第 51 卷 第 1 期 天 文 学 报 Vol.51 No.1
2010 年 1 月 ACTA ASTRONOMICA SINICA Jan., 2010

主序星的 V 波段经验质光关系*

夏 芳 [1,2†] 傅燕宁 [1]

(1 中国科学院紫金山天文台 南京 210008)
(2 中国科学院研究生院 北京 100049)

摘要 恒星质量是恒星物理以及恒星系统动力学研究中一个不可或缺的参量. 双星轨道拟合是获取恒星 (动力学) 质量的最可靠途径, 而绝大部分恒星的质量仍然需要通过恒星质光关系来估计, 因此, 通过拟合恒星动力学质量和光度数据得到经验质光关系的工作具有重要意义. 尽管主序星的 V 波段质光关系由于金属丰度的影响而具有一定的弥散性, 但有研究表明这种影响主要限于恒星质量小于 $0.6M_{\odot}$ 的情况. 对于较大质量的主序星, 近年来的观测拟合研究积累了比较充分的动力学质量和 V 波段光度数据, 从而为显著改进上述质光关系提供了可能. 利用一个能合理分配两个不同量纲观测量权重的拟合方法, 根据 203 颗恒星的动力学质量和光度数据给出了主序星的 V 波段经验质光关系, 该结果对此前结果的改进不仅具有统计显著性, 而且其对恒星质量估计的相对误差已达到约 5%. 因此, 该结果不仅可以用于开展有关恒星物理或恒星系统动力学方面的统计性研究, 而且对具体实际多星系统的长期动力学研究和短期定位研究等也有应用价值.

关键词 恒星: 基本参数, 方法: 数据分析, 方法: 数值
中图分类号: P 144; **文献标识码**: A

1 引言

恒星演化理论的一个基本结论是: 恒星的初始质量是决定其演化历程的关键参量之一, 而恒星在不同演化阶段的物理性质也与其质量有着直接的关联. 但是, 质量参数很难被直接测定. 因此, 通常利用恒星的质量与光度之间的关系, 即质光关系 (Mass-Luminosity Relation, 简称 MLR) 来估计质量. MLR 在恒星物理研究中的重要性仅次于 H–R 图 [1], 实际上它关联着可直接观测的恒星光度函数 (Luminosity Function) 和与恒星形成和演化模型密切相关的恒星质量函数 (Mass Function)[2−3], 因而对恒星形成和演化研究具有重要意义. 同时, 恒星质量函数也是建立星团或星系动力学模型所必需的, 因此在关于这些系统的动力学研究中 MLR 也起着关键作用. 在多星系统的动力学研究中, MLR 则是必不可少的, 这是因为多体效应的存在使得子星可靠的质量往往不能通过多重二体模型拟合得到 [4]. 在此还值得指出的是, 即使在双星轨道拟合研究中, MLR 也可以提供一种重要的外符合分析手段.

2009-04-07 收到原稿
* 国家自然科学基金 (10473025, 10833001, 10703014) 项目资助
† xf@pmo.ac.cn

MLR 最早由 Halm 提出，并在 1919 年由 Hertzsprung 通过观测资料证实 [5]. 1923 年 Hertzsprung [6] 和 Russell 等 [7] 分别给出了早期的经验 MLR. 此后，随着高精度质量和光度数据的不断积累，经验 MLR 也不断得到改进.

至上世纪九十年代，研究者对食双星进行了系统的分光和测光观测，进而通过拟合研究得到了许多恒星的质量，如 Popper[8] 共给出了近百个精度较高的恒星质量数据. Andersen [9] 针对双谱线食双星 (包含部分 Popper 研究过的系统), 通过拟合给出了系统的分光 - 天体测量解 (spectroscopic-astrometric solution), 并给出了 45 个食双星系统子星的高精度质量和光度数据，其中质量的误差大多小于 2%. 上述研究涉及的主要是中等质量恒星 ($1M_\odot < m < 2M_\odot$), 该质量段也因此有了远比其它质量段精确得多的经验 MLR[10].

随着红外波段观测技术、地面干涉测量技术和空间探测技术的不断发展，具有高精度质量和多波段光度资料的小质量恒星的数目越来越多. 自上世纪九十年代至今，经验 MLR 的研究主要致力于小质量段 ($m \lesssim 1M_\odot$). Henry 等 [11](以下简称 HM93) 给出质量在 $0.08M_\odot < m < 1M_\odot$ 内的红外波段 (K 、 J 和 H 波段) 分 3 段的线性 MLR, 并结合 Andersen [9] 提供的食双星数据，给出 $0.08M_\odot < m < 2M_\odot$ 范围内的 V 波段 MLR, 其中中段采用线性模型，另两段采用二次多项式模型. Delfosse 等 [10] 用四次多项式模型给出了小质量恒星 ($m < 0.6M_\odot$) V 波段和红外波段 MLR. Bonfils 等 [12] 利用 Woolf 等 [13] 给出的金属丰度数据，首次给出了 $0.2M_\odot < m < 0.8M_\odot$ 中 V 波段的质量 - 金属丰度 - 光度关系 (MMLR), 并由此在观测上证实了 Delfosse 等 [10] 根据 Chabrier 等 [14] 的相关理论给出的猜测，即 V 波段 MLR 在质量小于 $0.6M_\odot$ 时有较大弥散，而金属丰度的影响是导致这种弥散的主要原因. 考虑到 MLR 的导数在 $0.3M_\odot \lesssim m \lesssim 0.5M_\odot$ 中具有明显不同于其它质量段的平台特征 (即导数变化不明显), 以及来自光度函数的限制 [15−16], Xia 等 [17] 选取分 3 段的连续函数模型，并采用一个能合理分配两个不同量纲观测量权重的拟合方法改进了 $m \lesssim 1M_\odot$ 的 K 、 J 和 H 波段的 MLR.

与中小质量段情况不同的是，有关大质量段 ($m \gtrsim 2M_\odot$) 的 MLR 拟合工作目前还不够令人满意，同时也有进一步予以改进的可能. 早期对较大质量恒星 MLR 的研究都是基于热星等的 [18−19], 而对具有动力学质量数据的目视双星系统的子星而言， V 星等数据最为充分且便于引用，因此近年来的工作都直接在 V 波段拟合 MLR[20], 结果表明由金属丰度的影响造成的 MLR 弥散不大. Reid 等 [20](以下简称 Reid02) 采用了三次多项式模型拟合了 Andersen [9] 提供的质量光度数据，给出了 $0.6M_\odot < m < 22.0M_\odot$ 内的 V 波段 MLR, 并据此将他们得到的太阳邻近的恒星光度函数转化到了质量函数. 但和大多数研究者一样， Reid02 在拟合 MLR 时并未考虑数据点权重的合理分配问题，所采用的数据与目前所能得到的相比也不够充分. 本文的工作在这两方面对 Reid02 都有所改进. 为了在 MLR 弥散不太大的前提下得到尽可能完整的 V 波段结果，同时也为了与 HM93 和 Reid02 的结果比对，我们在拟合中也考虑了质量相对较小的恒星，不过仍限于质量大于 $0.6M_\odot$ 的恒星. 对更小质量的恒星而言， V 波段 MLR 因为弥散较大不宜用来估计其质量，因为这种恒星往往具有红外光度数据，因此可采用我们最近给出的红外波段 MLR (Xia 等 [17]) 来估计质量.

第 2 节介绍了拟合 MLR 的样本数据；第 3 节给出了 $0.6M_\odot < m <22.89M_\odot$ 范围内

的 V 波段 MLR, 并与前人工作作了比较；第 4 节是结论.

2 数据收集

由于双星轨道拟合是目前唯一的一种直接通过恒星的引力效应来确定其质量的途径，因此被认为是恒星质量的唯一可靠来源 [21]. 由双星轨道拟合得到的恒星质量称为动力学质量. 显然，一个可靠的经验 MLR 必需通过拟合恒星动力学质量和来自观测研究的绝对星等数据来得到. 此外，由于处于特殊演化阶段或与其它恒星有物质交换的恒星的 MLR 比较复杂，与基本独立演化并处于主序阶段的恒星也有很大不同，因此通常的 MLR 都是有关后者的. 根据上面的讨论，能用来拟合 MLR 的恒星必需是不接双星系统 (detached system) 中的主序子星.

我们尽可能完备地搜索了所有已经发表的资料，共找到满足要求的 125 个不接双星系统，其中的 203 颗主序子星的质量大于 $0.6M_{\odot}$, 同时也具有可用来得到绝对 V 星等的观测资料. 表 1 给出了这些恒星的相关信息，从左至右各列分别为：系统编号、主星 (A) 和伴星 (B) 的动力学质量 $(m \pm \Delta m)(0.6M_{\odot} < m < 22.89M_{\odot})$ 、绝对 V 波段星等 $(M_{\rm V} \pm \Delta M_{\rm V})$ 、光谱型以及参考文献.

表 1 样本恒星的质量、绝对 V 波段星等和光谱型

Table 1 Masses, absolute V-band magnitudes and spectral types of the stars in our sample

Name	$m_{\rm A}$ ($M_{\odot}$)	$\Delta m_{\rm A}$ ($M_{\odot}$)	$M_{\rm V_A}$ (mag)	$\Delta M_{\rm V_A}$ (mag)	$m_{\rm B}$ ($M_{\odot}$)	$\Delta m_{\rm B}$ ($M_{\odot}$)	$M_{\rm V_B}$ (mag)	$\Delta M_{\rm V_B}$ (mag)	Spectral type	Reference
HD4161	1.35	0.01	3.88	0.16					F2	[9]
HD6882	2.551	0.026	0.91	0.08					B9/B6	[9]
HD6980	1.978	0.036	1.61	0.04					F0	[9]
HD7700	1.22	0.08	4.45	0.05	0.87	0.03	5.80	0.10	G5/K2	[22]
HD14384	1.265	0.006	3.61	0.08	1.247	0.006	3.72	0.10	F5	[23]
HD19115	1.52	0.015	2.35	0.2	1.28	0.01	3.23	0.2	F2	[24]
HD20173	1.39	0.05	3.2	0.1	1.27	0.04	3.75	0.1	F2/F5	[24]
HD24909	3.521	0.067	0.28	0.08	1.737	0.031	2.59	0.09	B8/A6	[24]
HD25833	5.36	0.16	-0.85	0.2					B5	[25]
HD27130	1.059	0.006	5.10	0.13	0.760	0.006	7.39	0.14	G8	[26]
HD34335	1.442	0.016	3.11	0.1	1.368	0.016	3.28	0.1	F7	[27]
HD34364	2.48	0.1	0.99	0.15	2.29	0.1	1.19	0.1	B8/B9	[24]
HD35311	3.31	0.07	0.0	0.2	2.51	0.05	0.98	0.2	B8/B9	[24]
HD35411	10.6	0.7	-2.8	0.1					B0.5	[28]
HD37513	1.238	0.006	3.81	0.07	1.198	0.007	3.96	0.07	F8	[9]
HD39780	2.487	0.025	0.93	0.17	1.504	0.01	2.97	0.18	A0/A8	[9]
HD44691	1.507	0.004	2.32	0.2					F0	[29]
HD46052	1.964	0.007	1.86	0.16	1.814	0.007	2.05	0.16	A4/A5	[30]
HD56429	2.005	0.018	1.42	0.17					A4	[24]
HD62863	1.565	0.011	2.98	0.19	1.554	0.013	3.03	0.19	A8	[9]
HD71581	2.101	0.022	1.01	0.09	2.099	0.019	1.01	0.09	A1	[9]

表 1　续

Table 1　(continued)

Name	$m_{\rm A}$ ($M_\odot$)	$\Delta m_{\rm A}$ ($M_\odot$)	$M_{\rm V_A}$ (mag)	$\Delta M_{\rm V_A}$ (mag)	$m_{\rm B}$ ($M_\odot$)	$\Delta m_{\rm B}$ ($M_\odot$)	$M_{\rm V_B}$ (mag)	$\Delta M_{\rm V_B}$ (mag)	Spectral type	Reference
HD72257	1.23	0.03	3.51	0.1	1.12	0.03	4.07	0.1	F6	[24]
HD77464	6.100	0.044	-1.480	0.120	5.996	0.035	-1.380	0.120	B2.5	[31]
HD86118	9.267	0.122	-2.32	0.1	8.48	0.122	-2.07	0.11	B2/B3	[9]
HD90242	1.255	0.008	3.733	0.062	1.219	0.007	3.903	0.062	F5	[32]
HD92109	0.976	0.067	4.52	0.1					G2	[33]
HD93486	1.518	0.021	2.46	0.1	1.509	0.027	2.46	0.1	F5	[9]
HD96314	2.638	0.05	0.78	0.11					B8	[24]
HD97484	22.89	0.32	-4.56	0.26	21.43	0.33	-4.31	0.26	O8	[9]
HD102509	1.97	0.15	1.25	0.09					A7	[34]
HD109724	4.95	1.06	-1.02	0.21	4.72	1.03	-0.91	0.21	B5	[35]
HD116656	2.43	0.07	1.0	0.09	2.5	0.07	1.0	0.09	A2	[36]
HD116658	6.8	0.9	-1.5	0.2					B4	[24]
HD121648	1.72	0.08	2.29	0.1	1.72	0.08	2.29	0.1	F2	[24]
HD123423	1.454	0.008	3.05	0.1	1.448	0.008	3.05	0.1	F7	[9]
HD147683	4.98	0.09	-0.73	0.14	4.62	0.073	-0.40	0.14	B4	[37]
HD154676	1.12	0.04	3.85	0.08	1.12	0.04	3.85	0.08	F8	[24]
HD156247	5.273	0.091	-0.913	0.067	4.738	0.072	-0.566	0.073	B5/B6	[38]
HD156384	0.78	0.2	7.0	0.2					K3	[24]
HD156965	1.62	0.04	2.64	0.15	1.45	0.03	3.15	0.13	A8/F2	[24]
HD157482	1.53	0.08	2.63	0.07					F2	[39]
HD161321	1.881	0.013	1.6	0.09					A7	[24]
HD161783	5.326	0.061	-1.04	0.31					B4	[9]
HD163708	2.189	0.037	1.35	0.04	1.972	0.033	1.73	0.14	A1/A2	[9]
HD165431	0.856	0.056	5.7	0.06	0.713	0.029	7.52	0.05	K0	[11]
HD169691	2.200	0.05	1.50	0.10					A1	[40]
HD170470	2.356	0.052	1.11	0.22					A0	[9]
HD170757	2.75	0.06	0.48	0.2	2.33	0.05	1.12	0.15	B9/ A0	[24]
HD179890	1.221	0.016	3.95	0.09	0.96	0.012	5.37	0.1	F8/G8	[9]
HD181879	6.950	0.25	-1.69	0.1					B2	[41]
HD185912	1.391	0.016	3.6	0.08	1.347	0.013	3.67	0.08	F5	[9]
HD190020	1.37	0.03	3.41	0.12	1.37	0.03	3.41	0.12	F5	[24]
HD190786	1.79	0.12	1.94	0.15	1.35	0.07	3.45	0.2	A2/F2	[24]
HD193611	16.67	0.45	-3.89	0.15	16.31	0.35	-3.89	0.15	O9.5	[9]
HD205234	1.680	0.006	2.052	0.077	1.772	0.007	1.713	0.52	F0/F2	[42]
HD206155	2.156	0.024	1.38	0.1	1.335	0.011	3.65	0.2	A4/F5	[9]
HD206821	2.029	0.01	1.89	0.1					A1	[9]
HD209147	1.88	0.09	1.97	0.15	1.47	0.04	2.95	0.25	A2/F0	[24]
HD212317	1.386	0.021	2.98	0.09	1.488	0.022	2.74	0.08	F8/F7	[24]
HD216014	15.8	1.58	-3.69	0.09	13.7	1.37	-3.41	0.1	B0.5	[43]
HD218066	11.82	0.05	-3.0	0.05	11.09	0.29	-2.72	0.05	B0.5	[44]
HD224113	1.71	0.04	1.81	0.25					B9	[45]
HD240208	2.827	0.05	0.8	0.11	2.768	0.054	0.76	0.11	B9.5	[9]
HD280603	0.985	0.011	4.68	0.09	0.807	0.01	5.70	0.09	G2/G8	[46]

表 1 续

Table 1 (continued)

Name	$m_{\rm A}$ ($M_\odot$)	$\Delta m_{\rm A}$ ($M_\odot$)	$M_{\rm V_A}$ (mag)	$\Delta M_{\rm V_A}$ (mag)	$m_{\rm B}$ ($M_\odot$)	$\Delta m_{\rm B}$ ($M_\odot$)	$M_{\rm V_B}$ (mag)	$\Delta M_{\rm V_B}$ (mag)	Spectral type	Reference
HD287727	1.180	0.02	4.270	0.070	1.130	0.02	4.590	0.070	G0/G5	[47]
HD331102	2.24	0.09	1.15	0.04	2.24	0.08	1.26	0.05	B9.5	[48]
HD334426	1.564	0.024	2.35	0.07	1.410	0.023	2.89	0.08	F1/F2	[24]
HD352179	1.737	0.015	2.06	0.08	1.408	0.009	3.06	0.08	A7/F2	[49]
HIP2762[a]	0.99	0.14	5.119	0.055					G1	[50]
HIP2941[a]	0.94	0.088	5.261	0.033					G8	[50-51]
HIP3821	0.95	0.08	4.63	0.15	0.62	0.06	8.69	0.15	G0/M0	[52]
HIP7372[a]	0.74	0.1	6.134	0.052					K3	[50]
HIP7580[b]	1.2	0.13	3.697	0.081	0.96	0.071	4.927	0.081	F7/G0	[51]
HIP8903[a]	2.00	0.053	1.386	0.04	1.02	0.032	4.482	0.21	A5/G0	[51,53]
HIP10952[b]	1.1	0.32	4.652	0.179	0.7	0.26	6.652	0.179	K0	[51]
HIP12623[a]	1.34	0.042	3.604	0.10	1.18	0.037	3.904	0.12	F9	[51,53]
HIP20087[a]	1.72	0.14	2.107	0.13					A8	[50]
HIP20661[a]	1.23	0.098	3.936	0.108					F7	[50-51]
HIP32349	2.138	0.01	1.43	0.03					A1	[18]
HIP44248[a]	1.37	0.08	3.009	0.036	1.04	0.06	5.302	0.036	F3/G5	[50]
HIP45170[a]	0.90	0.11	5.621	0.048	0.84	0.11	5.811	0.048	G8	[50]
HIP60129[a]	1.92	0.46	1.898	0.167					A2	[50]
HIP63505	1.549	0.11	3.2	0.15					F1	[18]
HIP71094[a]	1.892	0.41	1.78	0.18					A7	[53]
HIP71681[b]	0.97	0.03	5.667	0.008	1.16	0.031	4.327	0.008	K1/G2	[51]
HIP72659	0.86	0.07	5.53	0.15	0.7	0.05	7.69	0.15	G8/K4	[52]
HIP75312[b]	1.19	0.071	4.318	0.038	1.05	0.05	4.658	0.038	G2V	[51]
HIP76267	0.92	0.025	5.05	0.25					G5	[54]
HIP76852[a]	1.999	0.346	1.481	0.12	1.984	0.344	1.572	0.12	B9/A1	[53]
HIP84405	0.724	0.1	6.6	0.11	0.724	0.1	6.64	0.11	K0/K1	[18]
HIP86036	1.0	0.05	4.64	0.06					F9	[18]
HIP86722[a]	0.942	0.166	5.738	0.06					K0	[53]
HIP87204[a]	1.114	0.174	4.237	0.087					G0	[53]
HIP88601[b]	0.9	0.074	5.628	0.047					K0	[51]
HIP89937[a]	0.98	0.03	4.114	0.009	0.71	0.02	6.509	0.009	F7/K0	[50]
HIP93017	1.122	0.1	4.46	0.17					F9	[18]
HIP93574[a]	1.594	0.176	2.79	0.081					F8	[53]
HIP95995[a]	0.8	0.15	6.056	0.023	0.8	0.14	6.366	0.023	K1	[50-51]
HIP96656	0.831	0.02	5.99	0.04	0.763	0.019	6.64	0.05	K1	[55]
HIP99376[b]	1.2	0.23	4.334	0.121	0.9	0.17	4.874	0.121	G4/G8	[51]
HIP101955[a]	0.676	0.13	6.95	0.076					K5	[50]
HIP104217	0.562	0.08	8.41	0.04					K7	[18]
HIP104858[b]	1.19	0.034	3.952	0.026	1.12	0.032	3.954	0.026	F8	[51]
HIP116849[a]	1.257	0.326	3.577	0.127					F5	[50,56]
ADS6650	1.38	0.1	3.74	0.165	1.23	0.1	4.13	0.16	F7/F9	[18]
ADS7284	0.706	0.09	6.64	0.16	0.786	0.101	6.544	0.16	K3	[11]
ADS8804	1.38	0.13	3.72	0.17	1.349	0.1	3.83	0.17	F5	[18]

表 1　续

Table 1　(continued)

Name	$m_{\rm A}$ ($M_\odot$)	$\Delta m_{\rm A}$ ($M_\odot$)	$M_{\rm V_A}$ (mag)	$\Delta M_{\rm V_A}$ (mag)	$m_{\rm B}$ ($M_\odot$)	$\Delta m_{\rm B}$ ($M_\odot$)	$M_{\rm V_B}$ (mag)	$\Delta M_{\rm V_B}$ (mag)	Spectral type	Reference
ADS14787	1.072	0.12	4.63	0.19					G1	[18]
RT AND	1.24	0.03	4.0	0.15	0.91	0.02	6.2	0.20	F8/K3	[22]
HS AUR	0.9	0.019	5.23	0.08	0.879	0.017	5.68	0.08	G8/K0	[9]
GU BOO	0.61	0.007	8.6	0.17	0.599	0.006	8.89	0.18	M0/M1.5	[57]
WW CAM	1.873	0.018	1.84	0.06					A4	[58]
V415 CAR	1.98	0.11	1.56	0.22					A1	[59]
IT CAS	1.330	0.009	3.13	0.05	1.328	0.008	3.17	0.09	F5	[60]
EY CEP	1.523	0.008	2.93	0.1	1.498	0.014	3.0	0.1	F0	[61]
WX CNC	1.311	0.027	3.25	0.05	0.971	0.02	4.41	0.05	F2/G4	[62-63]
CG CYG	0.80	0.03	6.40	0.12	0.97	0.04	5.55	0.10	K3/G9.5	[64]
Y Cyg	17.70	0.400	-4.000	0.10					O9.5	[65]
YY GEM	0.603	0.0014	9.03	0.12	0.607	0.0014	9.38	0.14	M0	[10]
AI HYA	1.978	0.036	1.61	0.04					F0	[24]
RW LAC	0.87	0.004	5.12	0.13					G7	[66]
85 PEG	0.91	0.11	5.81	0.05					G3	[52]
BK PEG	1.27	0.01	3.63	0.2	1.43	0.02	3.01	0.2	F8	[24]
V1034 Sco	17.97	0.45	-4.0	0.21					O9	[67]
BH VIR	1.173	0.006	3.92	0.20	1.046	0.005	4.58	0.20	F8/G5	[68]

a: $M_{\rm V}$ 来自依巴谷星等、色指数和视差；　*b*: $M_{\rm V}$ 来自视星等和视差

3　V 波段 MLR

3.1　拟合方法

在经验 MLR 的拟合研究工作中，针对拟合方法的讨论不多. 但是，由于质量和光度数据都有不可忽略的误差且误差带有不同的量纲，因此需要一个合理的方法来分配观测点的权重. 本文采用 Xia 等 [17] 给出的方法. 为了简要回顾该方法，我们把拟合模型写作

$$y(x) = f(x, \vec{\alpha})\,, \tag{1}$$

其中 $\vec{\alpha}$ 为拟合参数矢量，x 和 y 均为观测量，也就是说我们所要拟合的资料是带误差的观测点 $(x_i \pm \sigma_{x_i},\ y_i \pm \sigma_{y_i})$ $(i$=1,...,$N)$. 定义通常的目标函数

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} [\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i}]^2\,, \tag{2}$$

其中 σ_i^2 的倒数是观测点 $(x_i,\ y_i)$ 的权重 w_i.

当拟合模型为线性模型 $f(x,(a,b)) = a + bx$ 时，Press 等 [69] 将每个观测点的权重量化为

$$w_i \equiv \frac{1}{\sigma_i^2} = \frac{1}{b^2\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{y_i}^2}\,, \tag{3}$$

并给出了针对该模型的最小二乘拟合方法. 当 $f(x,\vec{\alpha})$ 为非线性模型时, Xia 等 [17] 首先通过线性拟合得到 b, 并用 (3) 式赋予每个观测点权重, 由此可得 $\vec{\alpha}$ 的初始值, 然后采用如下迭代过程给出拟合参数: 利用每个观测点的归一化局部切矢量, 将权重重新量化为

$$w_i \equiv \frac{1}{\sigma_i^2/(b_i^2+1)} = \frac{b_i^2+1}{b_i^2\sigma_{x_i}^2+\sigma_{y_i}^2}\,, \tag{4}$$

其中 $b_i = f'(x_i,\vec{\alpha})$, 根据当前的模型参数值可以得到 b_i, 由此即可给出 w_i 并再次拟合得到新的模型参数. 重复这一过程直到模型参数不再有明显变化, 比如不超过 1%.

3.2 改进的 MLR

早期对质量大于 $0.6M_\odot$ 恒星的经验 MLR 的研究指出, MLR 在 $1.5M_\odot < m < 2M_\odot$ 内斜率存在突变现象 [18−19,70−71]. Cester 等 [18] 和 Demircan 等 [19] 通过引入一个临界质量来描述这种现象, 并分别将该质量确定为 $1.5M_\odot$ 和 $1.7M_\odot$, 其间的差别反映了在当时的数据条件下确定临界质量存在一定难度. 与他们所使用的数据相比, 本文所收集的数据不仅数量明显增加而且精度也有大幅度提高, 这使得我们可以更好地研究 MLR 的突变现象.

由图 1 (其中带误差棒的实心点表示观测数据) 我们发现 MLR 在 $2M_\odot$ 附近的确存在斜率突变现象. 有鉴于此, 本文的拟合也采用分两段的连续函数模型. 由于图 1 中的观测资料显示 MLR 的斜率实际上在不同质量上均有缓慢变化, 因此, 我们在每段上都采用了二次多项式模型 [11,17], 即

$$\lg m = f(M_V,\vec{\alpha}) = \begin{cases} \alpha_1+\alpha_2 M_{\rm V}+\alpha_3 M_{\rm V}^2, & M_{\rm V} < M_c \quad (m > m_c) \\ \alpha_4+\alpha_4 M_{\rm V}+\alpha_6 M_{\rm V}^2, & M_{\rm V} > M_c \quad (m < m_c) \end{cases},$$

其中 $\alpha_1,\cdots,\alpha_6$ 和 M_c 均为待定参数, 但其间存在约束条件, 即 f 在 M_c 处连续.

由于待定参数 M_c 的特殊性, 不易和其它参数一起通过直接拟合得到, 但根据图 1 中的观测资料, 该参数应该在 1.5∼2.5$M_\odot$ 之间 (星等在 0.5∼3 mag 之间). 在上述星等范围内, 以 0.05 mag 为步长建立网格点, 并对 M_c 在每个网格点取值的情况, 用 3.1 节介绍的拟合方法拟合观测数据, 并比较目标函数 χ^2 的取值. 结果显示 χ^2 在 M_c=1.05mag (m_c=2.31$M_\odot$) 时取得最小值. 相应的 MLR 拟合结果为 (在图 1 中用实线表示)

$$\lg m = \begin{cases} 0.558-0.182M_{\rm V}-0.00284M_{\rm V}^2, & M_{\rm V} < 1.05 \text{ mag} \quad (2.31M_\odot < m < 22.89M_\odot) \\ 0.489-0.125M_{\rm V}+0.00511M_{\rm V}^2, & M_{\rm V} > 1.05 \text{ mag} \quad (0.60M_\odot < m < 2.31M_\odot) \end{cases}.$$

为了直接比对, 图 1 中还给出了 Reid02 (虚线, 质量范围为 $0.6M_\odot < m < 22.0M_\odot$) 和 HM93 (点划线, 质量范围为 $0.6M_\odot < m < 2.0M_\odot$) 的 MLR. 具体比较结果见表 2, 其中包括拟合样本个数、拟合模型的参数个数和约化 χ^2.

在 $0.6M_\odot < m < 2.0M_\odot$ 范围内比较 HM93 和本文的工作: 两者用了相同的二次模型, 但本文的拟合样本增加了 84 颗恒星, 这些恒星大部分来自结合依巴谷观测和地面观测得到的目视双星系统; 从图 1 中可以看出, HM93 得到的 MLR 在我们给出的 MLR 的下方; 我们拟合结果的约化 χ^2 约是 HM93 的 70%, 由于拟合模型相同, 因此这种比较已经可以说明本文的 MLR 相对 HM93 有所改进.

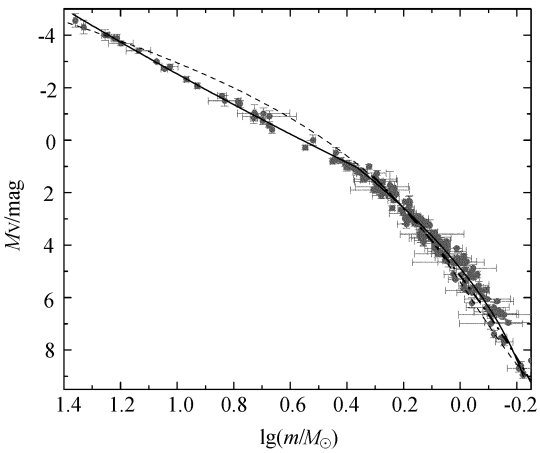

图 1　V 波段 MLR. 灰色带误差棒的实心点是用来拟合的观测数据，实线是本文的拟合结果. 虚线和点划线分别是 Reid02 和 HM93 的拟合结果

Fig. 1　The MLR in the V band. The gray points with error bars represent the observational data, and the solid line indicates our fitting results. Also shown are the results of Reid et al.[20] (dashed line) and Henry et al.[11](dot-dashed line), respectively

表 **2**　MLR 的比较结果

Table 2　The comparison between MLRs

	$0.6M_\odot < m < 2.0M_\odot$		$0.6M_\odot < m < 22.89M_\odot$	
	This work	HM93	This work	Reid02
The number of stars (N)	155	71	203	76
The number of parameters (L)	3	3	6	4
The reduced χ^2 ($\frac{\chi^2}{N-L}$)	2.8	4.11	2.49	7.68

本文与 Reid02 考虑了同样的质量范围，两者比较如下：本文拟合 MLR 的二次连续分段模型比 Reid02 的三次多项式模型增加了两个参数，数据样本增加了 127 颗恒星，主要是增加了近年来得到的食双星数据以及目视双星数据；根据图 1, Reid02 给出的 MLR 在 $2.5M_\odot < m < 11.0M_\odot$ 内明显偏离观测，而在约 $1.3M_\odot$ 以下，Reid02 的 MLR 在我们给出的 MLR 的下方；本文的约化 χ^2 仅约为 Reid02 的 30%.

因为本文的拟合模型比 Reid02 的增加了两个参数，所以上述约化 χ^2 的减小还不足以说明我们的结果明显优于 Reid02 的结果，实际上，增加模型参数尽管总能使拟合结果更接近拟合样本，但同时也可能会给结果带来虚假的细节特征. 通常利用 F– 检验来判断增加参数的合理性和有效性 [72−73]. 考虑新、旧两种拟合模型，如果其模型参数的个数分别为 $L_{\rm new}$ 和 $L_{\rm old}$ ($L_{\rm new} > L_{\rm old}$), 则参数增加是否合理有效可以根据如下定义的统计量的取值来判断

$$F = \frac{N - L_{\rm new}}{L_{\rm new} - L_{\rm old}} \cdot \frac{\chi^2_{\rm old} - \chi^2_{\rm new}}{\chi^2_{\rm new}} \,. \tag{5}$$

该统计量服从 F 分布： $F(L_{\rm new}-L_{\rm old}, N-L_{\rm new})$[74]. 新模型不如旧模型的概率为

$$p=(1+\overline{F}/\beta)^{-\beta}\,. \tag{6}$$

其中 $\overline{F}$ 表示 F 的实际取值，而 $\beta=(N-L_{\rm new})/(L_{\rm new}-L_{\rm old})$. 一般认为， $p<5\%$ 时由新模型替代旧模型就是合理有效的，而在实际应用中，如果统计改进的显著性很大，则 p 值就近似等于 0[73]. 比较本文 (新模型) 和 Reid02 (旧模型) 的拟合，得到的 $p\sim 0$, 由此可知本文相对 Reid02 的结果改进具有统计显著性.

本文的 MLR 给出质量的相对误差可用如下方法估计：根据表 1 中的 $\{M_{{\rm V}_i}\}$, 将 MLR 给出的质量记为 $\{M_i\}$, 它相对表 1 中的观测质量 $\{m_i\}$ 的相对误差为 $\{{\rm d}m_i\}=(\{M_i\}-\{m_i\})/\{m_i\}, (i=1,\cdots,N)$. 具体计算得到 $\{{\rm d}m_i\}$ 的期望值为 0.001 7, t 检验显示在置信度 5% 下该期望值与 0 没有显著差别，这反映了本文得到的 MLR 与观测是相符的； $\{{\rm d}m_i\}$ 的加权均方差为 0.053, 即本文的 MLR 估计质量的相对误差为 5.3%.

4 结论

本文利用一个能合理分配两个不同量纲观测量权重的拟合方法，充分利用现有的观测数据，给出 $0.6M_\odot<m<22.89M_\odot$ 范围内主序星的 V 波段经验 MLR. 该结果对此前结果的改进不仅具有统计显著性，而且其对恒星质量估计的相对误差已达到约 5.3%, 因此，该结果不仅可以用于开展有关恒星物理或恒星系统动力学方面的统计性研究，而且对具体实际多星系统的长期动力学研究和短期定位研究等也有应用价值. 当然，目前高精度的恒星质量和光度数据还在不断增加，当数据累积到一定程度， MLR 将会得到进一步改进. 实际上，这一点在 Gaia 计划成功实施后即有望实现.

致谢 感谢审稿人对本论文提出的宝贵意见. 同时感谢任树林在本研究过程中给予的诸多帮助.

参 考 文 献

[1] Henry T J. ASP Conference Series, San Francisco: PASP, 2004, 318: 159
[2] de Grijs R, Gilmore G F, Johnson R A, et al. MNRAS, 2002, 331: 245
[3] Liu Q, de Grijs R, Deng L C, et al. MNRAS, 2009, 396: 1655
[4] 刘怀东，任树林，夏芳，等. 天文学报， 2009, 50: 312
[5] 张钰哲，戴文赛，程茂兰，等. 中国大百科全书天文学. 北京：中国大百科全书出版社， 1980: 656
[6] Hertzsprung E. BAN, 1923, 2: 15
[7] Russell H N, Adams W S, Joy A H. PASP, 1923, 35: 189
[8] Popper D M. ARA&A, 1980, 18: 115
[9] Andersen J. A&ARv, 1991, 3: 91
[10] Delfosse X, Forveille T, Ségransan D, et al. A&A, 2000, 364: 217
[11] Henry T J, McCarthy D W Jr. AJ, 1993, 106: 773
[12] Bonfils X, Delfosse X, Udry S, et al. A&A, 2005, 442: 635
[13] Woolf V M, Wallerstein G. MNRAS, 2005, 356: 963
[14] Chabrier G, Baraffe I. ARA&A, 2000, 38: 337

[15] Wielen R, Jahreiss H, Krüger R. IAU Colloquium. New York: L. Davis Press, 1983, 76: 163
[16] Gould A, Bahcall J N, Flynn C. ApJ, 1996, 465: 759
[17] Xia F, Ren S L, Fu Y N. Ap&SS, 2008, 314: 51
[18] Cester B, Ferluga S, Boehm C. Ap&SS, 1983, 96: 125
[19] Demircan O, Kahraman G. Ap&SS, 1991, 181: 313
[20] Reid I N, Gizis J E, Hawley S L. AJ, 2002, 124: 2721
[21] Binney J, Michael M. Galactic Astronomy. Princeton: Princeton University Press, 1998
[22] Malkov O Y. MNRAS, 2007, 382: 1073
[23] Marschall L A, Stefanik R P, Lacy C H, et al. AJ, 1997, 114: 793
[24] Malkov O Y. Bull. Inf. CDS, 1993, 42: 27
[25] Glimenez A, Clausen J V. A&A, 1994, 291: 795
[26] Torres G, Ribas I. ApJ, 2002, 567: 1140
[27] Ribas I, Jordi C, Torra J. MNRAS, 1999, 309: 199
[28] De Mey K, Aerts C, Waelkens C, et al. A&A, 1996, 310: 164
[29] Tomkin J, Fekel F C. AJ, 2006, 131: 2652
[30] Southworth J, Smalley B, Maxted P F L, et al. MNRAS, 2005, 363: 529
[31] Yakut K, Aerts C, Morel T. A&A, 2007, 467: 647
[32] Torres G, Stefanik R P, Andersen J, et al. AJ, 1997, 114: 2764
[33] Kjurkchieva D P, Marchev D V. MNRAS, 2007, 381: 663
[34] Hummel C A. AJ, 1995, 110: 376
[35] Clausen J V. A&A, 2007, 461: 1065
[36] Hummel C A. AJ, 1998, 116: 2536
[37] Schöenberner D, Harmanec P. A&A, 1995, 294: 509
[38] Vaz L P R, Andersen J, Claret A. A&A, 2007, 469: 295
[39] Scarfe C D, Barlow D J, Fekel F C, et al. AJ, 1994, 107: 1529
[40] Trudel J L, Fernie J D, Mochnacki S. AJ, 1993, 105: 2291
[41] Guinan E F, Ribas I, Fitzpatrick E L, et al. ApJ, 2000, 544: 409
[42] Torres G, Andersen J, Nordström B, et al. AJ, 2000, 119: 1942
[43] Kim C H, Nha I S, Kreiner J M. AJ, 2005, 129: 990
[44] Clausen J V, Gimenez A. A&A, 1991, 241: 98
[45] Haefner R, Skillen I, de Groot M. A&A, 1987, 179: 141
[46] Kozyreva V S, Kusakin A V, Khaliullin K F. AstL, 2005, 31: 117
[47] Imbert M. A&A, 2002, 387: 850
[48] Lacy C H S. AJ, 1998, 115: 801
[49] Lacy C H S, Torres G, Claret A, et al. AJ, 2003, 126: 1905
[50] Söderhjelm S. A&A, 1999, 341: 121
[51] Pourbaix D. A&AS, 2000, 145: 215
[52] Fernandes J, Lebreton Y, Baglin A, et al. A&A, 1998, 338: 455
[53] Martin C, Mignard F, Hartkopf W I, et al. A&AS, 1998, 133: 149
[54] Tomkin J, Popper D M. AJ, 1986, 91: 1428
[55] Balega Y Y, Beuzit J L, Delfosse X, et al. A&A, 2007, 464: 635
[56] Martin C, Mignard F. A&A, 1998, 330: 585
[57] López-Morales M, Ribas I. ApJ, 2005, 631: 1120
[58] Lacy C H S, Torres G, Claret A, et al. AJ, 2002, 123: 1013
[59] Brown A, Bennett P D, Baade R, et al. AJ, 2001, 122: 392
[60] Lacy C H S. AJ, 2002, 124: 1162
[61] Lacy C H S, Torres G, Claret A, et al. AJ, 2006, 131: 2664
[62] Lu W X, Wang R Y, Wang X M. ChA&A, 1991, 15: 214

[63] 陆文贤，王如友，王秀美. 天文学报， 1990, 31: 319
[64] Kjurkchieva D P, Marchev D V, Ogloza W. A&A, 2003, 400: 623
[65] Burkholder V, Massey P, Morrell N. ApJ, 1997, 490: 328
[66] Lacy C H S, Torres G, Claret A, et al. AJ, 2005, 130: 2838
[67] Sana H, Antokhina E, Royer P, et al. A&A, 2005, 441: 213
[68] Kjurkchieva D P, Marchev D V, Heckert P A, et al. A&A, 2004, 424: 993
[69] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, et al. Numerical Recipes in Fortran. 2nd Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1992: 660
[70] Stagni R, Margoni R, Mammano A. Ap&SS, 1982, 88: 115
[71] Smith R C. Obs, 1983, 103: 29
[72] Lucy L B, Sweeney M A. AJ, 1971, 76: 544
[73] Pourbaix D, Jorissen A. A&AS, 2000, 145: 161
[74] Bevington P R, Robinson D K. Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences. 2nd Edition. New York: McGraw-Hill, 1992

The V Band Empirical Mass-Luminosity Relation for Main Sequence Stars

XIA Fang[1,2] FU Yan-ning[1]
(1 *Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008*)
(2 *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049*)

Abstract Stellar mass is an indispensable parameter in the studies of stellar physics and stellar dynamics. On the one hand, the most reliable way to determine the stellar dynamical mass is via orbital determination of binaries. On the other hand, however, most stellar masses have to be estimated by using the mass-luminosity relation (MRL). Therefore, it is important to obtain the empirical MRL through fitting the data of stellar dynamical mass and luminosity. The effect of metallicity can make this relation disperse in the V-band, but studies show that this is mainly limited to the case when the stellar mass is less than $0.6M_{\odot}$. Recently, many relevant data have been accumulated for main sequence stars with larger mass, which make it possible to significantly improve the corresponding MRL. Using a fitting method which can reasonably assign weight to the observational data including two quantities with different dimensions, we obtain a V-band MRL based on the dynamical masses and luminosities of 203 main sequence stars. Compared with the previous work, the improved MRL is statistically significant, and the relative error of mass estimation reaches about 5%. Therefore, our MRL is useful not only in studies of statistical nature, but also in studies of concrete stellar systems, such as the long-term dynamical study and the short-term positioning study of a specific multiple star system.

Key words stars: fundamental parameters, methods: data analysis, methods: numerical