

# 单测试质量无拖曳卫星无拖曳及姿态系统 仿真及其控制研究

李洪银<sup>1,2†</sup> 胡 明<sup>2</sup>

(1 华中科技大学控制科学与工程系 武汉 430074)

(2 华中科技大学物理学院 武汉 430074)

**摘要** 以 ASTROD I (Astrodynamical Space Test of Relativity using Optical Devices I, 单航天器天文激光动力学) 为例介绍无拖曳卫星的结构及其工作原理. 推导了其动力学方程, 并在此基础上建立了卫星的动力学数值仿真器. 将  $H_2$  最优控制理论运用于以噪声压制为主要目的的无拖曳卫星控制系统的设计, 通过传递函数法及数值法双重分析表明所设计的控制器能符合卫星的控制要求, 同时表明在控制器设计过程中采用的线性化假设是适当的.

**关键词** 航天器; 仪器; 方法; 数值  
**中图分类号:** P 173; **文献标识码:** A

## 1 引言

无拖曳卫星<sup>[1-2]</sup>是一种使用微推进器实施连续主动控制, 以抵消卫星在太空中受到的微薄大气的阻力、太阳辐射以及其它各种扰动力从而达到更纯粹的自由落体状态的卫星. 无拖曳卫星可用于引力波探测(如 LISA<sup>[3-4]</sup>)、引力理论验证(如 GP-B<sup>[5]</sup>)、天文动力学(如 ASTROD I<sup>[6-9]</sup>)研究等. 它还可应用于精确绘制地球重力场<sup>[10-14]</sup>(如 GOCE).

典型无拖曳卫星的工作原理为: 将一个称作测试质量 (Test mass, 简称 TM) 的金属块放在卫星 (Satellite, 简称 SC) 的中心以屏蔽来自空间环境的非引力对它的扰动. 反馈控制器根据测试质量和卫星之间的相对距离变化, 调整推进器的推力大小以抵消环境的扰动, 从而使卫星始终跟踪着测试质量飞行而又不与之接触. 这样就保证了测试质量沿着纯引力轨道飞行, 卫星同时也跟踪着测试质量运行作完全自由落体运动.

本文以 ASTROD I 卫星为例阐述无拖曳卫星的工作原理及其仿真与控制研究. ASTROD I 任务由倪维斗教授提出<sup>[6,9]</sup>, 其概念是使用一个在绕太阳轨道上飞行的无拖曳卫星与地球基站进行激光干涉和脉冲测距, 从而将太阳系天体和航天器的测距精度由当前微波测距的 m 级提高至 mm 级. 通过高精度测距可以精确地探讨天文动力学. ASTROD I 的科学目标主要有几个方面: 改进广义相对论后牛顿参数  $\beta$ 、 $\gamma$  和万有引力常数的时

2011-03-02 收到原稿, 2011-03-22 收到修改稿

† hongyin83li@qq.com

间变化率等基本物理参数的测试灵敏度 (提高 1~3 个数量级); 提高检测相对论性时空基本定律的能力; 提高太阳 4 极矩参数  $J_2$ 、太阳、行星与小行星的质量、密度等参数的测量精度 1~3 个数量级.

卫星使用 EPS (Electrostatic Positioning/Measurement System, 静电位置悬浮及测量系统)<sup>[15-17]</sup> 来测量测试质量的相对移动并对之施加静电力和力矩. EPS 的工作原理是: 由电桥电路测量测试质量和在其周围放置的多组电容极板 (一般与卫星平台刚性相连) 之间的电容<sup>[18]</sup>. 然后根据测试质量和不同位置电极之间的电容的变化得知测试质量相对于这些电极的位置和姿态. 在此卫星中测试质量的平动自由度保持无拖曳状态, EPS 不对其施加任何的力. 根据 EPS 的测量结果去指导无拖曳控制器, 然后命令微推进器 (如: FEEP<sup>[19]</sup> (Field Emission Electric Propulsion)) 输出相应的推力, 最终使得卫星在无拖曳控制的自由度上始终跟随着测试质量的运动轨迹. 卫星姿态控制环使用星敏感器测量卫星相对于惯性空间的姿态, 同时使用微推进器产生的力矩来进行姿态调节.

本文中涉及的无拖曳卫星拥有一个放置在中心的方形测试质量, 其原理具有代表性, 是无拖曳卫星的典型模型. 其他具体的无拖曳卫星 (如 LISA, 2 个测试质量; GOCE, 6 个测试质量) 可由此拓展而得, 并无原则上的不同. 卫星中使用的测试质量位置传感器也可以由光学或超导磁悬浮传感器代替.

表 1 根据控制任务列出了 ASTROD I 不同控制环对应的传感器和执行器及其控制的需求指标<sup>[13]</sup>.

表 1 控制环的分解

Table 1 Breakdown of control loops

Control loop	Sensor	Actuator	Requirements of controller design
SC attitude loop	Star sensor	FEEP	$2 \times 10^{-6}$ rad
Drag-free loop	EPS	FEEP	$3 \times 10^{-14} \left[ \frac{0.3 \text{ mHz}}{f} + 30 \left( \frac{f}{3 \text{ mHz}} \right)^2 \right] \text{ m} \cdot \text{s} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$
TM attitude suspension loop	EPS	EPS	Depending on the hardware

注:  $f$  为频率

## 2 无拖曳卫星的动力学建模

### 2.1 运动方程

无拖曳卫星的运动<sup>[15]</sup> 可分解为两个刚体的运动: 卫星整体相对于惯性坐标系的运动与测试质量相对于卫星的运动.

卫星的平移运动方程:

$$\ddot{\mathbf{r}}_{i,b}^i = \mathbf{g}_{i,b}^i + \frac{1}{m_{SC}} (\mathbf{f}_{\text{control}}^i + \mathbf{f}_{\text{dist}}^i). \quad (1)$$

本文的方程中, 向量上标为描述向量所使用的坐标系简称, 下标为向量的两端点简称或表示向量的来源. 如:  $\mathbf{r}_{i,b}^i$  为卫星 b 相对于惯性坐标系 i 的位置矢量在惯性坐标系中的表述.  $i$ = 惯性坐标系;  $b$ = 卫星坐标系;  $\text{sens}$ = 传感器坐标系,  $\text{tm}$ = 测试质量坐标系. 矢量上方加一个点的是其一阶导数, 加两个点的是其二阶导数, 加“ $\wedge$ ”的没有特殊含义, 表

示和原矢量联系又有区别。(1)式中  $r_{i,b}^i$  为卫星在惯性系的坐标,  $g_{i,b}^i$  为引力加速度,  $f_{\text{control}}^i$  为推进器的控制力,  $f_{\text{dist}}^i$  为空间环境的扰动,  $m_{\text{SC}}$  为卫星质量。

卫星旋转运动方程:

$$\dot{\omega}_{i,b}^b = (\mathbf{I}_{\text{sc}}^{\text{sc}})^{-1} [\mathbf{t}_{\text{control}}^b + \mathbf{t}_{\text{dist}}^b - \omega_{i,b}^b \times (\mathbf{I}_{\text{sc}}^{\text{sc}} \omega_{i,b}^b)], \quad (2)$$

$$\dot{q}_i^b = \frac{1}{2} \hat{\omega}_{i,b}^b \odot q_i^b. \quad (3)$$

上式中  $\omega_{i,b}^b$  为卫星相对于惯性系的角速度,  $\mathbf{I}_{\text{sc}}^{\text{sc}}$  为卫星转动惯量矩阵,  $\mathbf{t}_{\text{dist}}^b$  为外部扰动力矩,  $\mathbf{t}_{\text{control}}^b$  为控制力矩,  $q_i^b$  为卫星姿态四元素<sup>[20]</sup>,  $\odot$  为四元数乘法。

测试质量平移运动方程:

$$\ddot{r}_{b,\text{tm}}^{\text{sens}} = \Delta g_{b,\text{tm}}^{\text{sens}} + \frac{1}{m_{\text{SC}}} (\mathbf{f}_{\text{control}}^{\text{sens}} + \mathbf{f}_{\text{dist}}^{\text{sens}}) - \frac{1}{m_{\text{TM}}} \mathbf{f}_{\text{coupl,tm}}^{\text{sens}}, \quad (4)$$

科里奥利加速度:  $-2\omega_{i,b}^{\text{sens}} \times \dot{r}_{\text{sens,tm}}^{\text{sens}}$ ,

切向牵连加速度:  $-\dot{\omega}_{i,b}^{\text{sens}} \times (r_{b,\text{sens}}^{\text{sens}} + r_{\text{sens,tm}}^{\text{sens}})$ ,

法向牵连加速度:  $-\omega_{i,b}^{\text{sens}} \times [\omega_{i,b}^{\text{sens}} \times (r_{b,\text{sens}}^{\text{sens}} + r_{\text{sens,tm}}^{\text{sens}})]$ ,

其中  $r_{b,\text{tm}}^{\text{sens}}$  为测试质量在传感器坐标系中的坐标,  $r_{\text{sens,tm}}^{\text{sens}}$  为传感器坐标系相对于卫星质心的偏移,  $\Delta g_{b,\text{tm}}^{\text{sens}}$  为重力梯度加速度,  $\mathbf{f}_{\text{control}}^{\text{sens}}$  为卫星控制力,  $\mathbf{f}_{\text{dist}}^{\text{sens}}$  为卫星所受的扰动力,  $\mathbf{f}_{\text{coupl,tm}}^{\text{sens}}$  为测试质量耦合力产生的相对加速度,  $m_{\text{TM}}$  为测试质量的质量。

测试质量旋转运动方程:

$$\dot{\omega}_{\text{sens,tm}}^{\text{tm}} = (\mathbf{I}_{\text{tm}}^{\text{tm}})^{-1} [\mathbf{t}_{\text{control}}^{\text{tm}} + \mathbf{t}_{\text{coupl,tm}}^{\text{tm}} - (\omega_{i,b}^{\text{tm}} + \omega_{\text{sens,tm}}^{\text{tm}}) \times \mathbf{I}_{\text{tm}}^{\text{tm}} (\omega_{i,b}^{\text{tm}} + \omega_{\text{sens,tm}}^{\text{tm}})] - \dot{\omega}_{i,b}^{\text{tm}}, \quad (5)$$

$$\dot{q}_{\text{sens}}^{\text{tm}} = \frac{1}{2} \hat{\omega}_{\text{sens,tm}}^{\text{tm}} \odot q_{\text{sens}}^{\text{tm}}, \quad (6)$$

其中  $\omega_{\text{sens,tm}}^{\text{tm}}$  为测试质量的相对角速度,  $\mathbf{I}_{\text{tm}}^{\text{tm}}$  为测试质量转动惯量矩阵,  $\mathbf{t}_{\text{control}}^{\text{tm}}$  为测试质量所受的控制力矩,  $\mathbf{t}_{\text{coupl,tm}}^{\text{tm}}$  为测试质量所受的耦合力矩,  $q_{\text{sens}}^{\text{tm}}$  为测试质量相对姿态四元素。

## 2.2 数值仿真器

为了研究无拖曳卫星的运动及其控制,我们在 Matlab/Simulink 平台上建立了数值仿真器,如图 1 所示。数值仿真器主要包含 SC&TM、Sensors、DFAC、FEED&SUS 4 个模块。每个模块分别实现不同的功能,并且它们的输入输出信号依次连接(前一个输出信号是后一个的输入)形成无拖曳卫星的控制闭环回路。下面分别介绍各个模块的功能:

(1) SC&TM 模块实现运动方程(方程(1)~(6))的求解,同时还包含测试质量与卫星的耦合以及一阶太阳引力场模型。输入量为卫星的控制力和环境扰动,输出量为卫星及测试质量的运动状态。

(2) Sensors 模块实现传感器(表 1 所列)的噪声模拟。使用单位白噪声经过特定噪声特性的线性传递函数模拟,噪声特性见图 2(c) 和 (d)。图 2(c) 中下标 STR\_trac 为星敏感器噪声,图 2(d) 中 EPS\_posi 和 EPS\_atti 分别为测试质量位置和姿态测量噪声。

(3) DFAC 模块为无拖曳和姿态控制算法,在第 3 节中详细设计。

(4) FEEP&SUS 实现推进器噪声模拟 (表 1 所列), 原理同传感器噪声模拟, 噪声特性见图 2(a) 和 (b). 图中下标 FEEP<sub>t</sub> 为推进器力矩噪声, FEEP<sub>f</sub> 为推进器推力噪声, susp<sub>t</sub> 为测试质量悬浮力矩噪声, susp<sub>f</sub> 为测试质量悬浮力噪声.

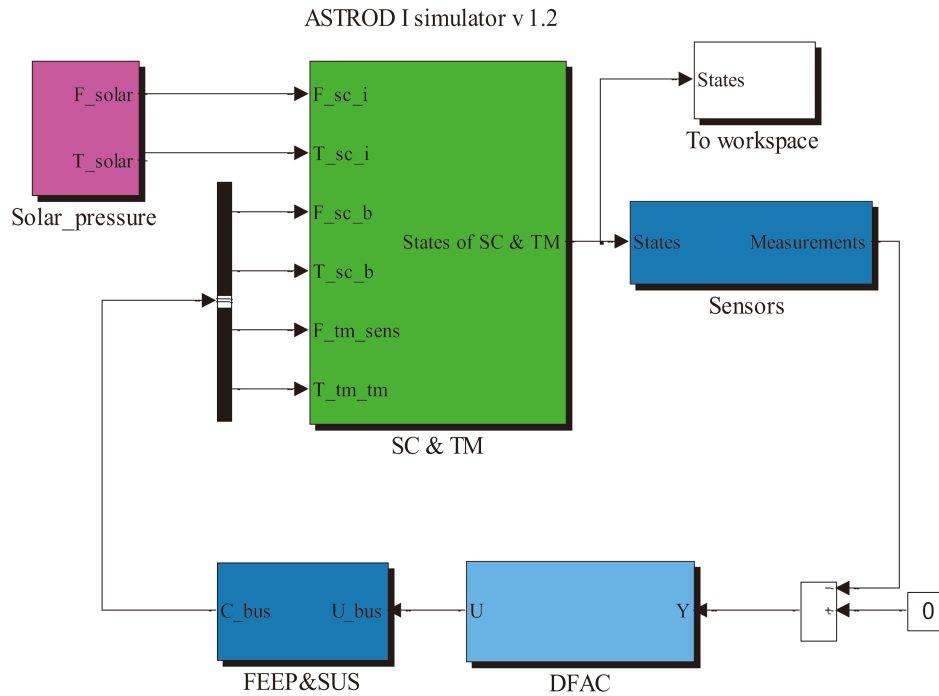


图 1 Simulink 中建立的 ASTROD I 数值仿真器

Fig. 1 ASTROD I numerical simulator built on Matlab/Simulink platform

在表 2 中列出了仿真器中使用的一些基本参数. 这些基本参数在下面的控制器设计中也将使用到.

### 3 无拖曳卫星的控制器设计

#### 3.1 运动方程的线性化

2.1 节所列的无拖曳卫星的运动方程 (方程 (1)~(6)) 为非线性方程, 无法直接用作控制器设计的对象. 对卫星和测试质量的动力学在其工作点附近做线性化处理得到被控对象的线性时不变模型. 在工作点处可以作以下假设: 卫星转动速度很小,  $\omega_{i,b}^b \approx 0$ ; 测试质量的水平偏移量很小; 测试质量的姿态偏移量很小,  $C_{sens}^{tm} \approx E$ ,  $E$  为单位对角矩阵. 根据以上假设并用欧拉角  $\theta_{i,b}^b$  描述卫星姿态, 卫星旋转运动方程 (2)~(3) 可线性化为

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{i,b}^b \approx (\mathbf{I}_{sc}^{sc})^{-1} [\mathbf{t}_{control}^b + \mathbf{t}_{dist}^b] \\ \dot{\theta}_{i,b}^b \approx \omega_{i,b}^b \end{cases} \quad (7)$$

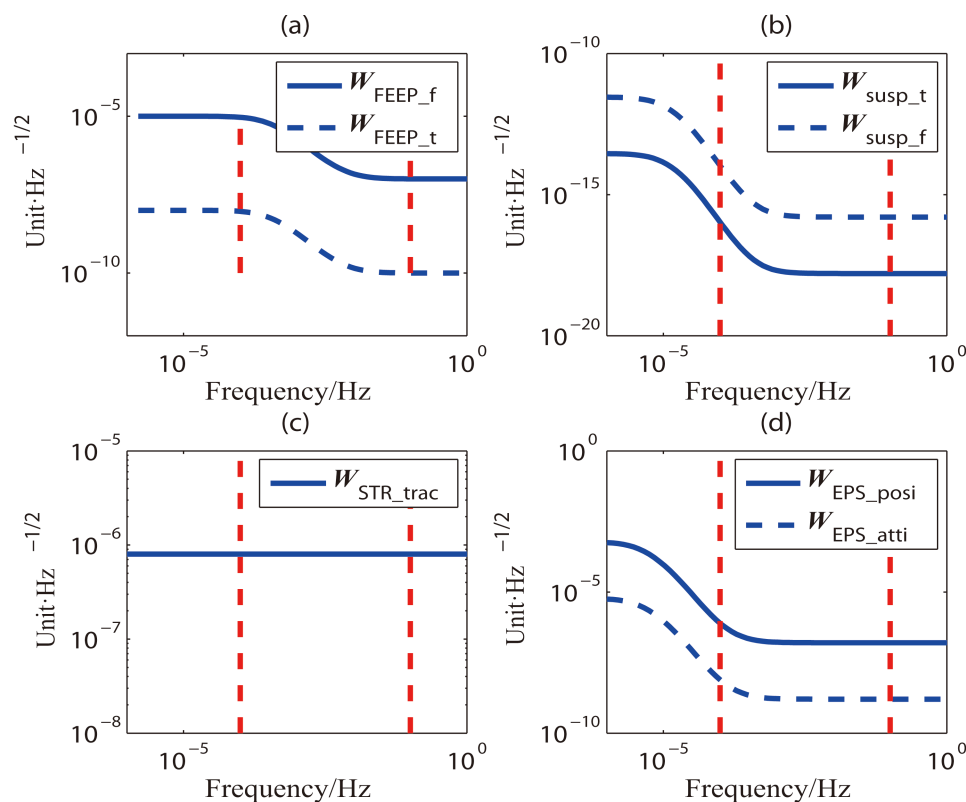


图 2 ASTROD I 卫星传感器与执行器噪声频谱特性

Fig. 2 Power spectrum of ASTROD I's sensors and actuators

表 2 ASTROD I 仿真器基本参数

Table 2 Basic parameters of ASTROD I simulator

Parameter	Name	Value	Unit
$m_{SC}$	Mass of SC	390	kg
$m_{TM}$	Mass of TM	1.74	kg
$\mathbf{r}_{b,sens}^{sens}$	Offset of sensor coordinates	$(10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4})$	m
$3 \times 3$ Matrix		diagonal	off diagonal
$\mathbf{K}_{trans}$	Translational coupling coefficient	$-10^{-6}$	$-0.39 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
$\mathbf{K}_{rot}$	Rotating coupling coefficient	$-10^{-9}$	$-0.1 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$
$\mathbf{K}_{trans2rot}$	T2R Cross-coupling coefficient	$-6 \times 10^{-10}$	N
$\mathbf{K}_{rot2trans}$	R2T Cross-coupling coefficient	$-2 \times 10^{-10}$	$-2 \times 10^{-10} \text{ N} \cdot \text{rad}^{-1}$
$\mathbf{I}_{tm}^{tm}$	TM inertia matrix	$x = y = 5.4, z = 7.25 \times 10^{-4}$	0
$\mathbf{I}_{sc}^{sc}$	SC inertia matrix	$x = 263, y = 260, z = 351$	0
$\mathbf{h}_{IS_{trans}}$	TM Translational actuation matrix	0.22	0.22
$\mathbf{h}_{IS_{rot}}$	TM Rotating actuation matrix	1	0.005

注:  $\mathbf{K}$  是耦合系数矩阵,  $\mathbf{h}$  为传动系数矩阵

同理测试质量的旋转运动方程可线性化为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{sens,tm}}^{\text{tm}} \approx (\mathbf{I}_{\text{tm}}^{\text{tm}})^{-1} [\mathbf{t}_{\text{control}}^{\text{tm}} + \mathbf{t}_{\text{coupl,tm}}^{\text{tm}}] - \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{i,b}}^{\text{tm}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{sens,tm}}^{\text{tm}} \approx \boldsymbol{\omega}_{\text{sens,tm}}^{\text{tm}} \end{cases} \quad (8)$$

对于测试质量的平移运动作如下假设:  $\Delta \mathbf{g}_{\text{b,tm}}^{\text{sens}} \approx 0$ ; 非线性的科里奥利加速度和法向附加加速度可忽略. 于是测试质量平移运动方程 (4) 可线性化为

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{b,tm}}^{\text{sens}} = \frac{1}{m_{\text{SC}}} (\mathbf{f}_{\text{control}}^{\text{sens}} + \mathbf{f}_{\text{dist}}^{\text{sens}}) - \frac{1}{m_{\text{TM}}} \mathbf{f}_{\text{coupl,tm}}^{\text{sens}} - \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{i,b}}^{\text{sens}} \times (\mathbf{r}_{\text{b,sens}}^{\text{sens}} + \mathbf{r}_{\text{sens,tm}}^{\text{sens}}). \quad (9)$$

将 (9) 式代入测试质量和卫星间的耦合关系以及 EPS 的传动关系, 整理可得如下线性方程组:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_u\mathbf{u} + \mathbf{B}_w\mathbf{w} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{v} \end{cases}, \quad (10)$$

其中运动状态  $\mathbf{x}$ 、控制输入  $\mathbf{u}$  和控制器噪声  $\mathbf{w}$  分别为

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}_{\text{i,b}}^{\text{b}} \\ \boldsymbol{\theta}_{\text{i,b}}^{\text{b}} \\ \mathbf{v}_{\text{b,tm}}^{\text{sens}} \\ \mathbf{r}_{\text{b,tm}}^{\text{sens}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\text{sens,tm}}^{\text{tm}} \\ \boldsymbol{\theta}_{\text{sens,tm}}^{\text{tm}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{t}_{\text{control,cmd}}^{\text{b}} \\ \mathbf{f}_{\text{control,cmd}}^{\text{sens}} \\ \mathbf{t}_{\text{control,cmd}}^{\text{tm}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} \mathbf{t}_{\text{control,noise}}^{\text{b}} \\ \mathbf{f}_{\text{control,noise}}^{\text{sens}} \\ \mathbf{t}_{\text{control,noise}}^{\text{tm}} \end{pmatrix}.$$

状态转移矩阵:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_{\text{TM}}} \mathbf{K}_{\text{trans}} & 0 & \frac{1}{m_{\text{TM}}} \mathbf{K}_{\text{rot2trans}} \\ 0 & 0 & \mathbf{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\mathbf{I}_{\text{tm}}^{\text{tm}})^{-1} \mathbf{K}_{\text{trans2rot}} & 0 & (\mathbf{I}_{\text{tm}}^{\text{tm}})^{-1} \mathbf{K}_{\text{rot}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{E} & 0 \end{pmatrix},$$

控制输入矩阵  $\mathbf{B}_u$  及控制器噪声输入矩阵  $\mathbf{B}_w$  为

$$\mathbf{B}_u = \mathbf{B}_w = \begin{pmatrix} (\mathbf{I}_{\text{sc}}^{\text{sc}})^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{A}_{\text{b}}^{\text{sens}} \mathbf{R}_{\text{b,sens}}^{\text{sens}} (\mathbf{I}_{\text{sc}}^{\text{sc}})^{-1} & \frac{-\mathbf{E}}{m_{\text{SC}}} & \frac{\mathbf{h}_{\text{IStrans}}}{m_{\text{TM}}} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{A}_{\text{b}}^{\text{sens}} (\mathbf{I}_{\text{sc}}^{\text{sc}})^{-1} & 0 & (\mathbf{I}_{\text{tm}}^{\text{tm}})^{-1} \mathbf{h}_{\text{ISrot}} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

其中

$$\mathbf{R}_{\text{b,sens}}^{\text{sens}} = \begin{pmatrix} 0 & -(\mathbf{r}_{\text{b,sens}}^{\text{sens}})_z & (\mathbf{r}_{\text{b,sens}}^{\text{sens}})_y \\ (\mathbf{r}_{\text{b,sens}}^{\text{sens}})_z & 0 & -(\mathbf{r}_{\text{b,sens}}^{\text{sens}})_x \\ -(\mathbf{r}_{\text{b,sens}}^{\text{sens}})_y & (\mathbf{r}_{\text{b,sens}}^{\text{sens}})_x & 0 \end{pmatrix}.$$

传感器噪声  $v$  及测量输出矩阵  $C$  分别为

$$v = \begin{pmatrix} v_{\text{noise\_star\_sens}} \\ v_{\text{noise\_eps\_posi}} \\ v_{\text{noise\_eps\_atti}} \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E \end{pmatrix}.$$

### 3.2 控制器的设计

控制器的任务如表 1 所示, 包括卫星 3 轴姿态稳定、无拖曳控制和测试质量姿态悬浮<sup>[15,21]</sup>. 为满足 ASTROD I 卫星控制要求, 控制器的设计目标主要是抑制被控变量的噪声.  $H_2$  最优控制器<sup>[22]</sup> 适合特定频率特性的噪声的抑制.

系统的  $H_2$  范数为系统能量的放大系数. 当线性系统  $F$  输入为单位白噪声时, 输出  $\hat{z}$  的  $H_2$  范数:

$$\|\hat{z}\|_2 = \|F\|_2. \quad (11)$$

对于可观可控的线性时不变系统  $F$  (图 3),  $\hat{w}$  为广义噪声,  $\hat{u}$  为广义控制输入,  $\hat{y}$  为广义测量信号,  $\hat{z}$  为控制器设计时需要尽量减小的信号,  $K_2$  为控制器.

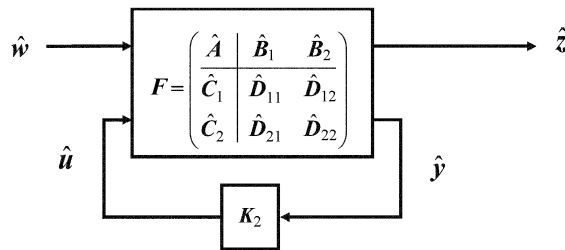


图 3 广义被控线性时不变系统

Fig. 3 Generalized linear time-invariant (LTI) plant

存在  $H_2$  最优控制器  $K_2$ , 使从  $\hat{z}$  到  $\hat{w}$  的传递函数  $T_{\hat{z}\hat{w}}$  的  $H_2$  范数最小<sup>[12-13]</sup>:

$$T_{\hat{z}\hat{w}} \rightarrow \min \|T_{\hat{z}\hat{w}}\|_2. \quad (12)$$

运用  $H_2$  优化理论设计控制器, 第 1 步也是最重要的一步是定义广义被控系统  $P$ . 传感器及执行器的噪声特性以及对控制器输出能量的加权都需要包含在  $P$  的定义中. 得到了  $P$  后使用 Matlab 中 Robust Control 工具箱的相关函数来解 (12) 式的优化问题, 得到解  $K_2$ .

对于 ASTROD I 的控制器设计, 广义被控对象包括图 4 所示的内容. 其中:  $G(s)$  为方程 (10) 对应的线性系统,  $d_1$  为传感器噪声驱动 (白噪声),  $W_1$  为传感器噪声频率特性的滤波器 (包括: 星敏感器噪声  $W_{\text{STR\_trac}}$ ; EPS 位置测量噪声  $W_{\text{EPS\_posi}}$ ; EPS 姿态测量噪声  $W_{\text{EPS\_atti}}$ ),  $d_2$  为被控对象输入噪声,  $W_2$  代表输入噪声频率特性的滤波器 (包括: FEFP 力噪声  $W_{\text{FEFP\_f}}$ ; FEFP 力矩噪声  $W_{\text{FEFP\_t}}$ ; EPS 姿态悬浮噪声  $W_{\text{susp\_t}}$ ).  $W_u$  为对控制量的惩罚函数, 以防止控制器输出能量大得无法接受 (包括: FEFP 力惩罚函数

$W_{u\_FEEP\_f}$ ; FEFP 力矩惩罚函数  $W_{u\_FEEP\_t}$ ; EPS 姿态悬浮力矩惩罚函数  $W_{u\_susp\_t}$ ;  $W_r$  为对被控状态的惩罚函数).

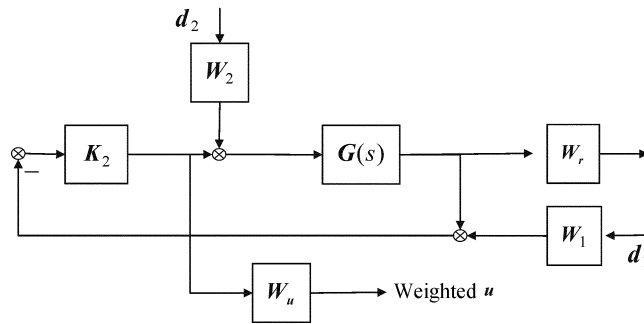


图 4 ASTROD I 加权广义被控系统  $P$  结构图

Fig. 4 Structure of weighted generalized plant

将图 4 按照图 3 标准二端口的形式重新整理可得到图 5. 对照图 3 与图 5 逐一分析其对应的部分, 可以得广义被控对象: 广义噪声输入  $\hat{w} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ 、广义控制输入  $\hat{u} = u$ 、广义测量输出  $\hat{y} = y = \begin{pmatrix} \theta_{1,b}^b \\ r_{b,tm}^{sens} \\ \theta_{sens,tm}^{tm} \end{pmatrix}$ , 需要最小化的量  $\hat{z} = z = \begin{pmatrix} W_r y \\ W_u u \end{pmatrix}$ .

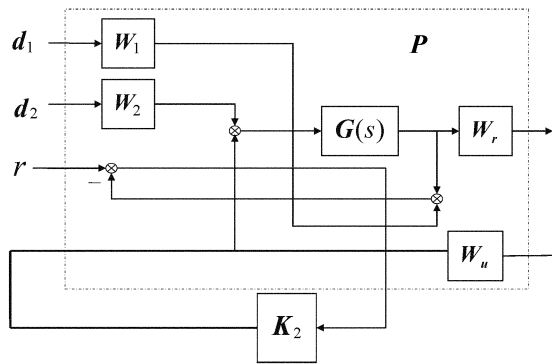


图 5 图 4 按标准二端口形式重新整理结果

Fig. 5 Reformation of Fig.4 into standard two-port network

在 Matlab 中依照图 5 的拓扑结构将各分系统连接起来可得到  $P$  的传递函数. 运用 Matlab 的 Robust Control toolbox 即可解出所需的控制器. 对于 ASTROD I 控制器的设计, 传感器以及执行器的噪声特性  $W_1$  和  $W_2$  已经在仿真器中给出. 接下来的重点是加权函数  $W_r$ . 经过反复的设计调试发现控制要求在 1mHz 处难以得到满足. 所以权函数

$W_r$  需加重在这一频段的惩罚, 选择如下:

$$W_r = \frac{(s + 0.6283)(s + 6.283 \times 10^{-6})}{(s + 0.006283)(s + 0.0006283)}.$$

由下一节的图 8 可见此权函数的选择使系统被控物理量的噪声在 1 mHz 处有较大的压制, 达到控制器设计的要求.

## 4 控制器闭环分析

对被控状态  $r_{b,tm}^{sens}$ 、 $\theta_{i,b}^b$  进行闭环的传递函数分析, 每个状态向量选取其  $x$  分量分析, 分别为  $r_{tm,x}$ 、 $\theta_{sc,x}$ . 对测试质量的相对位移  $r_{tm,x}$  的传递函数法分析结果见图 6(a). 图中蓝色实线为  $r_{tm,x}$  最终噪声, 满足无拖曳环的控制要求. 灰色区域为“禁区”(若进入则无法满足设计要求). 其它颜色的曲线为各噪声源, 包括传感器和执行器的噪声对  $r_{tm,x}$  噪声的贡献. 同时由图可见:  $r_{tm,x}$  在低频率段的噪声是 FEED\_f 噪声即推进器噪声引起, 高频段的主要噪声是 EPS\_posi 即位置传感器噪声引起.

卫星状态  $\theta_{sc,x}$  传递函数法分析结果见图 6(b). 图中蓝色实线为  $\theta_{sc,x}$  最终噪声, 满足姿态环指向精度控制要求. 其它颜色的曲线为各噪声源, 包括传感器和执行器的噪声对  $\theta_{sc,x}$  噪声的贡献. 灰色区域为“禁区”. 同时由图可见: 姿态环的主要噪声来自于 FEED\_t 即推进器的力矩噪声.

测试质量剩余加速度, 即测试质量受到的非引力加速度尽可能小是无拖曳环的最终控制要求. 将 (10) 式展开并写成分量形式并取其第 3 行, 即  $\dot{v}_{b,tm}^{sens}$  对应的行可得:

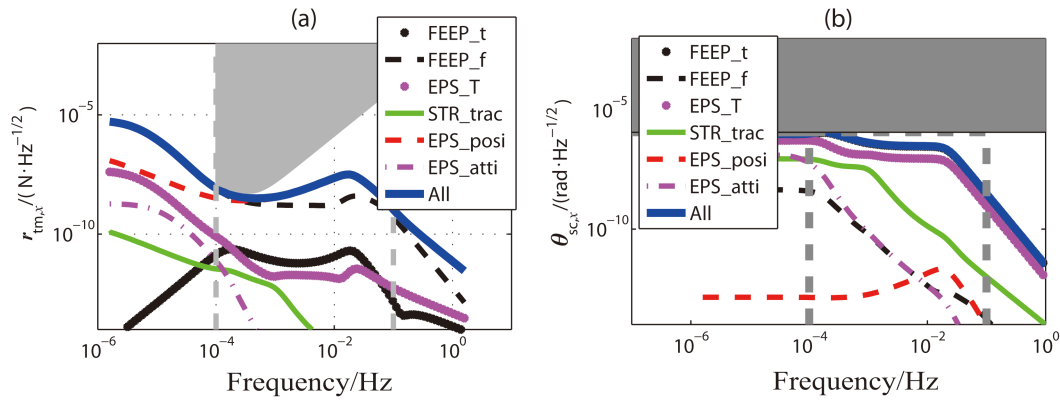
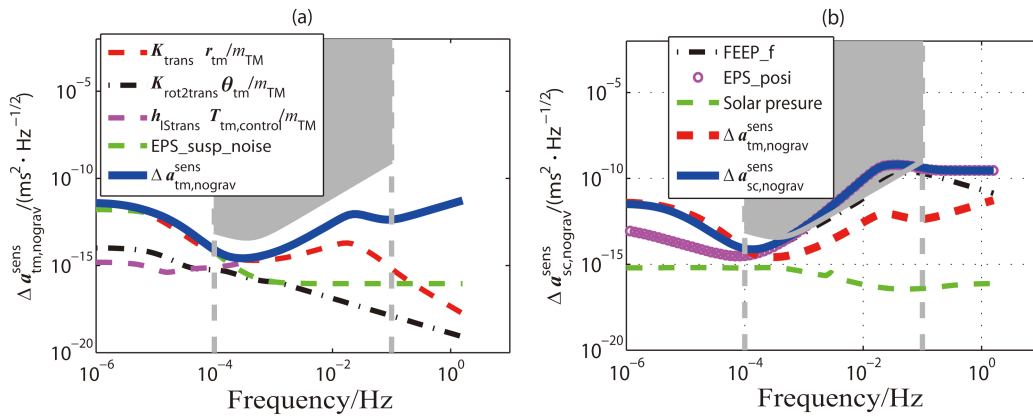
$$\dot{v}_{b,tm}^{sens} = \frac{K_{trans}}{m_{TM}} r_{b,tm}^{sens} + \frac{K_{rot2trans}}{m_{TM}} \theta_{sens,tm}^{tm} + \frac{h_{Istrans}}{m_{TM}} T_{control}^{tm} + A_b^{sens} R_{b,sens}^{sens} (I_{sc}^{sc})^{-1} T_{control}^b - f_{control}^{sens}/m_{SC}, \quad (13)$$

上式右边前 3 项为测试质量所受的非引力加速度: 测试质量平移耦合  $\frac{K_{trans}}{m_{TM}} r_{b,tm}^{sens}$ , 测试质量旋转耦合  $\frac{K_{rot2trans}}{m_{TM}} \theta_{sens,tm}^{tm}$ , EPS 控制力矩的伴随力  $\frac{h_{Istrans}}{m_{TM}} T_{control}^{tm}$ , 第 4 项为切向牵连加速度, 第 5 项为卫星的控制加速度.

$$\Delta a_{tm,nograv}^{sens} = \frac{K_{trans}}{m_{TM}} r_{b,tm}^{sens} + \frac{K_{rot2trans}}{m_{TM}} \theta_{sens,tm}^{tm} + \frac{h_{Istrans}}{m_{TM}} T_{control}^{tm}. \quad (14)$$

根据 (14) 式运用闭环传递函数法分析得测试质量非引力加速度见图 7(a). 图中蓝色实线为测试质量加速度噪声  $\Delta a_{tm,nograv}^{sens}$ , 满足无拖曳控制的要求. 由图可见测试质量旋转耦合和 EPS 控制力矩的伴随力成为非保守力的主要构成, 直接影响了无拖曳的控制性能. 因此无拖曳控制的设计不仅要着眼于减小测试质量的偏移  $r_{b,tm}^{sens}$  同时也要在测试质量悬浮环设计的时候考虑到控制器输出  $T_{control}^{tm}$  带来的加速度噪声.

卫星随着测试质量飞行作自由落体运动, 其非引力加速度噪声如图 7(b). 其加速度噪声  $\Delta a_{sc,nograv}^{sens}$  的主要来源为推进器的噪声 FEED\_f 以及无拖曳环的传感器噪声 EPS\_posi, 太阳辐射压噪声的影响可忽略不计. 卫星承受来自太空的扰动, 因此其加速度噪声和测试质量的加速度噪声相互比较可见: 在测量频段上测试质量加速度噪声要小 1~3 个数量级.

图 6 传递函数法分析. (a)  $r_{tm,x}$ , (b)  $\theta_{sc,x}$ Fig. 6 Transfer function analysis. (a)  $r_{tm,x}$ , (b)  $\theta_{sc,x}$ 图 7 传递函数法分析. (a)  $\Delta a_{tm,nograv}^{sens}$ , (b)  $\Delta a_{sc,nograv}^{sens}$ Fig. 7 Transfer function analysis. (a)  $\Delta a_{tm,nograv}^{sens}$ , (b)  $\Delta a_{sc,nograv}^{sens}$ 

比较传递函数分析法和数值模拟的傅立叶分析可见 (图 8): 对于被控状态  $r_{tm,x}$ 、 $\theta_{sc,x}$  以及  $\Delta a_{tm,nograv}^{sens}$ 、 $\Delta a_{sc,nograv}^{sens}$  两种分析方法达到了一致, 说明了控制器的有效性, 在控制器设计的过程中对模型的线性化假设是可以接受的. 图中实线为上述各个变量传递函数法分析的结果 (同图 6 与图 7), 虚线为数值仿真器模拟的输出做频率分析的结果, 两者在测量频率区间基本重合.

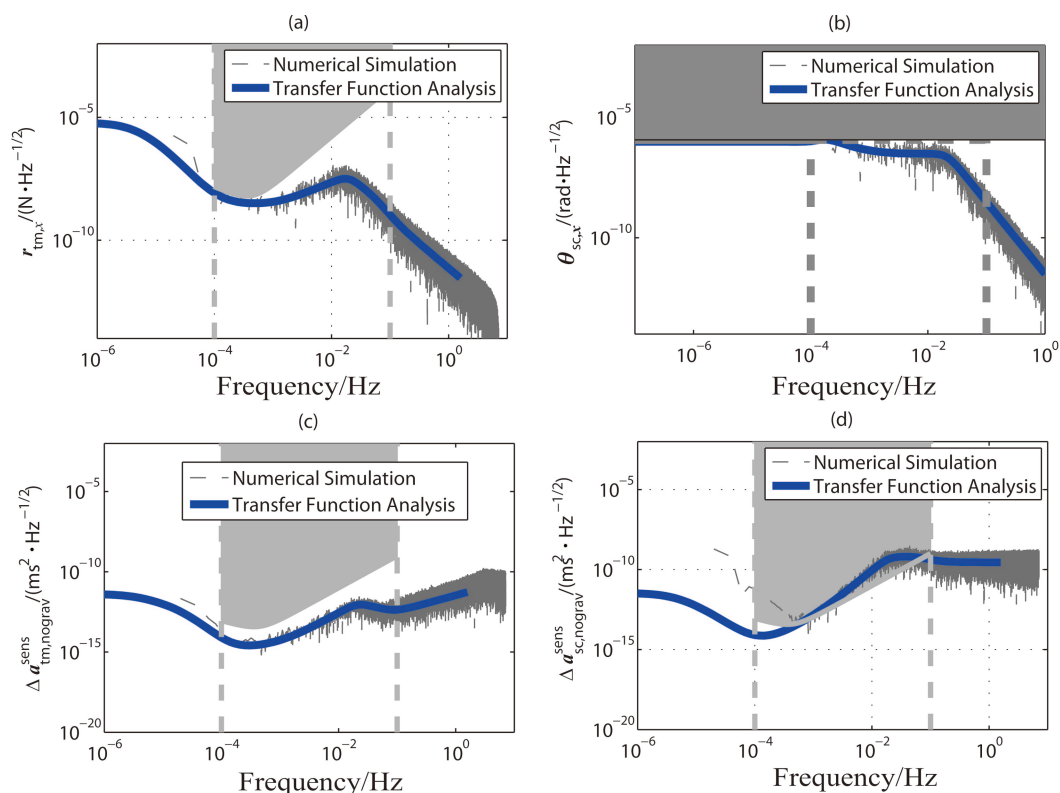


图 8 传递函数分析结果与数值模拟分析结果的对比. (a)  $r_{tm,x}$ , (b)  $\theta_{sc,x}$ , (c)  $\Delta a_{tm,nograv}^{sens}$ , (d)  $\Delta a_{sc,nograv}^{sens}$

Fig. 8 Comparison of transfer function analysis and numerical simulation. (a)  $r_{tm,x}$ , (b)  $\theta_{sc,x}$ ,

(c)  $\Delta a_{tm,nograv}^{sens}$ , (d)  $\Delta a_{sc,nograv}^{sens}$

## 5 结论

本文简述了无拖曳卫星的工作原理并推导了其运动方程. 在此基础上运用 Matlab/Simulink 建立了以 EPS 为位置传感器和 FEEP 离子推进器为推进器的单测试质量无拖曳卫星的动力学全真数值仿真器. 然后根据控制器设计的需要推导了卫星及测试质量的线性运动方程并使用  $H_2$  优化理论设计了最优控制器, 使得被控状态的  $H_2$  范数最小化. 传递函数分析表明控制器符合无拖曳卫星的无拖曳环和姿态环控制要求. 并且将之代入数值仿真器得到更接近真实情况的数值模拟, 验证了控制器设计过程中的线性化并未丧失一般性且数值仿真器能很好地模拟卫星及测试质量的运动.

**致谢** 感谢倪维斗教授提供的 ASTROD I 的相关资料与讨论, 感谢 Antonio 的讨论. 感谢所有为我提供学习、生活各方面帮助与鼓励的紫台老师. 还特别感谢周泽兵老师与刘润球老师的帮助与支持.

## 参 考 文 献

- [1] Lange B. The Control and Use of Drag-free Satellites. Stanford: Stanford University, 1964
- [2] 施梨, 曹喜滨, 张锦绣, 等. 宇航学报, 2010, 31: 1511
- [3] Jafry Y R, Cornelisse J, Reinhard R. ESA Journal, 1994, 18: 219
- [4] Danzmann K, the LISA study team. CQGra, 1996, 13: 247
- [5] Everitt C W F. Proceedings of the Sixth Marcel Grossmann Meeting on General Relativity, 1991: 1632
- [6] Ni W T, Bao Y, Dittus H, et al. AcAau, 2006, 59: 598
- [7] 门金瑞, 倪维斗, 王刚. 天文学报, 2010, 51: 198
- [8] Men J R, Ni W D, Wang G. ChA&A, 2010, 34: 434
- [9] Ni W T, Araújo H, Bao G, et al. JPhCS, 2006, 32: 154
- [10] Drinkwater M R, Floberghagen R, Haagmans R, et al. SSRv, 2003, 108: 419
- [11] 周泽兵, 白彦峥, 祝竺, 等. 中国空间科学技术, 2009, 29: 74
- [12] 祝竺, 张晓敏, 周泽兵. 宇航学报, 2010, 31: 1362
- [13] 郑伟, 许厚泽, 钟敏, 等. 天文学报, 2010, 51: 65
- [14] Zheng W, Hsu H T, Zhong M, et al. ChA&A, 2010, 34: 413
- [15] Theil S. Satellite and Test Mass Dynamics Modeling and Observation for Drag-free Satellite Control of the STEP Mission. Bremen: University of Bremen, 2002
- [16] 白彦峥, 田蔚, 周泽兵, 等. 空间科学学报, 2010, 30: 601
- [17] 高尚伟, 周泽兵, 吴书朝, 等. 紫金山天文台台刊, 2004, 23: 139
- [18] 周泽兵, 高尚伟, 罗俊. 大地测量与地球动力学进展. 武汉: 湖北科学技术出版社, 2004: 342-347
- [19] Frigot P. Development and Testing of a Field-Emission Neutraliser for Micro-Electric Propulsion Mass Dynamics Modeling and Observation for Drag-free Satellite Control of the STEP Mission. The 30th International Electric Propulsion Conference, 2007
- [20] Wie B. Space Vehicle Dynamics and Control. AIAA Education Series, 1998: 318
- [21] Gath P F, Fichter W, Kersten M, et al. Drag-free and Attitude Control System Design for the LISA Pathfinder Mission. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2004
- [22] Levine W S. The Control Handbook. Boca Raton: CRC press, 1996

## Simulation and Controller Design for Drag-free and Attitude System of Single Test Mass Drag-free Satellite

LI Hong-yin<sup>1,2</sup> HU Ming<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(<sup>2</sup> School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

**ABSTRACT** Taking the ASTROD I mission as an example, the structure and principle of drag-free satellite are presented. We derive the dynamics of drag-free satellite and its test mass, based on which a numerical simulator is built for them. Then,  $H_2$  optimal strategy is used to develop the controller for the satellite to reduce the resulted noise. The comparison between the transfer function analysis and the periodogram of numerical simulation indicates that linearization of the dynamics is appropriate and the simulator is correct. Also we can conclude that the controller can fulfill the requirement of the mission.

**Key words** space vehicles: instruments, methods: numerical