

# 基于 $\gamma$ 暴等观测限制宇宙学参数与暗能量模型\*

刘建炜<sup>1,2†</sup> 王发印<sup>3,4</sup>

(1 中国科学院紫金山天文台 南京 210008)

(2 中国科学院研究生院 北京 100049)

(3 南京大学天文与空间科学学院 南京 210093)

(4 现代天文与天体物理教育部重点实验室 南京 210093)

**摘要** 利用 Union2 557 个 Ia 型超新星数据限制宇宙学参数  $q_0$ 、 $j_0$  和  $s_0$ ，在红移  $z \leq 1.4$  范围内校准 5 个  $\gamma$  暴 (gamma-ray burst, GRB) 光度关系. 假设  $\gamma$  暴光度关系不随红移演化，得到 66 个高红移  $\gamma$  暴的距离模数. 最后综合利用宇宙微波背景 (Cosmic Microwave Background, CMB) 辐射观测数据、重子声波震荡 (Baryon Acoustic Oscillations, BAO) 观测数据与 116 个具有红移的  $\gamma$  暴数据限制几个常见的暗能量模型. 根据贝叶斯判据 (Bayesian Information Criterion, BIC)，发现  $\Lambda$ CDM 模型是最好的模型；根据 Akaike 判据 (Akaike Information Criterion, AIC)，发现 JBP 模型是最好的模型.

**关键词** 伽玛射线暴：普通，宇宙学：宇宙学参数，宇宙学：暗能量  
**中图分类号**：P 159； **文献标识码**：A

## 1 引言

自从 Phillips 关系发现以来，Ia 型超新星作为标准烛光，广泛应用于探测宇宙几何结构与动力学演化. Ia 型超新星观测表明现在的宇宙正在加速膨胀过程中<sup>[1-2]</sup>，这一点得到了宇宙微波背景各向异性<sup>[3-4]</sup> 和大尺度结构<sup>[5-6]</sup> 的证实.

但是，红移超过 1.7 的 Ia 型超新星难以观测，而 CMB 最后散射截面的红移在 1 090 左右，二者之间存在巨大的未知空间，因而需要更强大的距离指示器来探测高红移的宇宙. 近年来，随着 GRB 宇宙学的兴起，许多人认为 GRB 可能是比较好的候选者，目前最远距离的 GRB 红移达到 8.2<sup>[7-8]</sup>. 由于对 GRB 的中心能源还不是很清楚，目前研究集中在 GRB 的光度关系上，例如：软硬谱延迟时间与光度的关系  $\tau_{\text{lag}} - L$ <sup>[9]</sup>；光变量与光度的关系  $V - L$ <sup>[10]</sup>；能谱峰值与光度的关系  $E_{\text{peak}} - L$ <sup>[11-12]</sup>；最小上升时间与光度的关系  $\tau_{\text{RT}} - L$ <sup>[13]</sup> 和能谱峰值与准直能量的关系  $E_{\text{peak}} - E_{\gamma}$ <sup>[14]</sup>. 除了二维关系外，最近发现了

2011-04-07 收到原稿，2011-05-19 收到修改稿

\* 国家自然科学基金项目 (10621303, 11073057)、国家重点基础研究发展计划项目 (2007CB815404) 及中国博士后科学基金项目 (20100481117) 资助

† jwliu@pmo.ac.cn

一些三维光度关系, 例如:  $E_{\text{iso}} - E_{\text{peak}} - t_{\text{b}}$  关系<sup>[15]</sup>,  $E_{\text{iso}}$  是各向同性能量,  $t_{\text{b}}$  是光学余辉的转折时间;  $L - E_{\text{peak}} - T_{0.45}$  关系<sup>[16]</sup>,  $T_{0.45}$  是共动系累计辐射流量 45% 的时间;  $L - E_{\text{peak}} - \tau_{\text{lag}}$  (或  $\tau_{\text{RT}}$ ) 关系<sup>[17]</sup>. 基于这些 GRB 光度关系, GRB 宇宙学的许多工作已经发表.

需要注意的是, 在校准 GRB 光度关系上, 必须采用与宇宙学模型无关的方法, 否则将陷入循环论证, 因为 GRB 的光度距离严格依赖于宇宙学参数. Takahashi 等<sup>[18]</sup> 和 Liang 等<sup>[19]</sup> 提出利用 Ia 型超新星校准 GRB 光度关系的方法, 假设同一红移的天体有同一光度距离, 从而得到已知红移的 GRB 的光度距离, 进而校准 GRB 光度关系. Visser<sup>[20]</sup> 给出了与宇宙学模型无关的四阶哈勃公式, 其中包含 3 个宇宙学参数  $q_0$ 、 $j_0$  和  $s_0$ . Vitagliano 等<sup>[21]</sup> 利用包含 307 个 Ia 型超新星的 Union 数据<sup>[22]</sup> 拟合了在平坦宇宙情形下 ( $\Omega_0 = 1$ ) 的宇宙学参数:  $q_0 = -0.50 \pm 0.55$ ,  $j_0 + \Omega_0 = -0.26 \pm 9.00$ ,  $s_0 = -4.13 \pm 129.79$ . 最近超新星宇宙学工程 (Supernova Cosmology Project, SCP) 给出了 557 个最新的 Ia 型超新星数据 Union2<sup>[23]</sup>, 我们将利用这个已发表的目前最大的 Ia 型超新星样本, 更精确地拟合宇宙学参数并校准 GRB 光度关系.

Dai 等<sup>[24]</sup> 利用 Ghirlanda 关系限制宇宙学参数和暗能量模型. Ghirlanda 等<sup>[25]</sup> 综合 14 个 GRB 和 Ia 型超新星限制  $\Lambda$ CDM 模型, 计算得到物质比重  $\Omega_{\text{m}0} = 0.29 \pm 0.04$ , 暗能量比重  $\Omega_{\Lambda} = 0.71 \pm 0.05$ . Firmani 等<sup>[26]</sup> 利用贝叶斯方法解决循环论证问题, 综合 GRB 和 Ia 型超新星样本, 得到  $\Omega_{\text{m}0} = 0.28 \pm 0.03$ ,  $z_t = 0.73 \pm 0.09$ , 其中  $z_t$  是转折红移. Friedman 等<sup>[27]</sup> 讨论了以 GRB 作为标准烛光带来的系统误差的可能来源. Liang 等<sup>[28]</sup> 提出一种不需要引入低红移 GRB 样本来校准 GRB 光度关系的方法. Wang 等<sup>[29]</sup> 利用 Liang-Zhang 关系作为标准烛光, 综合 20 个 GRB 和 157 个 Ia 型超新星, 计算得到平坦宇宙情形下  $\Omega_{\text{m}0} = 0.29 \pm 0.03$ ,  $z_t = 0.61_{-0.05}^{+0.06}$ . Schaefer<sup>[13]</sup> 利用 69 个 GRB 和 5 个 GRB 光度关系建立哈勃图并讨论了几个暗能量模型中暗能量的属性, 发现 GRB 哈勃图与和谐宇宙模型一致. Wang 等<sup>[30]</sup> 利用 69 个 GRB、182 个 Ia 型超新星、CMB 观测数据、BAO 观测数据、星团 X 射线气体质量分数与 2 度视场巡天观测数据共同限制宇宙学参数和暗能量模型, 计算得到  $\Lambda$ CDM 模型  $\Omega_{\text{m}0} = 0.27 \pm 0.02$ ,  $\Omega_{\Lambda} = 0.73 \pm 0.08$ . Qi 等<sup>[31-32]</sup> 利用 GRB 和其他天文观测讨论了暗能量状态方程的变化情况. Basilakos 等<sup>[33]</sup> 检验 5 个 GRB 光度关系, 发现参数随红移演化的效果并不显著. Kodama 等<sup>[34]</sup> 校准并利用 Yonetoku 关系作为标准烛光, 计算得到  $\Omega_{\text{m}0} = 0.37_{-0.11}^{+0.14}$ ,  $\Omega_{\Lambda} = 0.63_{-0.14}^{+0.11}$ . Capozziello 等<sup>[35]</sup> 利用 Liang 等<sup>[19]</sup> 的结果限制宇宙学参数, 发现经 Ia 型超新星数据校准后的结果与  $\Lambda$ CDM 模型一致. Cardone 等<sup>[36]</sup> 利用 83 个 GRB 与 6 个 GRB 光度关系建立起哈勃图. 最近 Gao 等<sup>[37]</sup> 在 Vitagliano 等<sup>[21]</sup> 限制的宇宙学参数基础上, 假定  $\Omega_{\text{m}0} = 0.27$ , 利用 42 个高红移 GRB ( $1.4 < z \leq 6.6$ )、CMB 的 5 yr 观测数据 (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, WMAP5) 和 BAO 观测数据共同限制 CPL 与 JBP 暗能量模型. Wei<sup>[38]</sup> 利用 Amati 关系校准了 109 个长暴, 综合 557 个 Union2 Ia 型超新星、59 个高红移 GRB ( $1.4 < z \leq 8.2$ )、CMB 7 yr 观测数据 (WMAP7)<sup>[4]</sup> 与 BAO 观测数据<sup>[6]</sup> 共同限制 7 个暗能量模型.

Wang 等<sup>[39]</sup> 发现 GRB 光度关系不随红移演化, 因此采用最新数据 — 116 个 GRB、

CMB 7 yr 观测数据和 BAO 观测数据, 我们可以构建高红移 GRB 的哈勃图并限制暗能量模型. 在本文中我们没有假定  $\Omega_{m_0}$  为常数, 并同时利用 4 个 GRB 光度关系校准 116 个 GRB, 相比较只用 Amati 关系作为光度关系, 我们的限制结果更加严格. 为了避免数据重复使用, 在限制暗能量模型中我们没有包含 Union2 中 557 个 Ia 型超新星数据, 另一方面, 过多的低红移数据造成不同红移处数据的权重失衡.

文章结构安排如下: 第 2 部分简要回顾光度距离与红移的四阶哈勃公式, 并使用 Union2 557 个 Ia 型超新星数据拟合宇宙学参数; 第 3 部分利用新的宇宙学参数来更新 5 个 GRB 光度关系, 并构建 GRB 的哈勃图; 第 4 部分介绍利用几种最新观测数据限制暗能量模型的方法; 第 5 部分给出了各个暗能量模型的限制结果; 暗能量模型的比较与结果分别放在第 6 部分与第 7 部分.

## 2 光度距离与红移间的宇宙学哈勃关系

Cattoen 等<sup>[40]</sup> 为避免光度距离函数在高红移处发散, 引入新参数  $y = z/(1+z)$  代替红移  $z$ , 此时光度距离公式为

$$d_L(y) = cH_0^{-1} \left\{ y - \frac{1}{2}(q_0 - 3)y^2 + \frac{1}{6}[12 - 5q_0 + 3q_0^2 - (j_0 + \Omega_0)]y^3 + \frac{1}{24}[60 - 7j_0 - 10\Omega_0 - 32q_0 + 10q_0j_0 + 6q_0\Omega_0 + 21q_0^2 - 15q_0^3 + s_0]y^4 + o(y^5) \right\}. \quad (1)$$

其中  $H_0$  为哈勃常数. 对于平坦宇宙,  $\Omega_0 = 1$ . 上式改写为

$$\ln\left[\frac{d_L(y)}{\text{Mpc}}\right] = \ln[cH_0^{-1}] + \ln y - \frac{1}{2}(q_0 - 3)y + \frac{1}{24}[21 - 4(j_0 + \Omega_0) + q_0(9q_0 - 2)]y^2 + \frac{1}{24}[15 + 4\Omega_0(q_0 - 1) + j_0(8q_0 - 1) - 5q_0 + 2q_0^2 - 10q_0^3 + s_0]y^3 + o(y^4). \quad (2)$$

距离模数

$$\mu(y) = 25 + 5 \lg\left[\frac{d_L(y)}{\text{Mpc}}\right]. \quad (3)$$

我们利用 Union2 中 557 个 Ia 型超新星数据限制公式中的 3 个宇宙学参数:  $q_0$ ,  $j_0 + \Omega_0$ ,  $s_0$  (其中  $\Omega_0 = 1$ ). 其似然函数由  $\chi^2$  统计方法决定

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\mu^{\text{data}} - \mu^{\text{th}})^2}{\sigma_i^2}. \quad (4)$$

限制过程中假定平坦宇宙, 即  $\Omega_0 = 1$ ,  $H_0 = 70 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ . 限制结果见表 1.

表 1 利用 Union2 Ia 型超新星数据限制宇宙学参数

Table 1 Constraints on the cosmographic parameters with Union2 SNe Ia dataset

	$q_0$	$j_0$	$s_0$
Best fit	$-0.45 \pm 0.38$	$-1.81^{+7.95}_{-7.31}$	$-22.06^{+85.02}_{-40.45}$
Mean	$-0.45 \pm 0.38$	$-1.50 \pm 7.63$	$0.23 \pm 62.29$
$\chi_{\text{min}}^2/\text{d.o.f}$		541.82/554	

### 3 GRB 光度关系的校准与 GRB 哈勃图的构建

我们采用 Wang 等<sup>[39]</sup>116 个 GRB 作为校准 GRB 光度关系的样本. 首先, 我们由光度距离公式计算出红移  $z \leq 1.4$  的 50 个 GRB 的距离模数, 然后校准 5 个 GRB 光度关系, 包括

$$\lg \frac{L}{1 \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}} = a_1 + b_1 \lg \left[ \frac{\tau_{\text{lag}}(1+z)^{-1}}{0.1 \text{ s}} \right], \quad (5)$$

$$\lg \frac{L}{1 \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}} = a_2 + b_2 \lg \left[ \frac{V(1+z)}{0.02} \right], \quad (6)$$

$$\lg \frac{L}{1 \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}} = a_3 + b_3 \lg \left[ \frac{E_{\text{peak}}(1+z)}{300 \text{ keV}} \right], \quad (7)$$

$$\lg \frac{L}{1 \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}} = a_4 + b_4 \lg \left[ \frac{\tau_{\text{RT}}(1+z)^{-1}}{0.1 \text{ s}} \right], \quad (8)$$

$$\lg \frac{E_\gamma}{1 \text{ erg}} = a_5 + b_5 \lg \left[ \frac{E_{\text{peak}}(1+z)}{300 \text{ keV}} \right], \quad (9)$$

其中  $\tau_{\text{lag}}$  是软谱光变曲线与硬谱光变曲线的时间差,  $V$  是光变曲线的光滑度变量,  $E_{\text{peak}}$  是能谱峰值,  $\tau_{\text{RT}}$  是光变曲线上升到最大值一半的最短时间,  $L = 4\pi d_L^2 P_{\text{bolo}}$  是各向同性光度,  $E_\gamma = 4\pi d_L^2 S_{\text{bolo}} F_{\text{beam}}(1+z)^{-1}$  是修正后的准直能量,  $P_{\text{bolo}}$  和  $S_{\text{bolo}}$  分别为辐射热峰值流量与通量,  $F_{\text{beam}}$  是集束因子.

校准结果见表 2.

表 2 5 个 GRB 光度关系的最佳拟合值与  $1\sigma$  误差值

Table 2 Calibration results of five GRB luminosity relations at 68% level

Relation	$a$	$b$	$\sigma_{\text{int}}$	Number of data
$L - \tau_{\text{lag}}$	$52.01 \pm 0.19$	$-0.83 \pm 0.02$	0.62	27
$L - V$	$51.29 \pm 0.32$	$0.85 \pm 0.32$	0.94	47
$L - E_{\text{peak}}$	$51.79 \pm 0.16$	$1.41 \pm 0.06$	0.72	50
$L - \tau_{\text{RT}}$	$52.72 \pm 0.23$	$-1.48 \pm 0.26$	0.58	39
$E_\gamma - E_{\text{peak}}$	$50.63 \pm 0.10$	$1.62 \pm 0.04$	0.18	11

由于 Wang 等<sup>[39]</sup>发现 GRB 光度关系不随红移演化, 因此我们可以将校准结果推广到高红移 GRB.  $\lg L$  或  $\lg E_\gamma$  的误差为

$$\sigma_{\lg u}^2 = \sigma_a^2 + (\sigma_b \lg x)^2 + (0.4343b\sigma_x/x)^2 + \sigma_{\text{int}}^2, \quad (10)$$

其中  $\sigma_a$ 、 $\sigma_b$  与  $\sigma_x$  分别是截距  $a$ 、斜率  $b$  与 GRB 可测量变量的  $1\sigma$  误差值,  $\sigma_{\text{int}}$  是系统误差, 表示线性程度的一个量. 当光度关系为 (5) ~ (8) 式, 距离模数误差为

$$\sigma_\mu = [(2.5\sigma_{\lg L})^2 + (1.086\sigma_{P_{\text{bolo}}}/P_{\text{bolo}})^2]^{1/2}. \quad (11)$$

当光度关系为 (9) 式,

$$\sigma_\mu = [(2.5\sigma_{\lg E_\gamma})^2 + (1.086\sigma_{S_{\text{bolo}}}/S_{\text{bolo}})^2 + (1.086\sigma_{F_{\text{beam}}}/F_{\text{beam}})^2]^{1/2}. \quad (12)$$

每个 GRB 都有 5 个距离模数估算值, 但  $L - V$  关系的系统误差值过大, 其线性关系太差, 在下面计算中我们不采用. 综合其余 4 个估算值, GRB 的最终距离模数为

$$\mu = \left( \sum_i \mu_i / \sigma_{\mu_i}^2 \right) / \left( \sum_i \sigma_{\mu_i}^{-2} \right), \quad (13)$$

误差值  $\sigma_{\mu_i} = (\sum_i \sigma_{\mu_i}^{-2})^{-1/2}$ . 图 1 绘制了 557 个 Ia 型超新星 ( $z \leq 1.4$ ) 和 66 个 GRB ( $z > 1.4$ ) 的哈勃图.

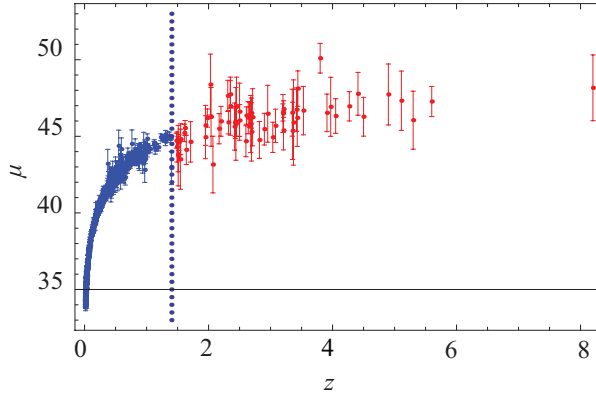


图 1 557 个 Ia 型超新星 ( $z \leq 1.4$ ) 和 66 个高红移 GRB ( $z > 1.4$ ) 的哈勃图, 垂直点线表示  $z = 1.4$

Fig.1 Hubble diagram of 557 SNe Ia ( $z \leq 1.4$ ) and 66 high-redshift GRBs ( $z > 1.4$ ). Vertical dotted line represents  $z = 1.4$

## 4 限制暗能量模型的天文观测

### 4.1 $\gamma$ 射线暴

Wang 等<sup>[39]</sup> 综合 116 个 GRB 并同时使用 4 个光度关系, 包括  $L - \tau_{\text{lag}}$ 、 $L - E_{\text{peak}}$ 、 $L - \tau_{\text{RT}}$  和  $E_{\gamma} - E_{\text{peak}}$ . 我们也校准了上述 4 个光度关系. 这里我们使用 116 个 GRB 来限制暗能量模型, 似然函数为

$$\chi_{\text{GRB}}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{[\mu_i - \mu_{\text{obs},i}]^2}{\sigma_{\mu_{\text{obs},i}}^2}, \quad (14)$$

$\sigma_{\mu_{\text{obs},i}}$  是每个 GRB 距离模数的误差值.

### 4.2 宇宙微波背景辐射

我们使用 WMAP 7 yr 观测结果, 得到平移参数<sup>[4]</sup>. CMB 的平移参数  $R$  由下式决定:

$$R = \frac{\sqrt{\Omega_{\text{m}0}}}{\sqrt{|\Omega_k|}} \text{sinn} \left( \sqrt{|\Omega_k|} \int_0^{z_{\text{ls}}} \frac{dz}{E(z)} \right) = 1.725 \pm 0.018, \quad (15)$$

其中  $E(z) = [(1+z)^3\Omega_{m_0} + f(z)(1-\Omega_{m_0}-\Omega_k) + (1+z)^2\Omega_k]^{1/2}$ ,  $f(z) = \exp\{3 \int_0^{z_{1s}} \frac{[1+w(z')]\mathrm{d}z'}{1+z'}\}$ ,  $\Omega_k$  是红移  $z=0$  处的曲率比重,  $\Omega_{m_0}$  是现在的物质比重,  $w(z)$  是暗能量的状态方程,  $z_{1s} = 1090$  是最后散射截面处的红移. 似然函数为

$$\chi_{\text{CMB}}^2 = \frac{(R - 1.725)^2}{0.018^2}. \quad (16)$$

### 4.3 重子声波震荡

重子声波震荡是研究暗能量极有利的探针, 其中的峰值参数  $A$  定义为

$$A = \frac{\sqrt{\Omega_{m_0}}}{z_1} \left[ \frac{z_1}{E(z_1)} \frac{1}{|\Omega_k|} \sin^2 \left( \sqrt{|\Omega_k|} \int_0^{z_1} \frac{\mathrm{d}z}{E(z)} \right) \right]^{1/3}, \quad (17)$$

其中  $z_1 = 0.35$ ,  $A = 0.469(n_s/0.98)^{-0.35} \pm 0.017$ , 谱指数  $n_s = 0.963$ . 似然函数为

$$\chi_{\text{BAO}}^2 = \frac{[A - 0.469(n_s/0.98)^{-0.35}]^2}{0.017^2}. \quad (18)$$

## 5 限制宇宙学参数与暗能量模型

我们将综合第 4 部分的所有观测数据对一些广泛讨论的暗能量模型进行限制. 总的似然函数为

$$\chi_{\text{total}}^2 = \chi_{\text{GRB}}^2 + \chi_{\text{CMB}}^2 + \chi_{\text{BAO}}^2. \quad (19)$$

### 5.1 $\Lambda$ CDM 模型

包含一个宇宙学常数和冷暗物质成份的宇宙学模型称为  $\Lambda$ CDM 模型<sup>[41]</sup>, 因该模型简单又高度符合观测结果而被广泛接受. 其状态方程  $w \equiv -1$ , 故

$$E(z) = [(1+z)^3\Omega_{m_0} + (1-\Omega_{m_0})]^{1/2}, \quad (20)$$

这里我们采用  $\Omega_k = 0$  的情形. 光度距离

$$d_L = cH_0^{-1}(1+z) \int_0^z \frac{\mathrm{d}z}{E(z)}, \quad (21)$$

限制结果

$$\Omega_{m_0} = 0.29 \pm 0.01 (1\sigma), \quad \chi_{\text{min}}^2 = 71.05. \quad (22)$$

对于  $\Omega_k \neq 0$  的情形, 我们得到

$$E(z) = [(1+z)^3\Omega_{m_0} + (1-\Omega_{m_0}-\Omega_k) + (1+z)^2\Omega_k]^{1/2}. \quad (23)$$

又

$$\Omega_k = 1 - \Omega_{m_0} - \Omega_\Lambda, \quad (24)$$

得到

$$E(z) = [(1+z)^3 \Omega_{m_0} + \Omega_\Lambda + (1 - \Omega_{m_0} - \Omega_\Lambda)(1+z)^2]^{1/2}. \quad (25)$$

我们称此为  $\Lambda$ CDM2 模型. 限制结果

$$\Omega_{m_0} = 0.29 \pm 0.01 (1\sigma), \quad \Omega_\Lambda = 0.71 \pm 0.01 (1\sigma), \quad \chi_{\min}^2 = 69.99. \quad (26)$$

图 2 给出了该模型  $\Omega_\Lambda$  与  $\Omega_{m_0}$  的置信图.

## 5.2 XCDM 模型

XCDM 模型的状态方程  $w(z) = w_1$  [42],  $w_1$  为常数, 故

$$E(z) = [(1+z)^3 \Omega_{m_0} + (1 - \Omega_{m_0})(1+z)^{3(1+w_1)}]^{1/2}. \quad (27)$$

限制结果

$$\Omega_{m_0} = 0.29 \pm 0.02 (1\sigma), \quad w_1 = -1.01_{-0.06}^{+0.05} (1\sigma), \quad \chi_{\min}^2 = 71.00. \quad (28)$$

图 3 给出了  $w_1$  与  $\Omega_{m_0}$  的置信图.

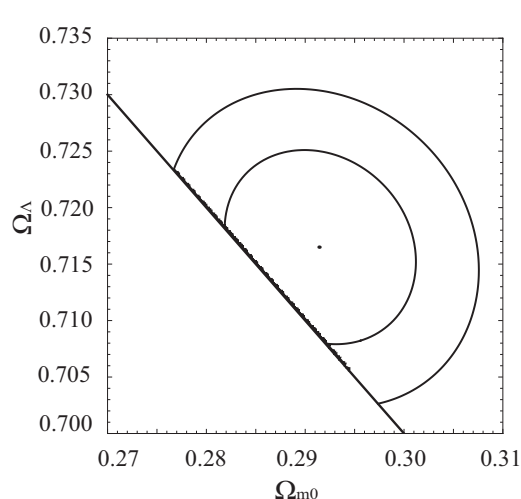


图 2  $\Lambda$ CDM2 模型  $\Omega_{m_0} - \Omega_\Lambda$  的 68% 和 95.4% 置信图, 直线表示  $\Omega_{m_0} + \Omega_\Lambda = 1$

Fig.2 The 68% and 95.4% confidence level contours in the  $\Omega_{m_0} - \Omega_\Lambda$  plane for  $\Lambda$ CDM2 model. The straight line represents  $\Omega_{m_0} + \Omega_\Lambda = 1$

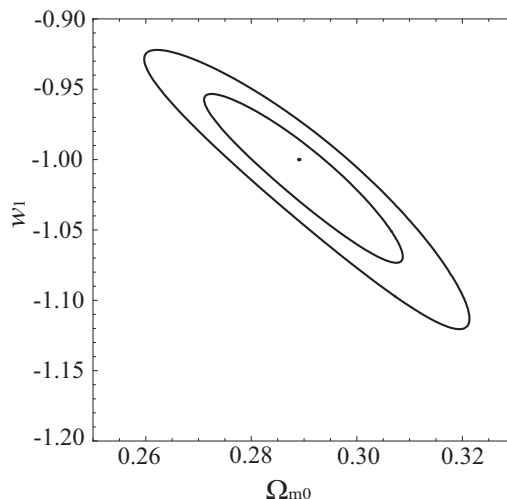


图 3 XCDM 模型的  $\Omega_{m_0} - w_1$  的 68% 和 95.4% 置信图

Fig.3 The 68% and 95.4% confidence level contours in the  $\Omega_{m_0} - w_1$  plane for XCDM model

## 5.3 CPL 模型

Chevallier-Polarski-Linder (CPL) 模型 [43-44] 的状态方程

$$w(z) = w_1 + \frac{w_2 z}{1+z}, \quad (29)$$

$w_1$  和  $w_2$  是 2 个常数, 故

$$E(z) = [(1+z)^3 \Omega_{m0} + (1-\Omega_{m0})(1+z)^{3(1+w_1+w_2)} \exp(-\frac{3w_2 z}{1+z})]^{1/2}. \quad (30)$$

限制结果

$$\Omega_{m0} = 0.30_{-0.02}^{+0.03} (1\sigma), \quad w_1 = -1.24_{-0.15}^{+0.12} (1\sigma), \quad w_2 = 1.13_{-0.30}^{+0.35} (1\sigma), \quad \chi_{\min}^2 = 62.92. \quad (31)$$

图 4 给出了  $w_1$ 、 $\Omega_{m0}$  和  $w_2$  之间的置信图.

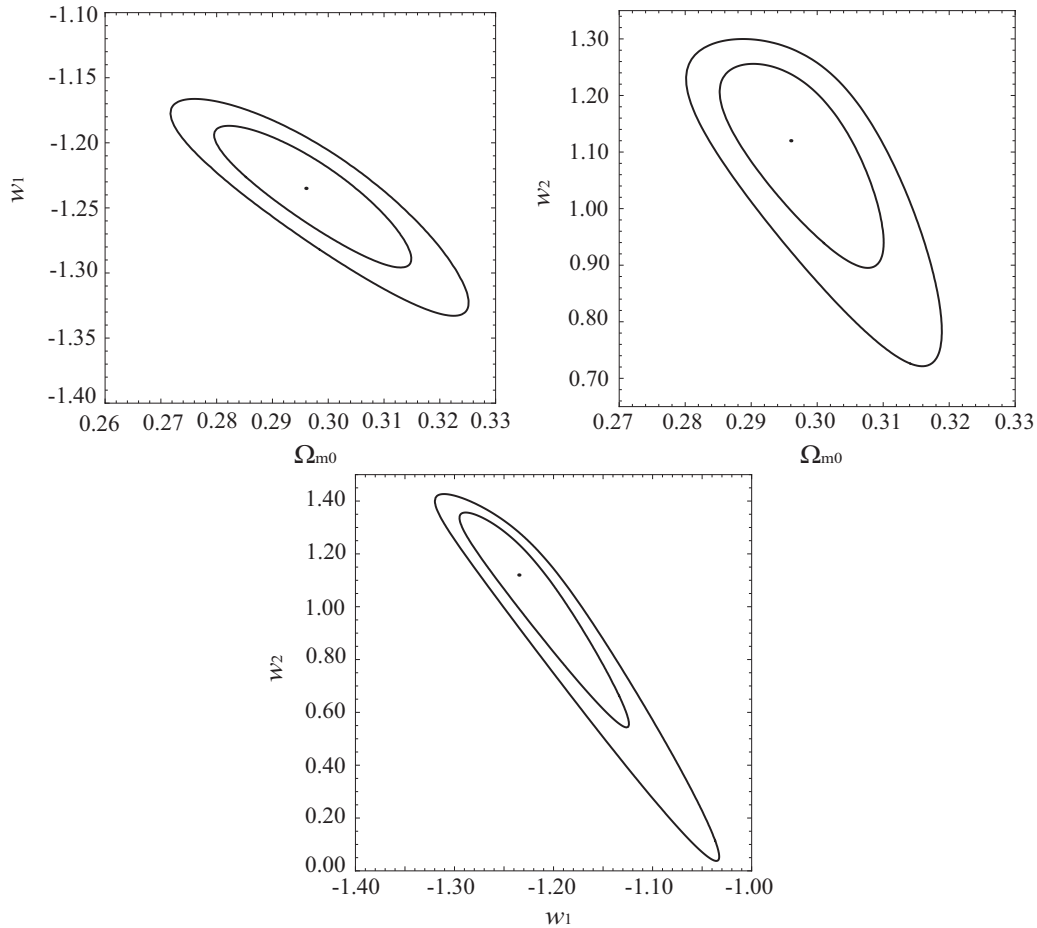


图 4 CPL 模型的  $\Omega_{m0} - w_1$ 、 $\Omega_{m0} - w_2$  与  $w_1 - w_2$  的 68% 和 95.4% 置信图

Fig.4 The 68% and 95.4% confidence level contours in the  $\Omega_{m0} - w_1$ ,  $\Omega_{m0} - w_2$  and  $w_1 - w_2$  planes for CPL model

#### 5.4 JBP 模型

Jassal-Bagla-Padmanabhan (JBP) 模型<sup>[45]</sup> 的状态方程

$$w(z) = w_1 + \frac{w_2 z}{(1+z)^2}, \quad (32)$$

$w_1$  和  $w_2$  是 2 个常数, 故

$$E(z) = [(1+z)^3 \Omega_{m_0} + (1-\Omega_{m_0})(1+z)^{3(1+w_1)} \exp(\frac{3w_2 z^2}{2(1+z)^2})]^{1/2}. \quad (33)$$

限制结果

$$\Omega_{m_0} = 0.28 \pm 0.02 (1\sigma), \quad w_1 = -1.44_{-0.09}^{+0.10} (1\sigma), \quad w_2 = 3.30_{-0.35}^{+0.24} (1\sigma), \quad \chi_{\min}^2 = 62.59. \quad (34)$$

图 5 给出了  $w_1$ 、 $\Omega_{m_0}$  与  $w_2$  之间的置信图.

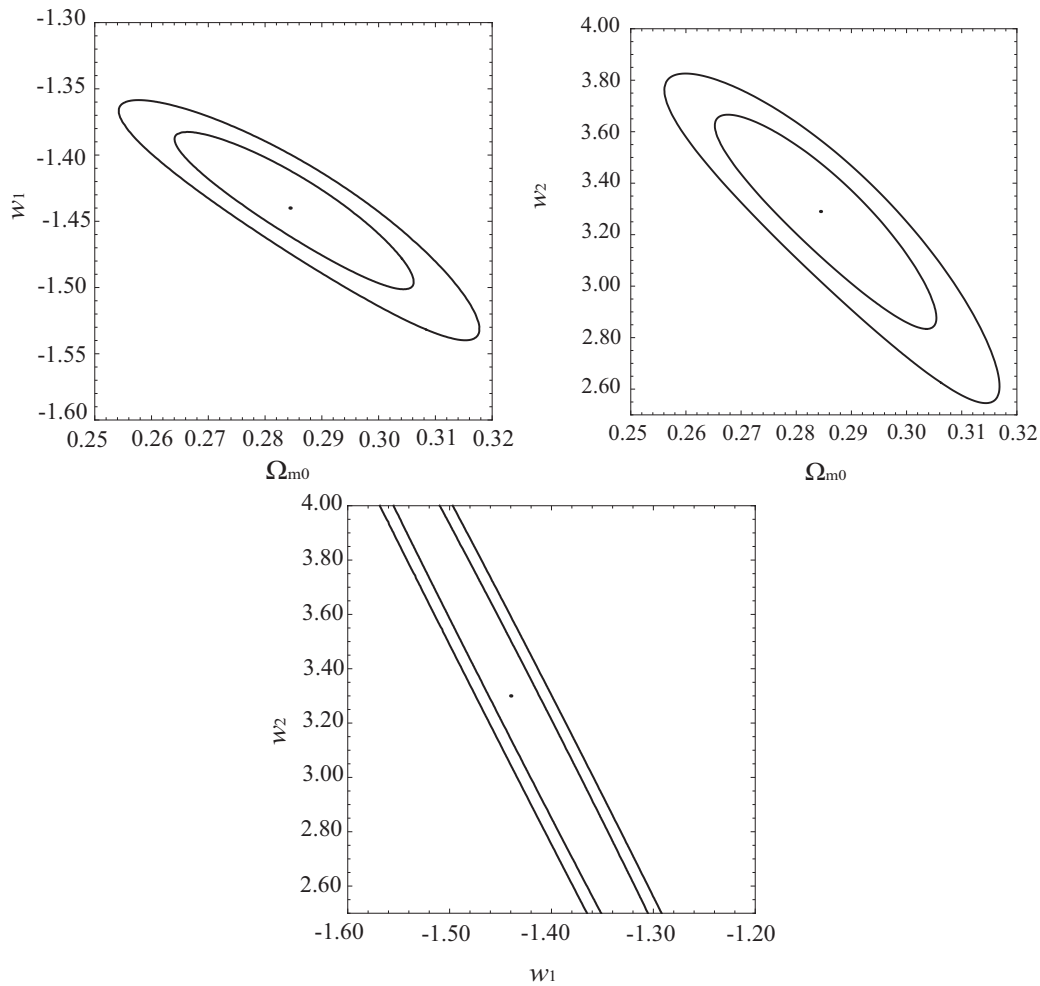


图 5 JBP 模型的  $\Omega_{m_0} - w_1$ 、 $\Omega_{m_0} - w_2$  与  $w_1 - w_2$  的 68% 和 95.4% 置信图

Fig. 5 The 68% and 95.4% confidence level contours in the  $\Omega_{m_0} - w_1$ ,  $\Omega_{m_0} - w_2$  and  $w_1 - w_2$  planes for

JBP model

### 5.5 RDE 模型

Ricci dark energy (RDE) 模型是由 Gao 等人提出的暗能量模型<sup>[46]</sup>,

$$E(z) = [(1+z)^3 \frac{2\Omega_{m0}}{2-\alpha} + (1 - \frac{2\Omega_{m0}}{2-\alpha})(1+z)^{4-2/\alpha}]^{1/2}, \quad (35)$$

$\alpha$  是一个正的常数. 限制结果

$$\Omega_{m0} = 0.33 \pm 0.02 (1\sigma), \quad \alpha = 0.35 \pm 0.02 (1\sigma), \quad \chi_{\min}^2 = 76.58. \quad (36)$$

图 6 给出了  $\alpha$  与  $\Omega_{m0}$  的置信图.

### 5.6 DGP 模型

Dvali-Gabadadze-Porrati (DGP) 模型是最简单的引力修正模型之一<sup>[47]</sup>,

$$E(z) = \sqrt{(1+z)^3 \Omega_{m0} + \Omega_{rc}} + \sqrt{\Omega_{rc}}, \quad (37)$$

$\Omega_{rc}$  是一个常数, 由于  $E(z=0) = 1$ , 故

$$\Omega_{m0} = 1 - 2\sqrt{\Omega_{rc}}. \quad (38)$$

我们得到

$$E(z) = [(1+z)^3 (1 - 2\sqrt{\Omega_{rc}}) + \Omega_{rc}]^{1/2} + \sqrt{\Omega_{rc}}, \quad (39)$$

因此该模型仅有一个自由参数  $\Omega_{rc}$ . 限制结果

$$\Omega_{rc} = 0.16 \pm 0.01 (1\sigma), \quad \chi_{\min}^2 = 157.29. \quad (40)$$

由 (38) 式, 得到

$$\Omega_{m0} = 0.20 \pm 0.01 (1\sigma). \quad (41)$$

如果考虑曲率效应, 则

$$E(z) = \{[\sqrt{(1+z)^3 \Omega_{m0} + \Omega_{rc}} + \sqrt{\Omega_{rc}}]^2 + (1+z)^2 \Omega_k\}^{1/2}, \quad (42)$$

由  $E(0) = 1$ , 得到

$$\Omega_{rc} = \frac{-1 + 2\Omega_k - \Omega_k^2 + 2\Omega_{m0} - 2\Omega_k \Omega_{m0} - \Omega_{m0}^2}{4\Omega_k - 4}. \quad (43)$$

我们称之为 DGP2 模型, 限制结果

$$\Omega_{m0} = 0.18 \pm 0.01 (1\sigma), \quad \Omega_k = 0.04 \pm 0.01 (1\sigma), \quad \chi_{\min}^2 = 116.27. \quad (44)$$

因此  $\Omega_{rc} = 0.16$ . 图 7 给出了  $\Omega_k$  与  $\Omega_{m0}$  的置信图.

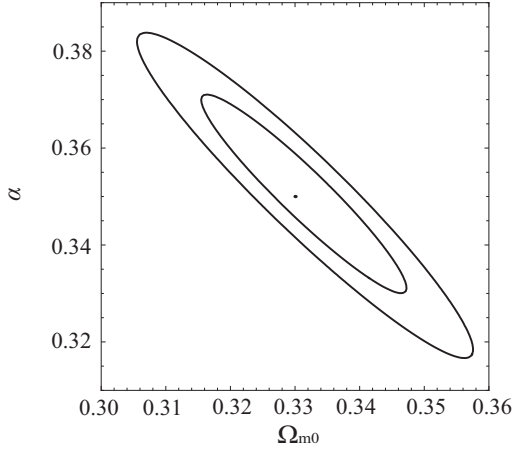


图 6 RDE 模型的  $\Omega_{m0} - \alpha$  的 68% 和 95.4% 置信图

Fig. 6 The 68% and 95.4% confidence level contours in the  $\Omega_{m0} - \alpha$  plane for RDE model

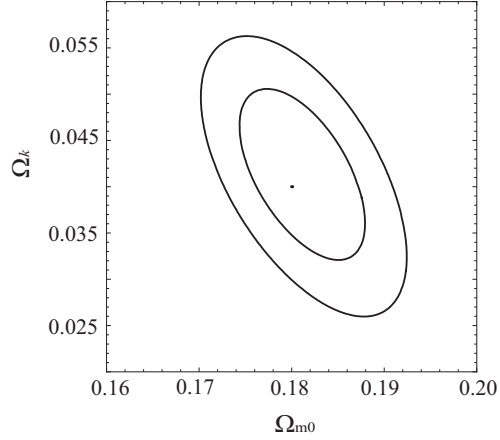


图 7 DGP2 模型的  $\Omega_{m0} - \Omega_k$  的 68% 和 95.4% 置信图

Fig. 7 The 68% and 95.4% confidence level contours in the  $\Omega_{m0} - \Omega_k$  plane for DGP2 model

## 6 模型比较

第 5 部分我们结合了 116 个 GRB、WMAP 7 yr 的 CMB 观测数据和 BAO 观测数据对宇宙学参数和几个暗能量模型进行了限制. 这一部分我们将搞清楚哪个模型最好.

仅采用  $\chi^2$  统计无法对这些模型进行比较, 这是因为这种方法基于这些模型都是正确的这一假设. 事实上, 模型中涉及到的参数越多,  $\chi^2$  越小. 这里我们将采用贝叶斯信息判据<sup>[48]</sup>和 Akaike 信息判据<sup>[49]</sup>选出最佳模型. BIC 定义为

$$\text{BIC} = -2 \ln L_{\max} + k \ln N, \quad (45)$$

$L_{\max}$  是最大似然值,  $k$  是模型参数数量,  $N$  是数据量. 当似然函数为高斯型时,  $-2 \ln L_{\max} = \chi_{\min}^2$ , 故  $\text{BIC} = \chi_{\min}^2 + k \ln N$ . AIC 定义为<sup>[49]</sup>

$$\text{AIC} = -2 \ln L_{\max} + 2k. \quad (46)$$

在模型比较过程中, 我们需要计算不同模型间 AIC 或 BIC 的差值.

$$\Delta \text{BIC} = \Delta \chi_{\min}^2 + \Delta k \ln N, \quad (47)$$

$$\Delta \text{AIC} = \Delta \chi_{\min}^2 + 2\Delta k. \quad (48)$$

JBP 模型的 AIC 值最小,  $\Lambda$ CDM 模型的 BIC 值最小, 因此我们将它们分别作为计算  $\Delta \text{AIC}$  和  $\Delta \text{BIC}$  的基准模型.

从表 3 看出, 根据 AIC 判据, JBP 为最佳模型; 根据 BIC 判据,  $\Lambda$ CDM 为最佳模型, CPL 和 JBP 模型比之较差一些. RDE、DGP 和 DGP2 模型无论是用 AIC 判据还是 BIC 判据都是最差的模型.

表 3 根据 AIC 和 BIC 判据的各模型比较结果

Table 3 Comparison results of various models according to AIC and BIC criteria

Model	$\chi_{\min}^2$	$k$	$\Delta$ AIC	$\Delta$ BIC
$\Lambda$ CDM	71.05	1	4.46	0
$\Lambda$ CDM2	69.99	2	5.40	3.71
XCDM	71.00	2	6.41	4.72
CPL	62.92	3	0.33	1.14
JBP	62.59	3	0	1.08
RDE	76.58	2	11.99	10.30
DGP	157.29	1	90.70	86.24
DGP2	116.27	2	51.68	49.99

## 7 讨论和结论

我们利用最新 Union2 的 557 个 Ia 型超新星拟合宇宙学参数  $q_0$ 、 $j_0$  和  $s_0$ , 由于数据量的增加, 我们得到的结果比 Vitagliano 等<sup>[21]</sup> 更精确, 误差范围也更小. 确定宇宙学参数后, 我们在红移  $z \leq 1.4$  范围内校准了 5 个 GRB 光度关系, 由于 GRB 光度关系不随红移演化, 我们将其推广到高红移处 ( $z > 1.4$ ). 图 1 绘制了 66 个 GRB 的哈勃图.

综合 116 个 GRB、WMAP 7 yr 的 CMB 观测数据和 BAO 观测数据, 我们对几个广泛讨论的暗能量模型进行了限制. 我们计算了每个模型的参数最佳值并绘制了参数置信图. 在模型比较中我们选用了贝叶斯信息判据和 Akaike 信息判据, 通过比较得出  $\Lambda$ CDM 和 JBP 模型是最佳模型, 而 RDE、DGP 和 DGP2 模型是最差的模型. 比较 Gao 等<sup>[37]</sup> 的工作, 我们采用了 116 个最新 GRB 数据, 在模型限制过程中数据量更大, 限制结果更严格. 比较 Wei<sup>[38]</sup> 和 Capozziello 等<sup>[50]</sup> 的工作, 我们在计算高红移 GRB ( $z > 1.4$ ) 时采用了 4 个光度关系, 而不是仅仅用 Amati 关系, Amati 关系能否作为 GRB 的标准烛光关系还有待商榷<sup>[33,51]</sup>, 因此我们的方法显得更客观.

**致谢** 感谢韦大明研究员、戴子高教授和范一中研究员的讨论.

## 参 考 文 献

- [1] Riess A G, Filippenko A V, Challis P, et al. AJ, 1998, 116: 1009
- [2] Perlmutter S, Aldering G, Goldhaber G, et al. ApJ, 1999, 517: 565
- [3] Spergel D N, Verde L, Peiris H V, et al. ApJS, 2003, 148: 175
- [4] Komatsu E, Smith K M, Dunkley J, et al. ApJS, 2011, 192: 18
- [5] Tegmark M, Blanton M R, Strauss M A, et al. ApJ, 2004, 606: 702
- [6] Eisenstein D J, Zehavi I, Hogg D W, et al. ApJ, 2005, 633: 560
- [7] Tanvir N R, Fox D B, Levan A J, et al. Natur, 2009, 461: 1254
- [8] Salvaterra R, Della Valle M, Campana S, et al. Natur, 2009, 461: 1258

- [9] Norris J P, Marani G F, Bonnell J T. *ApJ*, 2000, 534: 248
- [10] Fenimore E E, Ramirez-Ruiz E, Wu B. *ApJ*, 1999, 518: L73
- [11] Schaefer B E. *ApJ*, 2003, 583: L67
- [12] Wei D M, Gao W H. *MNRAS*, 2003, 345: 743
- [13] Schaefer B E. *ApJ*, 2007, 660: 16
- [14] Ghirlanda G, Ghisellini G, Lazzati D. *ApJ*, 2004, 616: 331
- [15] Liang E W, Zhang B. *ApJ*, 2005, 633: 611
- [16] Firmani C, Avila-Reese V, Ghisellini G, et al. *MNRAS*, 2006, 372: L28
- [17] Yu B, Qi S, Lu T. *ApJ*, 2009, 705: L15
- [18] Takahashi K, Oguri M, Kotake K, et al. *arXiv:astro-ph/0305260*
- [19] Liang N, Xiao W K, Liu Y, et al. *ApJ*, 2008, 685: 354
- [20] Visser M. *CQGra*, 2004, 21: 2603
- [21] Vitagliano V, Xia J Q, Liberati S, et al. *JCAP*, 2010, 03: 005
- [22] Kowalski M, Rubin D, Aldering G, et al. *ApJ*, 2008, 686: 749
- [23] Amanullah R, Lidman C, Rubin D, et al. *ApJ*, 2010, 716: 712
- [24] Dai Z G, Liang E W, Xu D. *ApJ*, 2004, 612: L101
- [25] Ghirlanda G, Ghisellini G, Lazzati D, et al. *ApJ*, 2004, 613: L13
- [26] Firmani C, Ghisellini G, Ghirlanda G, et al. *MNRAS*, 2005, 360: L1
- [27] Friedman A S, Bloom J S. *ApJ*, 2005, 627: 1
- [28] Liang E W, Zhang B. *MNRAS*, 2006, 369: L37
- [29] Wang F Y, Dai Z G. *MNRAS*, 2006, 368: 371
- [30] Wang F Y, Dai Z G, Zhu Z H. *ApJ*, 2007, 667: 1
- [31] Qi S, Wang F Y, Lu T. *A&A*, 2008, 483: 49
- [32] Qi S, Wang F Y, Lu T. *A&A*, 2008, 487: 853
- [33] Basilakos S, Perivolaropoulos L. *MNRAS*, 2008, 391: 411
- [34] Kodama Y, Yonetoku D, Murakami T, et al. *MNRAS*, 2008, 391: L1
- [35] Capozziello S, Izzo L. *A&A*, 2008, 490: 31
- [36] Cardone V F, Capozziello S, Dainotti M G. *MNRAS*, 2009, 400: 775
- [37] Gao H, Liang N, Zhu Z H. *arXiv1003.5755*
- [38] Wei H. *JCAP*, 2010, 08: 020
- [39] Wang F Y, Qi S, Dai Z G. *arXiv:1105.0046*
- [40] Cattoen C, Visser M. *CQGra*, 2007, 24: 5985
- [41] Carroll S M, Press W H, Turner E L. *ARA&A*, 1992, 30: 499
- [42] Riess A G, Strolger L, Tonry J, et al. *ApJ*, 2004, 607: 665
- [43] Chevallier M, Polarski D. *IJMPD*, 2001, 10: 213
- [44] Linder E V. *PhRvL*, 2003, 90: 091301
- [45] Jassal H K, Bagla J S, Padmanabhan T. *MNRAS*, 2005, 356: L11
- [46] Gao C J, Wu F Q, Chen X L, et al. *PhRvD*, 2009, 79: 043511
- [47] Dvali G, Gabadadze G, Porrati M. *PhLB*, 2000, 485: 208
- [48] Schwarz G. *Annals of Statistics*, 1978, 6: 461
- [49] Akaike H. *ITAC*, 1974, 19: 716
- [50] Capozziello S, Izzo L. *A&A*, 2010, 519: 73
- [51] Ghirlanda G. *AIPC*, 2009, 1111: 579

# Gamma-ray Bursts and Other Observations: Constraints on Cosmological Parameters and Dark Energy Models

LIU Jian-wei<sup>1,2</sup> WANG Fa-yin<sup>3,4</sup>

(1 *Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008*)

(2 *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049*)

(3 *School of Astronomy & Space Science, Nanjing University, Nanjing 210093*)

(4 *Key Laboratory of Modern Astronomy and Astrophysics (Nanjing University), Ministry of Education, Nanjing 210093*)

**ABSTRACT** We use the newly released Union2 SNe Ia dataset to constrain cosmographic parameters, namely deceleration, jerk and snap parameters ( $q_0, j_0$  and  $s_0$ ), then calibrate five luminosity relations of gamma-ray bursts (GRBs) at redshift  $z \leq 1.4$ . Supposing that the GRB luminosity relations do not evolve with redshift, we obtain the distance moduli of 66 high-redshift GRBs. At last, we combine the observation datasets including Cosmic Microwave Background, Baryon Acoustic Oscillations and 116 GRBs to constrain some widely-discussed dark energy models. We find the  $\Lambda$ CDM model is the best according to the Bayesian Information Criterion, and the JBP model is the best according to the Akaike Information Criterion.

**Key words** gamma-ray burst: general, cosmology: cosmographic parameters, cosmology: dark energy