 = \dot{\boldsymbol{r}}_0 - \dot{\boldsymbol{r}}_0' \end{cases} , \tag{15}$$

这里的 $\boldsymbol{r}_0'$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}'_0$ 即第三体对应的 $\boldsymbol{r}_j'$ 、 $\dot{\boldsymbol{r}}'_j$ 在 t_0 时的取值.

3 时间幂级数解的应用 —— 推广的 Laplace 定轨方法

探测器在过渡段运动时也可采用短弧定轨, 基本方程即通过上述时间幂级数解构成, 其定轨原理与卫星运动中适用于受摄运动的短弧定轨方法类似 [9−11], 同样可用于测角资料和点位观测资料 (包括同时测距和测角资料).

3.1 测角资料

测角资料为 (α,δ), 资料的来源由深空测控网给出, 其具体方法和精度本文不去讨论. 记 (λ,μ,ν) 和 (X,Y,Z) 分别为 (α,δ) 对应的方向单位矢量 $\hat{L}$ 的 3 个分量和测站坐标矢量 $\boldsymbol{R}$ 的 3 个分量, 有

$$\hat{L}=\begin{pmatrix}\lambda\\ \mu\\ \nu\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\delta\cos\alpha\\ \cos\delta\sin\alpha\\ \sin\delta\end{pmatrix}, \tag{16}$$

$$\boldsymbol{R}=\begin{pmatrix}X\\ Y\\ Z\end{pmatrix}. \tag{17}$$

相应的定轨基本方程如下:

$$\begin{cases}(F\nu)x_0-(F_z\lambda)z_0+(G\nu)\dot{x}_0-(G_z\lambda)\dot{z}_0=(\nu X-\lambda Z)-\Delta_1(\boldsymbol{r}'_0,\dot{\boldsymbol{r}}'_0)\\ (F\nu)y_0-(F_z\mu)z_0+(G\nu)\dot{y}_0-(G_z\mu)\dot{z}_0=(\nu Y-\mu Z)-\Delta_2(\boldsymbol{r}'_0,\dot{\boldsymbol{r}}'_0)\\ (F\mu)x_0-(F\lambda)y_0+(G\mu)\dot{x}_0-(G\lambda)\dot{y}_0=(\mu X-\lambda Y)-\Delta_3(\boldsymbol{r}'_0,\dot{\boldsymbol{r}}'_0)\end{cases}, \tag{18}$$

其中

$$\begin{cases}\Delta_1(\boldsymbol{r}'_0,\dot{\boldsymbol{r}}'_0)=(F'\nu)x'_0-(F'\lambda)z'_0+(G'\nu)\dot{x}'_0-(G'\lambda)\dot{z}'_0\\ \Delta_2(\boldsymbol{r}'_0,\dot{\boldsymbol{r}}'_0)=(F'\nu)y'_0-(F'\mu)z'_0+(G'\nu)\dot{y}'_0-(G'\mu)\dot{z}'_0\\ \Delta_3(\boldsymbol{r}'_0,\dot{\boldsymbol{r}}'_0)=(F'\mu)x'_0-(F'\lambda)y'_0+(G'\mu)\dot{x}'_0-(G'\lambda)\dot{y}'_0\end{cases}. \tag{19}$$

3.2 点位资料 $\boldsymbol{r}(x,y,z)$

对于点位测量资料, 定轨的基本方程可以直接由级数解变换得到

$$\begin{cases}Fx_0+G\dot{x}_0=x-(F'x'_0+G'\dot{x}'_0)\\ Fy_0+G\dot{y}_0=y-(F'y'_0+G'\dot{y}'_0)\\ F_zz_0+G_z\dot{z}_0=z-(F'z'_0+G'\dot{z}'_0)\end{cases}. \tag{20}$$

定轨过程如下: 首先确定历元 t_0 时刻对应的 $\boldsymbol{r}_0$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}_0$, 然后转换成轨道根数. 而 $\boldsymbol{r}_0$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}_0$ 的获得是一个包括求解基本方程 (18) 或 (20) 的迭代过程, 迭代初值可取

$$\begin{cases}F^{(0)}=1,\quad F_z^{(0)}=1,\quad F'^{(0)}=0\\ G^{(0)}=\tau,\quad G_z^{(0)}=\tau,\quad G'^{(0)}=0\end{cases}. \tag{21}$$

该选择无需任何初始信息，显然区别于通常意义下的短弧精密定轨，后者涉及多变元迭代，对初值的选取有较高的要求. 因此，对于地面测控系统而言，应该备有本文所阐述的定轨手段. 上述方法，同样适用于多资料，这可充分利用多资料的统计信息，以提高实际定轨精度 [12].

4　数值验证

4.1　时间幂级数解的精度验证

由上述时间幂级数解，可以根据 t_0 时刻的位置和速度矢量 $\boldsymbol{r}_0$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}_0$, 外推给出 t 时刻的位置和速度矢量 $\boldsymbol{r}$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}$, 与高精度数值解结果相比，可以验证它的精度. 由于时间幂级数解的特征及短弧定轨的要求，对应 $\tau = t - t_0$ 不能太大，即验证中级数解采用分段外推，为了对应短弧定初轨的要求，τ 取为 30 分钟. 选取初始时刻为 2008 年 1 月 10 日零时的初始根数：

$$a = 160450\,\mathrm{km},\quad e = 0.95886569,\quad i = 9^\circ.0,\quad \Omega = 328^\circ.0,\quad \omega = 212^\circ.0,\quad M = 0^\circ.0$$

计算中所涉及的单位即前面所列的归一化单位, 积分约为过渡段大偏心率椭圆运动的 1/2 周期，结果见表 1. 表中 a) 为数值解结果，b) 为级数解结果，$\tilde{\omega} = \Omega + \omega$, 与下文中符号意义相同.

表 1　时间幂级数解的数值验证

Table 1　Numerical check of the time series solution

T(min)		a (km)	e	i (°)	Ω (°)	ω (°)	$M+\tilde{\omega}$ (°)
1575	a	156821.341	0.95816700	8.888532	327.726694	212.284792	226.561829
	b	156819.857	0.95816660	8.888567	327.727018	212.284497	226.562519
3150	a	156836.995	0.95966530	8.359897	326.195815	213.634681	272.778807
	b	156835.508	0.95966490	8.359941	326.196190	213.634339	272.780163
4725	a	156771.791	0.96366377	6.880192	319.095847	220.477043	318.403883
	b	156770.298	0.96366331	6.880286	319.096641	220.476296	318.405923
6300	a	156434.293	0.97188704	4.364110	267.793248	271.681194	0.989091
	b	156432.762	0.97188621	4.364106	267.802419	271.672107	0.992649

4.2　短弧定轨结果

还是采用上一段的过渡轨道的初始时刻和根数，以测角资料为例，模拟 1 组观测资料进行定轨 (每组包含 50 个观测资料，时间间隔为 1 分钟，即持续 50 分钟), 测站坐标选用

$$(6372.4124\,\mathrm{km}, 118^\circ.820916, 31^\circ.893611)\,,$$

结果见表 2. 表中 t_0 为定轨历元，资料遍及定轨历元 t_0 前后 25 分钟. A) 为完整力模型外推至定轨历元时刻的结果，作为标准轨道，B) 为模拟资料未加误差，用二体问题的定轨结果，C) 为使用完整力模型，模拟资料只有约为 10^{-8} 的微小误差的定轨结果，D) 为模拟资料加约为 10^{-6} 误差的定轨结果，但为了接近真实情况，所加误差并非纯随机差. 本文所说的 10^{-8} 和 10^{-6}, 均为弧度单位 (相对地心).

表 2 短弧定轨验证

Table 2 Numerical check of the orbit determination for short arc

t_0(min)		a (km)	e	i (°)	Ω(°)	ω(°)	$M+\tilde{\omega}$(°)
700	A	156772.885	0.9579274	8.97521	327.88653	212.16823	204.52762
	B	156995.190	0.9582140	8.95750	327.85395	212.17780	204.38883
	C	156772.805	0.9579272	8.97522	327.88655	212.16823	204.52770
	D	156774.451	0.9578618	8.97996	327.89556	212.16858	204.55371

根据数值验证的结果，时间幂级数解本身具有较高的精度，这样的精度显然适用于探测器在过渡段的短弧定轨. 当探测器离地球较远时，例如本文算例中，探测器离地球已达到 20 个地球赤道半径，此时月球引力摄动的影响显著，其摄动量级已明显超过 10^{-4}，若用二体问题模型定轨，则误差较大，模拟计算结果 B 证实了这一点，必须同时考虑月球的影响. 所给方法适用于测角、测距 + 测角和点位测量资料，但测量弧段不宜过短 (视测量状况而定)，否则短弧定轨本身的特征将使定轨结果失真，特别是对轨道半长径 a 的影响. 该方法在探测器发射过程中的转移段可为地面测控系统提供一种短弧定轨手段.

参 考 文 献

1 Kozai Y. AJ. 1959, 64(9): 367
2 Liu Lin. ChA&A, 1977, 1(1): 63
3 Liu Lin. AcASn, 1975, 16(1): 65 (刘林. 天文学报， 1975, 16(1): 65)
4 Liu Lin, Wang Jia-song. ChA&A, 1998, 22(2): 328
5 Liu Lin, Wang Jia-song. AcASn, 1998, 39(1): 81 (刘林，王家松. 天文学报， 1998, 39(1): 81)
6 Taff L G. Celestial Mechanics, John Wiley & Sons, 1985
7 Liu Lin. Orbit Mechanics of Artificial Earth Satellite, Beijing: Higher Education Publication House, 1992
8 Liu Lin. Orbit Theory of Spacecraft, Beijing: National Defense Industry Press, 2000
9 Liu Lin, Wang Xin. ChA&A, 2003, 27(3): 335
10 Liu Lin, Wang Xin. AcASn, 2003, 44(2): 175 (刘林，王歆. 天文学报， 2003, 44(2): 175)
11 Liu Lin, Wang Jian-feng. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2004, 23(3): 41(in Chinese)
12 Jia Pei-zhang, Wu Lian-da. AcASn, 1997, 38(4): 353 (贾沛璋，吴连大. 天文学报， 1997, 38(4): 353)

Method of Orbit Determination for Short Arc of Lunar Probe Transfer Orbit

LIU Lin ZHANG Wei
(*Astronomy Department, Nanjing University, Nanjing* 210093)
(*Institute for Space Environment and Astrodynamics, Nanjing University, Nanjing* 210093)

Abstract The orbit determination without initial information and mono-parameter iteration is discussed. An approximate analytical solution which shows accurate status is required for the dynamic model utilized in this method. The motion of the Lunar probe into the influence sphere of the Moon can be considered as a perturbed two body problem around the Moon, while the Lunar probe is near Earth, its motion can be considered as regular perturbed two body problem around the Earth, the transfer orbit from near Earth to near Moon only can be described as a perturbed restricted three body problem. But there is no analytical solution for this kind of problem, even if the impulsive transfer method is used, the analytical solution can not be found if the Lunar gravitational perturbation is considered because of the big eccentricity (beyond Laplace limit). Thus, neither the small parameter series solution for artificial Earth satellite, nor that of the artificial lunar satellite could be used directly. In this paper, we construct a time series solution for the transfer orbit perturbed by the Earth oblateness and the Lunar attraction, and give a short arc orbit determination method under perturbed two body problem based on the time series solution. By using of the statistical information of multi-datum, this method also could be used in multi-point orbit determination, and the numerical check is given to prove the accuracy and utility of this method.

Key words instrument: detector, method: N-body simulation, celestial mechanics: determination of orbit