

# 暴涨中粒子的生成对大尺度宇宙微波背景 各向异性功率谱的影响\*

董义乔<sup>1,2†</sup> 张 笋<sup>1</sup>

(1 中国科学院紫金山天文台 南京 210008)

(2 中国科学院研究生院 北京 100049)

**摘要** WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) 观测得到的宇宙微波背景 (CMB) 角功率谱在大尺度上比广泛使用的  $\Lambda$ CDM 宇宙模型给出的理论值有明显的压低. 通过引入暴涨中粒子的生成过程, 研究了大尺度上 CMB 各向异性功率谱的行为. 计算表明, 粒子的生成使得暴涨的原初功率谱产生了修正, 从而影响了 CMB 的角功率谱, 这样可以较为自然地得到四极矩附近的压低.

**关键词** 宇宙学; 观测, 宇宙背景辐射, 宇宙大尺度结构

**中图分类号:** P 159; **文献标识码:** A

## 1 引言

近年来, 随着 WMAP 观测结果的陆续公布以及 Planck 卫星的发射升空, 我们对 CMB 的认识不断深化<sup>[1-4]</sup>. 理论方面, 以  $\Lambda$ CDM 模型为基本框架的宇宙学理论能很好地与现有的观测相符合, 而观测的发展也将更好地对模型参数进行限制. 在对 CMB 的研究中, 大尺度上各向异性 (low- $l$  多极矩) 的有关行为一直都受到很大的关注. 其重要问题之一是四极矩附近的反常行为<sup>[5-10]</sup>, WMAP 得到的角功率谱在大尺度上比  $\Lambda$ CDM 模型给出的预计值有明显的压低. 这一压低行为如果有着宇宙学上的起源的话, 那将会在很大程度上影响我们对宇宙演化的认识.

我们知道, CMB 的角功率谱敏感地依赖于暴涨时期的原初扰动及之后的演化过程, 现在测得的结果应该是相关因素共同导致的. 对于大尺度上的反常行为, 就原初扰动的影响而言, 现有的研究大致可以分为两类: 一类是在暴涨产生密度微扰的过程中加入一些新的修正或引入一些新的微扰成分<sup>[5-8]</sup>, 例如, 考虑到几何的因素, 对  $\Lambda$ CDM 模型中采用的平直空间的 Robertson-Walker 度规作一些修改, 如考虑空间曲率的影响<sup>[5]</sup> 或采用各向异性的椭球型度规<sup>[6]</sup>, 也可以通过引入关联的 isocurvature 型涨落<sup>[7]</sup> 等方法来实现对原初扰动的修正; 另一类研究则是通过暴涨过程中的随机过程, 研究噪声对密度功率谱的影响, 进而解释 CMB 角功率谱在大尺度上的行为<sup>[9-11]</sup>, 既可以处理自由暴涨场的

2010-02-01 收到原稿

\* 国家自然科学基金 (10973039, 10447114) 和江苏省博士后科研资助计划项目 (2005 年度第 1 批 B 类) 资助

† bosonjump@gmail.com

情形<sup>[9]</sup>,也可以引入暴涨场与其它场的相互作用<sup>[10]</sup>.以上这两类方法都有比较充分的研究,其结果确实可以对大尺度上角功率谱的压低给出较好的解释.但一方面,现在对这一问题仍然没有能被广泛接受的理论解释,深入的探讨还会继续.另外也有人认为,上面提到的第1类方法并非很自然,先验的因素较多<sup>[10]</sup>.

这里,我们将通过引入暴涨过程中粒子的生成效应<sup>[12-14]</sup>对CMB角功率谱在大尺度上的压低行为给出另一种新的解释,其思想是暴涨场可以与其他场耦合,粒子生成影响着宇宙演化过程.就大尺度上的效应而言,粒子生成导致了原初密度功率谱的变化(有台阶,压低),从而对CMB的谱产生影响.一般来说,我们观测到的宇宙既决定于暴涨的慢滚过程也决定于其间的各种过程,如粒子生成等过程,考虑这些因素是自然而普适的.

## 2 模型

我们按文献[12-14]的方法在最简单的标量场暴涨理论中引入粒子生成,研究一个暴涨场 $\phi$ 与大质量标量场 $\tau$ 耦合的体系,给出整个体系的势能为

$$V(\phi, \tau) = V_0 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 + \frac{1}{2}N(m_\tau - g\phi)^2\tau^2, \quad (1)$$

其中 $g$ 为耦合常数, $N$ 为生成的玻色子的简并度或种类, $m_\phi$ 和 $m_\tau$ 分别为暴涨场 $\phi$ 和大质量标量场 $\tau$ 的质量. $V_0$ 是一个常数势,在不同的模型中, $V_0$ 可以有不同的取值.在这里,我们假设 $V_0$ 在势能中占主导地位,因此暴涨过程中, $H$ 的变化可以忽略,即暴涨过程在近似的de Sitter时空中进行.

将势能表达式代入 $\phi$ 场的演化方程,可以得到

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + m_\phi^2\phi - gN(m_\tau - g\phi) <\tau^2> = 0. \quad (2)$$

在这里我们作了单圈近似(Hartree近似),用 $<\tau^2>$ 代替 $\tau^2$ :

$$<\tau^2> \approx \theta(t - t_0) \frac{C}{m_\tau - g\phi} n_0 \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-3}, \quad n_0 = g^{3/2} \frac{|\dot{\phi}_0|^{3/2}}{(2\pi)^3}, \quad (3)$$

其中 $C$ 是 $O(1)$ 的常数, $\theta(t)$ 是阶跃函数.这里的 $t$ 表示时间变量, $a$ 是宇宙标度因子;而 $t_0$ 则是加入粒子生成的时刻,下标含0的量均表示这一时刻的量.我们引入了暴涨场和某个质量为 $m_\tau$ (设为普朗克质量 $m_{\text{pl}}$ 的倍数)的粒子耦合,该粒子的有效质量为 $m_{\text{eff}} = m_\tau - g\phi$ .在 $g\phi = m_\tau$ 时刻,粒子的有效质量消失,该粒子可以大量共振生成.暴涨过程中的粒子生成会明显改变原初功率谱,因此可以有直接观测的效应.

在共动坐标下的能量密度扰动方程(curvature型扰动)可以写成

$$R_c'' + 2\frac{z'}{z}R_c + k^2R_c = 0, \quad z = \frac{a\dot{\phi}}{H}. \quad (4)$$

这里的 $k$ 为波矢,“'”号表示对共形时间 $\eta$ 求导,即 $' = d/d\eta = ad/dt$ 且 $a = -1/(H\eta)$ .暴涨场的扰动 $\delta\phi$ 和 $R_c$ 有如下关系:

$$\delta\phi = -\frac{\dot{\phi}}{H}R_c. \quad (5)$$

接下来, 我们可以定义扰动的功率谱

$$2\pi P_R^{1/2}(k) = \sqrt{2k^3} |R_k(t_f)|. \quad (6)$$

为了简化计算, 我们作一个代数变换  $u = a \delta\phi = -zR_c$ , 可以将上式化为

$$u'' + \left(k^2 - \frac{z''}{z}\right)u = 0, \quad (7)$$

在初始时刻 ( $\eta \rightarrow -\infty$ ), 我们假设系统是 Bunch-Davies 真空, 这时

$$u_0 = \frac{e^{-ik\eta}}{\sqrt{2k}} \left(1 - \frac{i}{k\eta}\right), \quad (8)$$

我们以此为初始条件, 求解扰动的演化方程 (7).

### 3 结果和讨论

计算结果如图 1~2 所示. 图 1 中粒子生成的密度功率谱在小尺度上 ( $k/k_0 > 1$  的区域, 视界内) 有准周期的震荡行为, 其振幅与  $N$  成正比, 周期与  $k$  有关. 这是粒子生成所造成的结果; 在大尺度上 ( $k/k_0 < 1$  的区域, 视界外), 其功率谱并不保持为常数, 而是呈阶梯状, 且被压低, 压低的幅度大致与  $N$  成正比. 这一阶梯和压低的效应来源于相对论粒子生成过程中伴随的大量的能量转移, 从而导致大尺度上熵扰动的效应<sup>[13]</sup>.

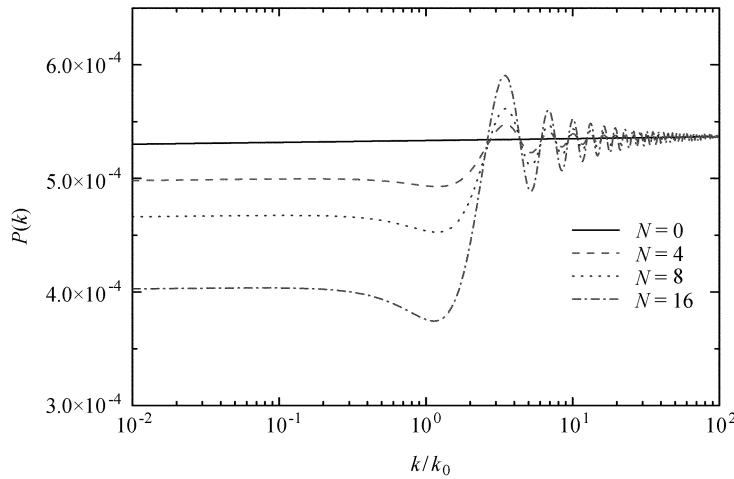


图 1 有粒子生成的暴涨场功率谱. 计算中参数取  $V_0 = 5m_\phi^2 m_\tau^2$ ,  $g = 1$ ,  $m_\phi = 10^{-6} m_{\text{pl}}$ ,  $m_\tau = 2m_{\text{pl}}$ .  $N$  为生成的玻色子的简并度或种类

Fig. 1 The power spectra of inflation field with particle production. The parameters used in calculation are  $V_0 = 5m_\phi^2 m_\tau^2$ ,  $g = 1$ ,  $m_\phi = 10^{-6} m_{\text{pl}}$  and  $m_\tau = 2m_{\text{pl}}$ .  $N$  is the degeneracy of produced bosons

图 2 是考虑了粒子生成对密度功率谱的影响后得到的 CMB 角功率谱, 这里采用了 CAMB<sup>[15]</sup> 的 code 进行计算, 并按照文献 [10] 的方法进行归一化处理. 为研究大尺度上

谱的变化行为, 在计算中取  $k_0 = 10^{-3}h \text{ Mpc}^{-1}$ , 这与现在的宇宙尺度 (约  $3000h^{-1} \text{ Mpc}$ ) 大致相当. 显然, 粒子的生成修正了原初功率谱的标度不变性, 使之产生了一定的偏离. 可证明这一偏离是在大尺度上的蓝偏, 反映到 CMB 的角功率谱上就表现为大尺度上的压低效应. 随着  $N$  的增大, 压低效应也越明显. 这一点是显然的, 因为  $N$  越大意味着粒子生成越多, 其对原初功率谱的修正也越大. 图中给出了  $N=0, 4, 8, 16$  时 CMB 的角功率谱曲线, 其行为与 WMAP<sup>[1-4]</sup> 的观测数据相容.

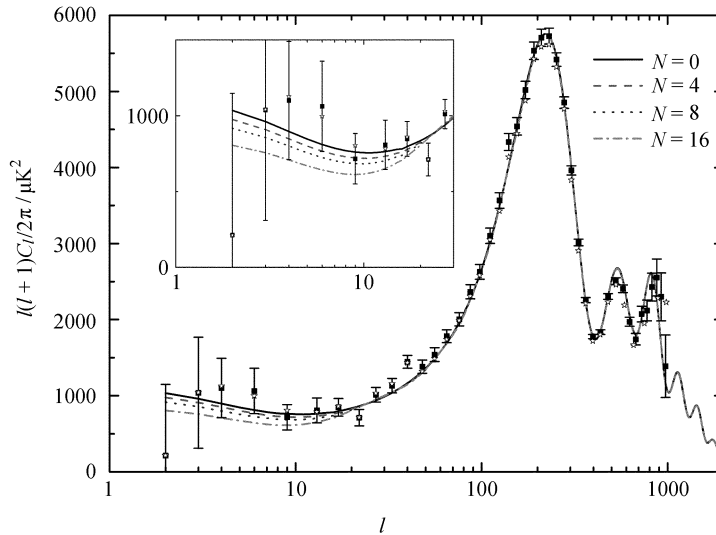


图 2 粒子生成对 CMB 角功率谱的影响. 横坐标  $l$  表示极矩数, 纵坐标  $l(l+1)C_l/2\pi$  表示功率谱. 图中正方形和误差棒为 WMAP 5 yr 的数据, 空心五角星为 WMAP 3 yr 的数据. 其中插图给出了小  $l$  区的细部特征

Fig. 2 CMB angular power spectra with particle production. The angular power spectrum  $l(l+1)C_l/2\pi$  varies with  $l$ -th moment. The five-year WMAP data (squares) with error bars and the three-year WMAP data (hollow five-pointed stars) are also given. The inset shows the low- $l$  part in detail

为解释 WMAP 得到的角功率谱在大尺度上的压低行为, 我们引入了暴涨中粒子的生成过程. 我们的结果表明, 这一过程实际上是对  $\Lambda$ CDM 模型的初始条件进行了适当修正, 后面的计算仍然是基于  $\Lambda$ CDM 模型给出的. 就这一点而言, 其基本思路是和以前的一些研究一致的. 因为暴涨过程既包括慢滚过程, 即由高势能区向低势能区的运动过程, 还包括各种粒子生成过程, 因此通过大量粒子共振产生来影响暴涨的原初功率谱, 进而得到 CMB 功率谱上四极矩附近的压低效应就是一种较为自然而普适的方法.

## 参 考 文 献

- [1] Spergel D N, Verde L, Peiris H V, et al. ApJS, 2003, 148: 175
- [2] Spergel D N, Bean R, Doré O, et al. ApJS, 2007, 170: 377
- [3] Komatsu E, Dunkley J, Nolte M R, et al. ApJS, 2009, 180: 330
- [4] Komatsu E, Smith K M, Dunkley J, et al. arXiv:1001.4538
- [5] Efsthathiou G. MNRAS, 2003, 343: L95

- [6] Campanelli L, Cea P, Tedesco L. PhRvL, 2006, 97: 131302
- [7] Moroi T, Takahashi T. PhRvL, 2004, 92: 091301
- [8] Contaldi C R, Peloso M, Kofman L, et al. JCAP, 2003, 07: 002
- [9] Liguori M, Matarrese S, Musso M A, et al. JCAP, 2004, 08: 011
- [10] Wu C H, Ng K W, Lee W, et al. JCAP, 2007, 02: 006
- [11] Matarrese S, Musso M A, Riotto A. JCAP, 2004, 05: 008
- [12] Romano A E, Sasaki M. PhRvD, 2008, 78: 103522
- [13] Elgarøy Ø, Hannestad S, Haugbølle T. JCAP, 2003, 09: 008
- [14] Chung D J H, Kolb E W, Riotto A, et al. PhRvD, 2000, 62: 043508
- [15] Lewis A, Challinor A, Lasenby A. ApJ, 2000, 538: 473

## Influence of Particle Production during Inflation on CMB Anisotropic Power Spectrum at Large Scale

DONG Yi-qiao<sup>1,2</sup>    ZHANG Sun<sup>1</sup>

(1 *Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008*)

(2 *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049*)

**ABSTRACT** Based on the comparison between the WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) observational data and the theoretical results calculated by  $\Lambda$ CDM cosmological model, the anisotropic power spectrum of cosmic microwave background (CMB) at low multipoles is evidently suppressed. The effect of particle production is introduced to influence the behavior of CMB at large scale. It is shown that the primordial density fluctuation is revised due to the effect of particle production and the power spectrum of CMB is also changed correspondingly. Then a suppression is obtained naturally at the low multipoles, especially at the quadrupole. Such a picture based on the particle production during inflation may be a natural candidate to interpret the observational data.

**Key words** cosmology: observations, cosmic background radiation, large-scale structure of Universe