

基于修正线性组合模型的原子钟钟差预报*

王继刚^{1,2,3†} 胡永辉¹ 何在民^{1,2} 武建锋^{1,2}
马红皎¹ 王 康^{1,2}

(1 中国科学院国家授时中心 西安 710600)

(2 中国科学院研究生院 北京 100049)

(3 淮海工学院测绘工程学院 连云港 222005)

摘要 原子钟钟差预报在时频工作中起着重要作用. 目前常用的预报模型各有优缺点, 为了综合各种预报模型特点, 可以考虑组合这些模型预报的结果. 针对线性组合模型预报钟差时存在的问题, 提出了学习权的概念, 以有效地利用各种精度信息, 建立了修正组合预报模型. 为了验证该方法的有效性, 选取了 4 颗 GPS 卫星 IGS (International GNSS Service) 钟差序列, 组合了二次多项式模型和灰色模型的预报结果. 结果表明, 修正后的模型能在保证可靠性的基础上进一步提高结果的平稳性和准确性.

关键词 时间, 方法: 数据分析

中图分类号: P 127; **文献标识码:** A

1 引言

原子钟钟差预报在时频工作领域内有着重要意义, 主要表现在以下两个方面: 第一, 国际上通用的协调世界时 (UTC) 是不能实时获得的, 而各个国家和地区的 UTC(k) (k 为时间实验室代码) 是实时的, 并且要求 UTC(k) 尽可能地接近 UTC, 为此 UTC(k) 的精度与钟差预报结果有关; 第二, GNSS (Global navigation satellite system) 的性能与星载钟的特性有很大的关系, 钟差预报精度直接决定了实时导航定位的性能^[1].

现在的研究认为原子钟的频率总波动是 5 种不同噪声的线性叠加, 这 5 种噪声分别为白噪声调相、闪变噪声调相、白噪声调频、闪变噪声调频和随机游走调频^[2-3]. 因此建立精确的原子钟运行模型非常困难, 相应地精确预报钟差也非常困难. 为此发展了多种钟差预报模型, 较为经典的是二次多项式模型. 二次多项式模型物理意义明确、计算简单、短期预报效果好. 最典型的应用是 GPS 广播星历中依据导航电文中给出的二次多项式模型参数外推得到卫星钟差^[4]. 但由于二次多项式建模时, 把噪声看作是服从正态分布的误差, 会导致预报精度随时间的增加而降低. 近年来, 灰色模型在钟差预报方面的应用也逐渐得到科技工作者的认同^[5-9], 该模型要求样本数据少, 同时具有去干扰能力

2010-05-13 收到原稿, 2010-06-09 收到修改稿

* 武汉大学卫星导航与定位教育部重点实验室青年基金项目 (GRC-2009012) 资助

† wjigang@sina.com

强、短期预报精度高等特点. 但灰色模型预报要求原函数光滑、呈指数规律变化, 这限制了其应用范围, 影响了预报的精度和长度. 因此利用二次多项式模型和灰色模型的优点, 借助线性组合预测^[10]思想, 针对钟差序列具有观测时间长、可分时段预报的特点, 本文提出一种修正线性组合原子钟钟差预报模型, 在保证预报结果可靠性的基础上, 提高结果的准确性和稳定性.

2 常用钟差预报模型

2.1 二次多项式模型

钟差的观测模型写成二次多项式

$$x_i = a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + e_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (1)$$

式中 x_i 为钟差观测数据, t_i 为观测时间, a_0 、 a_1 和 a_2 为待估参数, e_i 为服从正态分布的观测误差, n 为观测总数.

当观测数据多于 3 时, 可利用最小二乘准则建模, 求得待估参数

$$\hat{\beta} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{X}, \quad (2)$$

$$\text{式中 } \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 \\ 1 & t_2 & t_2^2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & t_n & t_n^2 \end{pmatrix}, \hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}.$$

至此, 利用 (1) 式对预报时刻 $t_j (j > n)$ 的预报结果为

$$x_j = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t_j + \hat{a}_2 t_j^2. \quad (3)$$

2.2 灰色模型

运用灰色模型可将钟差表示为^[5-9]

$$x^{(0)}(k) = (1 - e^a) \left[x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-a(k-1)}, \quad (4)$$

式中 $x^{(0)}(k)$ 表示原始序列中第 k 个元素, a 和 u 为模型参数.

利用 $n (n \geq 4)$ 个观测值, 根据最小二乘准则, 可求得参数估计值为

$$\hat{\mathbf{U}} = \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{u} \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Y}, \quad (5)$$

$$\text{式中 } \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{pmatrix}, x^{(1)} \text{ 表示原始序列的一} \\ \text{次累加.}$$

因此, 利用 (4) 式预报未来第 p 个钟差观测值可表示为

$$\hat{x}^{(0)}(n+p) = (1 - e^{\hat{a}}) \left[\hat{x}^{(0)}(1) - \frac{\hat{a}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a}(n+p-1)}. \quad (6)$$

3 线性组合预报模型

线性组合模型就是给定不同的模型预报结果一定的权, 取加权平均值即得组合预报结果(下文中为了与组合模型对应, 称参与组合模型计算中的任意一种模型为单一模型). 假设有 J 种单一预测模型, 那么组合模型可以表示为^[11]

$$\begin{cases} \widehat{\mathbf{X}}(t) = \sum_{j=1}^J \omega_j \widehat{\mathbf{X}}_j(t) \\ \sum_{j=1}^J \omega_j = 1 \\ 0 \leq \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_J \leq 1 \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, J; t = 1, 2, \dots, T), \quad (7)$$

其中 $\widehat{\mathbf{X}}(t)$ 为线性组合结果, ω_j 为第 j 种预测模型的权, $\widehat{\mathbf{X}}_j(t)$ 为第 j 种模型预测的结果, t 为参与建模的数据个数.

根据定权的方法和约束条件的不同, 组合模型可分为多种方法, 其中以经典加权方法最为简单实用. 设有一组观测序列 $\mathbf{X} = \{x(1), x(2), \dots, x(T)\}$, 由第 j 种模型获得的拟合序列为 $\widehat{\mathbf{X}}_j$, 可得到残差序列 $e_j = \mathbf{X} - \widehat{\mathbf{X}}_j$, 于是可求出这个残差序列的方差 σ_j^2 ($j = 1, 2, \dots, J$). 权是方差的倒数, 顾及到 J 个权之和为 1, 那么经典加权方法定权公式可表示为

$$\omega_j = \frac{1}{\sigma_j^2 \sum_{j=1}^J \frac{1}{\sigma_j^2}}. \quad (8)$$

4 修正组合预报模型

4.1 修正原理

设有一足够长的钟差观测序列, 可分成多时段进行预报, 选取了 J 种单一模型, 那么在第 k 时段 ($k = 2, 3, \dots$) 中根据 (8) 式不难得到组合预报中单一模型的权 ω_j ($j = 1, 2, \dots, J$), 此处称其为建模权. 易得建模权之比

$$\omega_1 : \omega_2 : \dots : \omega_J. \quad (9)$$

同时, 在第 k 时段我们可以得到, 由第 $k-1$ 时段的数据运用第 j 个模型预报第 k 组数据的精度指标, 类似这样的精度指标有 $k-1$ 个, 构成一个序列, 共有 J 个序列. 如果能根据这 J 个序列得到另外一种权, 此处称为学习权, 相应的权之比

$$p_1 : p_2 : \dots : p_J, \quad (10)$$

那么由 (9) 式和 (10) 式对应项相乘, 得

$$\omega_1 p_1 : \omega_2 p_2 : \cdots : \omega_J p_J, \quad (11)$$

这里的 $\omega_i p_i$ 是我们对建模权 ω_i 学习后的结果, 称之为修正权. 可见建模权是根据一个时段内拟合误差建立的, 与其他时段误差没有关系, 而学习权是表征过去时段内预报精度的一种指标.

顾及到组合权的约束条件, 令

$$\omega_1 p_1 + \omega_2 p_2 + \cdots + \omega_J p_J = 1, \quad (12)$$

则

$$\omega_j p_j = \frac{\omega_j p_j}{\sum_{j=1}^J \omega_j p_j}, \quad (13)$$

因此我们可以根据 (13) 式组合第 $i+1$ 时段的单一模型预报结果.

若 $j=2$, 易得

$$\begin{cases} \omega_1 : \omega_2 = \alpha, & p_1 : p_2 = \beta \\ \omega_1 p_1 = \frac{\alpha\beta}{\alpha\beta+1}, & \omega_2 p_2 = \frac{1}{\alpha\beta+1} \end{cases}. \quad (14)$$

4.2 学习权的确定

建立权的方法有很多, 仍然按照 2.1 节中的思想, 根据预报误差的大小来确定学习权. 设在第 k 时段, 可以计算出第 j 种单一模型预报精度序列 \tilde{e}_j ($j=1, 2, \cdots, J$), 该序列中包含 $k-1$ 个元素, 每个元素为相应时段预报误差序列的均方根 (RMS). 于是可以取每个序列中所有元素平方之和的倒数为该单一模型的权系数, 即得学习权

$$p_j = \frac{1}{\tilde{e}_j^2(k) + \tilde{e}_j^2(k-1) + \cdots + \tilde{e}_j^2(2)}, \quad (15)$$

式中 $\tilde{e}_j(k)$ 为第 j 种单一模型预报误差序列中第 $k-1$ 个元素.

实际上, 预报误差特性与建模误差特性有很大区别, 建模中每个观测值都直接影响着参数的估值, 每个误差的大小是由建模条件决定的; 而预报的误差是预报值与真实观测值的差, 其大小难以控制. 因此直接使用 (15) 式, 当个别点的预报误差较大时, 可导致整个组合过程学习权的畸变, 进而影响了修正权. 为解决这一问题, 根据最近影响原则, 在 k 时段预报 $k+1$ 时段时, 可以给每个序列中的每个元素平方赋予一个系数, 使得距离时段 k 越近的元素其系数越大, 应用中可取序列中元素逆序的倒数, 如下式:

$$p_j = \frac{1}{\tilde{e}_j^2(k) + \frac{1}{2}\tilde{e}_j^2(k-1) + \cdots + \frac{1}{k-1}\tilde{e}_j^2(2)}. \quad (16)$$

另一个可行的办法是开窗, 即只选取序列中临近的 m ($m \leq k-1$) 个元素参与计算学习权, 可取等系数法或非等系数法. 这样处理后, 学习权的畸变会随着时间的推移而减小对后来时段学习权的影响.

需要补充说明的是, 在具体应用过程中, 还应该对权之比加以限制, 以有效地防止建模权或学习权过大或过小而导致的修正权畸变. 一般分别要求在建模权和学习权中最大权和最小权之比不超过 10.

5 算例分析

为了验证建模方法的有效性,从 <http://igsb.jpl.nasa.gov/components/prods.html> 网站上下载了 2009 年 1 月 1 日 (MJD 54832) 至 2009 年 1 月 7 日 (MJD 54838) 的 IGS 精密钟差数据. 考虑到目前在轨 GPS 卫星钟有 II A 铯钟、II A 铷钟、II R 铷钟和 II R-M 铷钟 4 类, 每类随机选取 1 颗, 因此本文选取了 3、18、25 和 31 号这 4 颗卫星钟差数据.

实验方案是每 2 h 建模一次, 预报未来 6 h 的钟差, 本文计算了 27 个时段数据. 在每个时段内, 我们可以分别用二次多项式模型和灰色模型 (GM(1,1), grey model) 对其建模, 得到这 2 h 内的拟合值, 同时得到了组合预测的权重, 然后将这个权重应用到未来 6 h 的预报中. 当时段数大于 2 时, 那么对接下来的 6 h 数据来说我们可以获得 4 种方法的预测值, 分别是二次多项式模型、灰色模型、线性组合模型 (CM, combination model) 和修正线性组合模型的预报结果. 我们将接下来 6 h 的实际观测数据与各自方法预测数据相减就得到了预报残差, 取各预报残差序列的 RMS 为衡量预报精度的标准, 图 1~4 给出了 4 颗卫星第 3~27 时段 RMS. 为了便于比较修正模型的性能, 把这 25 个 RMS 组成一个序列, 表 1 给出了修正前后这个序列的精度指标, 包括均值、极差、标准差和增益. 其中增益定义为修正前后均值之差与修正后均值之比.

从图 1~4 和表 1 中不难看出:

(1) 对于这 25 组数据, 4 种方法预报结果都是有效的 (铯钟中有个别时段二次多项式模型预报效果稍差), 灰色模型预报效果好于二次多项式模型, 铷钟可预报性优于铯钟.

(2) 与单一模型相比, 线性组合模型能充分利用各单一模型预报结果, 提高了预报的可靠性. 另外, 线性组合是一种非劣组合方法, 即组合后的结果误差不大于单一预报模型最大预报误差, 有时往往会出现优组合结果, 即组合后的预报误差小于任意单一模型预报误差.

(3) 使用修正组合预报模型后, 各颗卫星预报的 RMS 均有明显减小, 即精度明显提高, 最大的增益可以达到 128%. 极差和标准差显著下降, 即各时段间的 RMS 值相差不大, 预报序列平稳性和准确性明显提高.

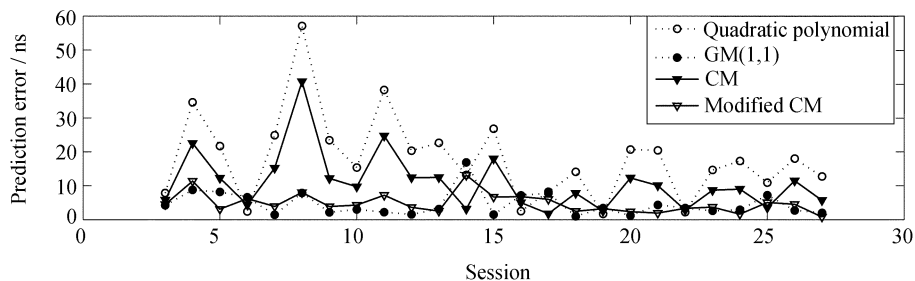


图 1 3 号卫星预报误差

Fig.1 Prediction errors of No.3 satellite

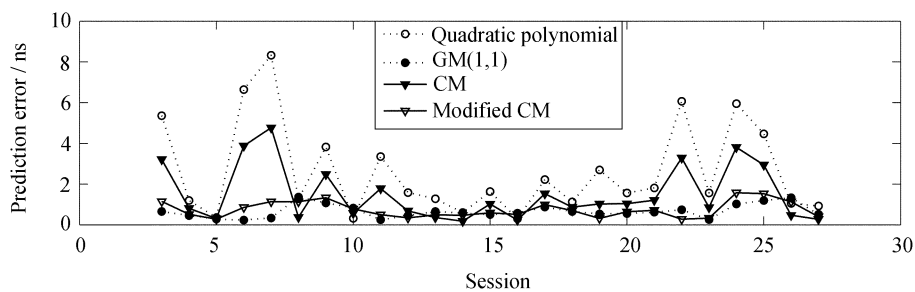


图 2 18 号卫星预报误差

Fig.2 Prediction errors of No.18 satellite

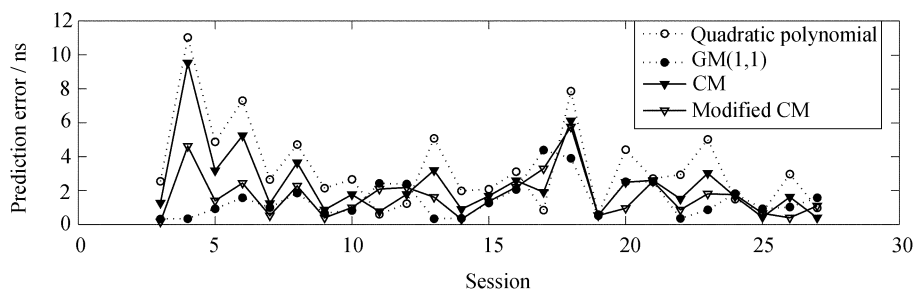


图 3 25 号卫星预报误差

Fig.3 Prediction errors of No.25 satellite

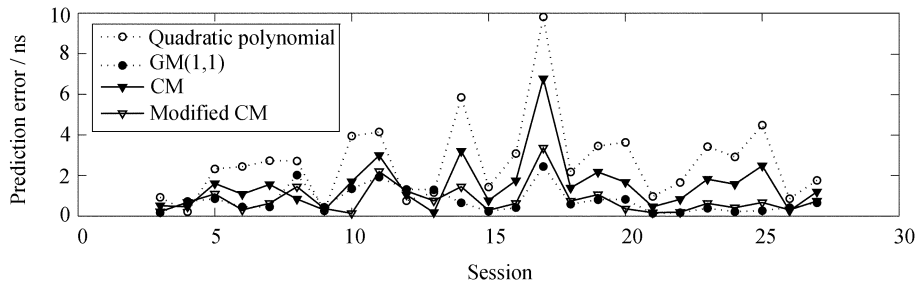


图 4 31 号卫星预报误差

Fig. 4 Prediction errors of No.31 satellite

表 1 预报精度统计

Table 1 Statistics of prediction precision

Satellite number	CM			Modified CM			Gain (%)
	Mean (ns)	Standard deviation (ns)	Range (ns)	Mean (ns)	Standard deviation (ns)	Range (ns)	
3	10.97	8.60	38.89	4.82	2.90	12.29	128
18	1.52	1.36	4.59	0.75	0.40	1.30	103
25	2.40	2.05	9.13	1.69	1.35	5.60	42
31	1.55	1.36	6.59	0.80	0.73	3.22	94

6 结论

与单一钟差预报模型相比, 线性组合预报模型能很好地综合单一模型的特点, 当某一种模型预报结果不够理想时, 组合后仍能得到可用结果, 大大提高了预报的可靠性. 对于钟差这种长序列, 当在某些时段内, 某一模型预报结果好于其他模型时, 可采用修正的组合模型. 该模型是组合模型在钟差预报中的具体化, 既能有效地利用组内的拟合信息, 又能充分利用组间的预报精度信息, 在保证可靠性的基础上, 大幅度地提高组合预报的稳定性和准确性. 因此, 本文所提出的修正线性组合模型, 对钟差的预报具有一定的参考价值 and 借鉴意义.

致谢 感谢紫金山天文台范一中研究员阅读初稿并给出了详细建议.

参 考 文 献

- [1] Panfilo G, Tavella P. Metro, 2008, 45: S108
- [2] 王正明, 袁海波. 天文学报, 2007, 48: 71
- [3] Wang Z M, Yuan H B. ChA&A, 2007, 31: 308

- [4] 周忠谟, 易杰军, 周琪. GPS 卫星测量原理与应用. 修订版. 北京: 测绘出版社, 1997: 100
- [5] 郑作亚, 陈永奇, 卢秀山. 天文学报, 2008, 49: 306
- [6] Zheng Z Y, Chen Y Q, Lu X S. ChA&A, 2008, 32: 72
- [7] Yuan H B, Wang Z M, Dong S W, et al. Metro, 2008, 45: S1
- [8] 袁海波, 董绍武. 天文学报, 2009, 50: 69
- [9] Yuan H B, Dong S W. ChA&A, 2009, 33: 314
- [10] Bates J M, Granger C W J. Operational Research Quarterly, 1969, 20: 451
- [11] 张正禄, 黄全义, 文鸿雁. 工程的变形监测分析与预报. 北京: 测绘出版社, 2007: 166

Modified Linear Combination Model for Atomic Clock Prediction

WANG Ji-gang^{1,2,3} HU Yong-hui¹ HE Zai-min^{1,2} WU Jian-feng^{1,2}

MA Hong-jiao¹ WANG Kang^{1,2}

(1 National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600)

(2 Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

(3 Department of Geomatic Engineering, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang 222005)

ABSTRACT The atomic clock prediction plays an important role in time and frequency community. Because the conventional prediction models have advantages and limitations, the results of these models can be combined to synthesize the characteristics of various kinds of models. The combination model (CM) is constructed to predict the atomic clock. Actually, the results of CM are the weight averages of the results of single models. Considering the problem occurring in long clock time series when using CM, learning weight is put forward to modify this model. Therefore, the weights of single models are relative to learning weight in the modified CM. To demonstrate the efficiency of this proposed method, the clock data of 4 GPS satellites are chosen and CM is used to combine the results from the quadratic polynomial model and grey model. The result shows that the reliability is improved when CM is adopted. In comparison with CM, the modified CM can remarkably improve the stability and precision of the atomic clock prediction.

Key words time, methods: data analysis