

地方原子时算法研究*

李 变^{1,2†} 屈俐俐¹ 高玉平¹ 胡永辉¹

(1 中国科学院国家授时中心 西安 710600)

(2 中国科学院研究生院 北京 100049)

摘要 产生和保持一个稳定、准确、可靠的时间尺度是所有时间实验室追求的目标. 传统的 ALGOS 算法主要考虑时间尺度的长期稳定度, 而地方原子时尺度需兼顾长、短期的稳定度. 通过对原子钟噪声模型的分析研究, 在保证地方原子时尺度长期稳定度不降低的条件下, 提出适合中国科学院国家授时中心 (National Time Service Center, NTSC) 守时钟类型单一、钟性能相近的时间实验室计算地方时间尺度 TA(NTSC) 的一套完整算法. 应用 NTSC 2008 年全年所有参加国际原子时 (International Atomic Time, TAI) 计算的钟的数据进行新算法的验证计算, 得到的 TA(NTSC) 的短期稳定度指标与长期稳定度指标均有提高. 研究结果适用于与 NTSC 守时系统结构相似的时间实验室的原子时尺度计算.

关键词 时间, 方法: 数据分析

中图分类号: P127; **文献标识码:** A

1 引言

NTSC 负责我国标准时间的产生、保持和发播, 为我国各个领域的时间应用提供直接或间接的时间基准. 研究如何充分利用现有的原子钟资源, 产生一个稳定、可靠的独立地方原子时尺度 TA(NTSC), 一直以来是 NTSC 的重要研究内容之一.

NTSC 拥有 18 台 HP5071A 高性能管铯原子钟、2 台美国 Symmetricom 公司生产的 Sigma-tau MHM-2010 型氢脉泽和 2 台上海天文台研制的主动型氢原子钟. NTSC 现在所用的产生地方原子时 TA(NTSC) 的算法实质就是 ALGOS 算法.

ALGOS 算法是国际权度局 (BIPM) 利用全球 50 多个时间实验室自由运转的原子钟, 产生 TAI 所采用的时间尺度算法^[1]. 为了使 TAI 的频率波动最小, BIPM 采用前 11 个月及当月共 12 个月的速率方差计算钟的权重, 以消除由于地域、季节等因素引起的原子钟的频率波动, 保持时间尺度的长期稳定度. 对于 NTSC 而言, 产生地方原子时的原子钟处于同一个地域, 拥有相同的环境因素, 并且原子钟类型单一、性能相近. 因此, 在计算 TA(NTSC) 时, 如果某台钟前 11 个月的速率一直很稳定, 第 12 个月时发生频率突变, 依照 ALGOS 算法的权重计算方法, 它仍然可以取较高的权, 这样势必会将

2009-11-16 收到原稿, 2009-12-03 收到修改稿

* 国家自然科学基金项目 (10573019) 及中国科学院知识创新工程重要方向项目 (KJCX2-YW-T12) 资助

† lb@ntsc.ac.cn

它的频率突变因素带入 TA(NTSC), 从而影响 TA(NTSC) 的稳定度. 因此, 基于 ALGOS 算法, 结合 NTSC 现有的原子钟资源及对 TA(NTSC) 稳定度的要求, 提出了更适合我国地方原子时 TA(NTSC) 的算法.

2 原子钟噪声模型

原子钟是一种精密的频率源, 但原子钟的输出钟面读数 T_1 与符合定义的理想时间 $T(t)$ 之间不可避免地存在偏差^[2-3]:

$$T(t) = T_1 + x(t), \quad (1)$$

$x(t)$ 通常称为精密时钟的噪声, 也就是上述的时间偏差. 原子钟噪声是 5 种不同噪声的线性叠加. 它的统计特性可以用谱密度函数表示为

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^2 h_{\alpha} f^{\alpha}, \quad (2)$$

其中 $\alpha = -2, -1, 0, 1, 2$ 分别对应随机游走调频 (RW FM)、闪变调频 (Flicker FM)、白音调频 (White FM)、闪变调相 (Flicker PM)、白音调相 (White PM). h_{α} 是各种噪声强弱的常数.

频率稳定度的时域表示方法一般采用 Allan 方差. Allan 方差与取样时间 τ 的关系为

$$\sigma_y^2(\tau) = \sum_{\alpha=-2}^2 k_{\alpha} \tau^{\mu}, \quad (3)$$

式中 $\mu = -\alpha - 1$. 当 $\alpha \geq 1$ 时, $\mu = 2$. k_{α} 为与 h_{α} 相应的系数. 图 1 是 5 种噪声分量在 Allan 方差中的表现.

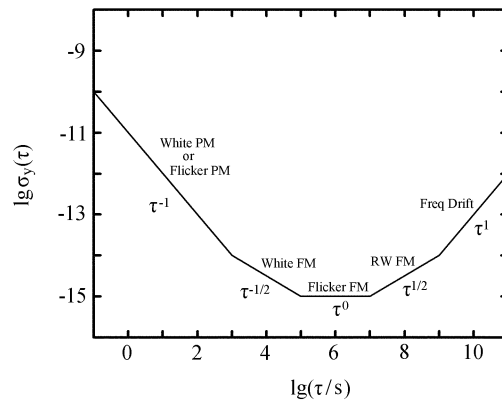


图 1 Allan 偏差对应的原子钟噪声类型

Fig. 1 Noise types of atomic clock corresponding to different Allan deviations

原子钟噪声模型是原子时算法的理论基础与核心问题. 原子时算法的实质是研究原子钟之间的噪声关系. 通过对原子时算法和其中多项参数的合理选取, 使最后计算得出

的原子时尺度的噪声尽可能地小. 在设计一种算法之前, 首先要从数学上对原子钟噪声的性质进行描述, 为原子钟噪声建立恰当的数学模型.

TAI 是一种滞后的时间尺度, 它要求具有良好的准确度和长期稳定度^[4]. 由图 1 可知, 当 $\tau \geq 100$ d 时, 噪声主要表现为频率的随机游走. TAI 计算主要考虑的是如何最大限度地消除随机游走频率调制噪声带来的影响. 地方原子时需要兼顾 $\tau \leq 60$ d 的稳定度, 其噪声主要表现为闪变调频噪声. 因此, 对于地方原子时计算, ALGOS 算法不是很合适.

3 地方原子时 TA(NTSC) 算法

3.1 权重的确定

TA(NTSC) 算法采用方差计算原子钟的权重. 为了提高 TA(NTSC) 在 $\tau \leq 60$ d 的稳定度, 对 NTSC 2008 年 1~12 月共 1 yr 的原子钟数据资料, 分别采用 3~12 个月的速率方差计算钟的权重, 并对不同权重计算的 $TA_n(\text{NTSC}, n)$ 进行分析, 结果如图 2 所示.

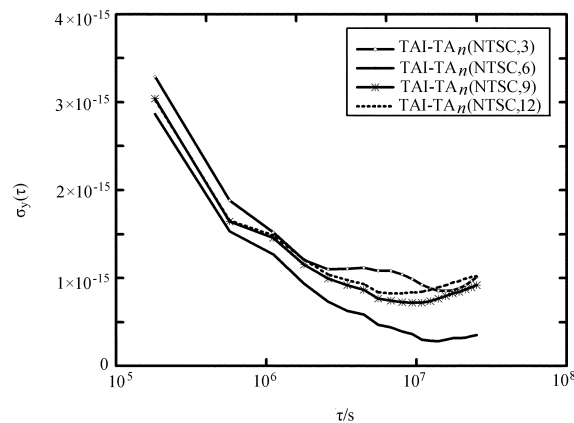


图 2 TAI- $TA_n(\text{NTSC}, n)$ 的稳定度

Fig. 2 Stability of TAI- $TA_n(\text{NTSC}, n)$

图 2 是根据不同的权重计算的时间尺度 $TA_n(\text{NTSC}, n)$ 相对于 TAI 的稳定度, 其中 n 表示采用几个月的速率方差计算的权重. 由图 2 看出, 当 $n = 3$ 时, τ 从 5 d 到 100 d, $TA_n(\text{NTSC}, 3)$ 的稳定度都是最差的; 当 $n = 12$ 时, $TA_n(\text{NTSC}, 12)$ 的稳定度比 $TA_n(\text{NTSC}, 3)$ 好, 但是从 $\tau = 15$ d 开始, 其稳定度低于 n 分别取 6 和 9 时的 $TA_n(\text{NTSC}, 6)$ 和 $TA_n(\text{NTSC}, 9)$. 而当 $n = 6$ 时, 其稳定度是最好的. 因此, 地方原子时 TA(NTSC) 的算法采用包括当月在内共 6 个月的速率计算原子钟的权重.

3.2 最大权确定

根据原子钟的性能确定其权重, 可以充分发挥性能优秀的原子钟的优势, 从而提高性能优秀的原子钟在时间尺度计算中的比例. 但是, 计算钟 H_i 频率方差的频率是钟 H_i

相对于时间尺度的频率. 由于钟组关联效应正比于钟在钟组内的相对贡献, 如果不加以限制, 一个非常稳定的钟的权重会逐渐增大, 从而有可能威胁时间尺度的可靠性. 为了解决这个问题, 算法中采用了最大权重原则. 最大权是参与 TA(NTSC) 计算的原子钟数量 N 的函数^[5], 表示为

$$\omega_{\max} = a/N, \quad (4)$$

其中经验常数 a 值的选取, 既要考虑尽量发挥更多性能优秀的钟的优势, 又不能使最大权的钟的数量过大. 为了确定计算 TAI 时的最大权 ω_{\max} , BIPM 采用 2.5 yr (1998 年 1 月 ~2000 年 6 月) 的原子钟数据, 对不同的 a 值分别进行试算, 并对结果进行分析. 目前 BIPM 在计算 TAI 时, a 取 2.5. TA(NTSC) 算法中 a 值的选取主要考虑两方面内容: NTSC 原子钟的性能; 与最大权相对应的最小方差限 σ_{\min}^2 的确定.

3.2.1 原子钟性能分析

权重的计算与速率有关^[6]. 速率变化越小, 说明该钟的稳定度越好, 它的权重也就越大. 表 1 是采用 2008 年的原子钟数据资料, 计算的 NTSC 各钟的稳定度情况. 2008 年, NTSC 的原子钟在 TAI 的计算中, 所有权重的平均值为 0.41, 有 6 个钟 (TAI-Cs08、TAI-Cs11、TAI-Cs16、TAI-Cs096、TAI-Cs145、TAI-Cs146) 的权重约为平均权重的 2 倍. 从表 1 也可看出, 这 6 个钟是 NTSC 性能优秀的原子钟. 因此, 在 TA(NTSC) 的计算中, 取最大权的钟数不应超过总钟数的 33%^[7].

表 1 NTSC 各原子钟相对于 TAI 的 Allan 偏差

Table 1 Allan deviations of various clocks relative to TAI at NTSC

Clock name	$\tau(\text{d})$					
	5	10	30	60	90	100
TAI-Cs07	11.469	10.000	10.116	12.002	14.407	14.382
TAI-Cs08	11.440	6.288	3.003	1.823	1.623	1.561
TAI-Cs11	8.806	5.955	3.424	2.648	2.003	1.833
TAI-Cs16	11.327	8.637	5.285	4.204	3.035	2.527
TAI-Cs17	11.589	8.350	5.217	5.280	5.070	4.987
TAI-Cs1820	16.870	10.621	7.974	5.909	6.287	6.740
TAI-Cs1823	14.472	9.695	6.968	5.800	4.345	3.900
TAI-Cs096	11.473	9.290	3.749	2.714	2.289	2.227
TAI-Cs098	11.341	6.420	3.579	3.203	3.408	3.676
TAI-Cs131	10.586	8.078	4.852	7.057	10.234	11.259
TAI-Cs141	24.450	28.400	27.337	25.169	26.707	27.114
TAI-Cs142	8.365	5.400	4.666	6.391	8.851	9.527
TAI-Cs144	18.234	12.246	10.222	6.484	5.002	4.861
TAI-Cs145	10.030	5.341	2.619	1.858	2.431	2.274
TAI-Cs146	11.488	5.935	2.607	1.858	1.430	1.392
TAI-Cs147	9.693	6.351	5.614	4.989	6.282	6.949
TAI-Cs148	8.782	7.263	3.354	3.351	3.442	3.594
TAI-Cs1818	13.133	9.884	5.937	6.267	8.051	8.498

注: 表中偏差值量级为 10^{-15}

3.2.2 最小方差限 σ_{\min}^2

原子钟的标准方差是计算权重的依据。TA(NTSC) 计算间隔是 30 d, 根据 $T = 30$ d 的 Allan 方差确定最小方差限 σ_{\min}^2 ^[4]:

$$\sigma_i^2(6, T) = B_1 \sigma_{y_i}^2(T), \quad (5)$$

其中 $\sigma_{y_i}^2(T)$ 是 $T = 30$ d 时钟 H_i 的 Allan 方差; $\sigma_i^2(6, T)$ 是钟 H_i 标准方差; 偏函数 $B_1 = 1.924$. 根据原子钟的性能分析及 $\sigma_i^2(6, T)$ 确定取最大权的 σ_{\min}^2 .

3.2.3 a 不同取值的分析

根据以上两节的分析, a 的取值范围是 [1,3]. 对 a 不同的取值分别进行了试算, 结果表明: 当 $1 \leq a \leq 1.8$ 时, 取最大权的钟数大于 6, 不能将性能优秀的钟从钟组中区分出来 (图 3(a) 是 $a = 1.4$ 时, 钟权重分布图). 而当 $2.6 \leq a \leq 3$ 时, 取最大权的钟数不超过 2, 这就使得时间尺度 $TA_a(\text{NTSC}, a)$ 过份地依赖于最好的钟, 从而威胁到时间尺度的可靠性 (图 3(b) 是 $a = 3$ 时, 钟权重分布图). 因此, a 的取值应该在 [1.9,2.5] 范围. 表 2

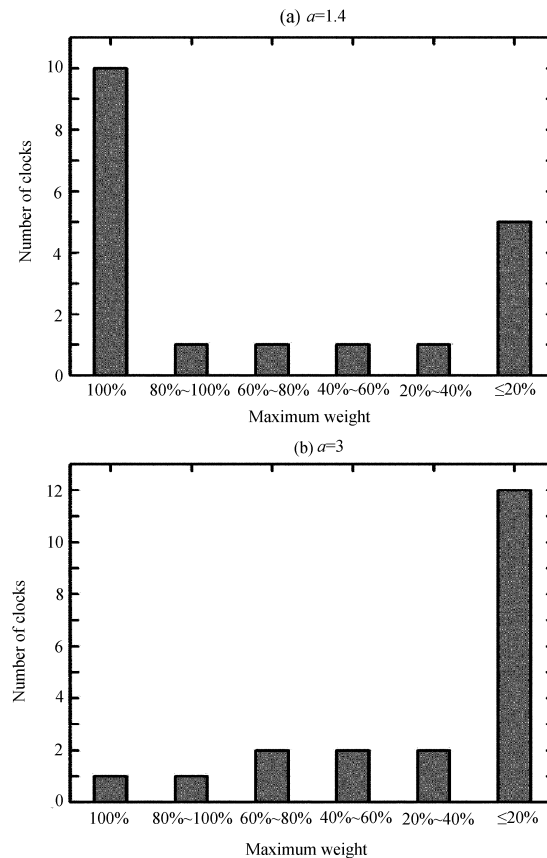


图 3 a 取不同值时钟的权重分布图. (a) $a = 1.4$ (b) $a = 3$

Fig. 3 Weight distributions of clocks for different values of a . (a) $a = 1.4$ (b) $a = 3$

是 a 在该范围中计算的 $TA_a(NTSC, a)$ 的稳定度情况比较.

表 2 不同 a 计算的 $TA_a(NTSC, a)$ 的 Allan 偏差

Table 2 Calculated Allan deviations of $TA_a(NTSC, a)$ according to different a

Clock name	$\tau(d)$				
	5	10	30	50	60
TAI- $TA_a(NTSC, 1.9)$	4.528	2.433	1.463	1.277	1.309
TAI- $TA_a(NTSC, 2.0)$	4.545	2.483	1.461	1.240	1.264
TAI- $TA_a(NTSC, 2.1)$	4.578	2.508	1.448	1.212	1.234
TAI- $TA_a(NTSC, 2.2)$	4.623	2.524	1.434	1.197	1.223
TAI- $TA_a(NTSC, 2.3)$	4.677	2.540	1.415	1.194	1.223
TAI- $TA_a(NTSC, 2.4)$	4.708	2.546	1.398	1.202	1.237
TAI- $TA_a(NTSC, 2.5)$	4.724	2.553	1.394	1.216	1.258

注: 表中偏差值量级为 10^{-15}

地方原子时 TA(NTSC) 主要考虑 $\tau < 60$ d 的稳定度, 根据 NTSC 钟组实际情况及最大权钟数为总钟数 30% 左右的条件, 并结合 a 取 1.9 ~ 2.5 时 $TA_a(NTSC, a)$ 的稳定度情况, TA(NTSC) 算法中选取 2.1 作为 a 值的最佳结果.

3.3 参与钟选取原则

NTSC 钟组中原子钟的数量较少, 如果达不到要求的钟也参加 TA(NTSC) 的计算, 将会降低其稳定度. 因此, 必须首先判断钟是否达到说明书上的要求, 从而确定在 TA(NTSC) 的计算中是否采用该原子钟. 然后, 根据 3σ 的准则判断钟的权重是否取 0.

NTSC 现有钟组中的 4 台氢钟在 2008 年工作不正常, 因此, 在 TA(NTSC) 算法中用到的仅是 18 台 HP5071A 铯原子钟. 根据 HP5071A 高性能管原子钟的说明书, 这些钟 30 d 的稳定度应达到 $\sigma \leq 10^{-14}$. 从表 1 中可看出, Cs141 从 5 ~ 100 d 的 σ 值均大于 10^{-14} , 因此, 在 TA(NTSC) 算法中, Cs141 不应该参加 TA(NTSC) 的计算, 即参加计算的总钟数 N 为 17.

为了证明参与钟选取原则的合理性, 分别对 Cs141 参加前后计算的 $TA_N(NTSC, 18)$ 与 $TA_N(NTSC, 17)$ 的稳定度进行比较 (表 3), 结果表明, $5 \text{ d} \leq \tau \leq 50 \text{ d}$ 时, 去掉 Cs141 后的 $TA_N(NTSC, 17)$ 的稳定度优于未去掉的 $TA_N(NTSC, 18)$ 稳定度.

表 3 不同 N 值对应的 $TA_N(NTSC, N)$ 的 Allan 偏差

Table 3 Allan deviations of $TA_N(NTSC, N)$ for different N

Clock name	$\tau(d)$					
	5	10	20	30	40	50
TAI- $TA_N(NTSC, 17)$	4.569	2.518	1.788	1.428	1.219	1.211
TAI- $TA_N(NTSC, 18)$	4.631	2.533	1.815	1.449	1.235	1.219

注: 表中偏差值量级为 10^{-15}

4 结论

ALGOS 算法是比较成熟的时间尺度算法, 并且应用广泛. 该算法通过采用包括当月

在内共 12 个月的速率方差计算钟的权重, 以消除由于地域、季节等因素引起的钟的频率波动, 从而保持时间尺度的长期稳定度. 地方原子时尺度需兼顾长、短期的稳定度, 主要考虑的是 60 d 以内的稳定度. ALGOS 算法不适合地方原子时的计算.

基于 ALGOS 算法, 结合 NTSC 守时钟组 (不考虑氢钟) 类型单一、钟与钟之间的性能相近的实际情况及对地方原子时 TA(NTSC) 稳定度的要求, 给出了更适合我国的独立的地方原子时 TA(NTSC) 的算法. 通过对 NTSC 2008 年的原子钟数据进行试算, 结果表明: 该算法在改善 TA(NTSC) 短期稳定度的同时, 也提高了长期稳定度 (图 4). 本结论是从 NTSC 的守时数据得到的, 该算法适用于与 NTSC 守时系统结构相似的时间实验室.

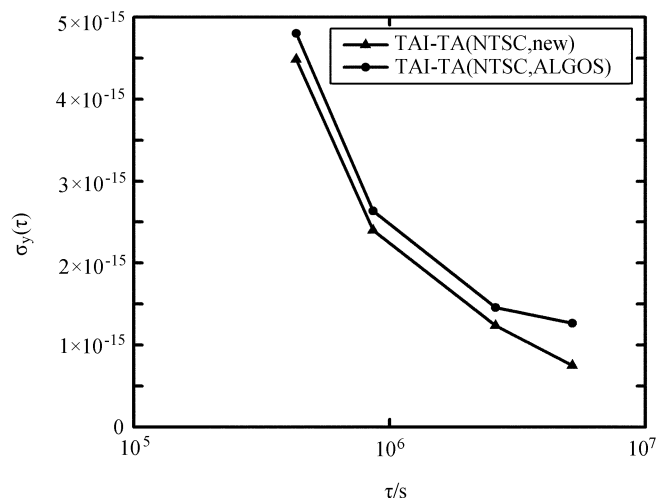


图 4 新算法与 ALGOS 算法的稳定度比较

Fig. 4 Stability comparison of the new algorithm and ALGOS

参 考 文 献

- [1] Hanado Y, Imae M, Aida M, et al. National Institute of Information and Communications Technology, 2003, 50: 155
- [2] 王正明, 袁海波. 天文学报, 2007, 48: 71
- [3] Wang Z M, Yuan H B. ChA&A, 2007, 31: 308
- [4] Patrizia T, Claudine T. Metro, 1991, 28: 57
- [5] Azoubib J. Report to the 15th Session of the CCTF, 2001: 1
- [6] Shinn Y L, Hsin M P. 35th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting, 2003: 297
- [7] Judah L. Metro, 2008, 45: 23

Study on the Algorithm of Local Atomic Time

LI Bian^{1,2} QU Li-li¹ GAO Yu-ping¹ HU Yong-hui¹

(1 *National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600*)

(2 *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049*)

ABSTRACT It is always an endless target for all time and frequency laboratories to develop, own and keep a stable, accurate and reliable time scale. As a comparatively mature algorithm, ALGOS, which has been concerned about the long-term stability of the time scale, is widely used by the majority of time laboratories. For ALGOS, the weights are assumed on the basis of the frequencies of 12 months and the present month interval is included in the computation. This procedure uses clock measurements covering 12 months, so annual frequency variations and long-term drifts can lead to de-weight. This helps to decrease the seasonal variation of the time scale and improve its long-term stability. However, the local atomic time scale is primarily concerned with long-term stability not more than 60 days. So when the local time scale is computed with ALGOS in time laboratories, it is necessary to modify ALGOS correspondingly according to the performances of contributing clocks, the requirement of stability for local time scale and so on.

There are 22 high performance atomic clocks at National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences (NTSC). They include 18 cesium standards and 4 hydrogen masers. Because hydrogen masers behave poor, we only regard an ensemble of 18 cesium clocks in our improved algorithm. The performances of these clocks are very similar, and the number is less than 20. By analyzing and studying the noise models of atomic clocks, this paper presents a complete improved algorithm of TA(NTSC). This improved TA(NTSC) algorithm includes three aspects: the selection of the maximum weight, the selection of clocks taking part in TA(NTSC) computation and the estimation of the weights of contributing clocks.

We validate the new algorithm with the annually atomic clock comparative data of NTSC taking part in TAI computation in 2008. The results show that the long-term and short-term stabilities of TA(NTSC) are all improved. This conclusion is based on the clock measurement data at NTSC. The performances of these clocks are very similar. So for those laboratories with the time-keeping system structure similar to NTSC, this new algorithm is appropriate to compute the local atomic time.

Key words time, methods: data analysis